ESERCITAZIONE DI MATLAB I

Corso di ANALISI NUMERICA
anno accademico 2017-2018

1 Scrivere un programma di tipo `function` che assegnato un vettore di $n+1$ nodi (numerati da 1 a n+1) ed un intero $j \in \{1, \cdots, n+1\}$ costruisce e disegna la base di Lagrange ℓ_j costruita sui nodi assegnati. Si effettui il disegno di $\ell_j(x)$ per valori di x nell' intervallo dei nodi.

2 Utilizzando la function di cui al punto 1 verificare (graficamente) le proprieta' di tutte le basi $\ell_j(x), j \in \{1, \cdots, n+1\}$ (cardinalita' e partizione dell' unita).

3 Utilizzando la function di cui al punto 1, scrivere un programma che assegnato un vettore $\mathbf{f} = (f_1, \cdots, f_{n+1})$ ed un vettore di nodi **nodi** $= (nodi_1, \cdots, nodi_{n+1})$ costruisce il polinomio interpolante $p_n(nodi_i) = f_i,\ i = 1, \cdots, n+1$ e lo disegna insieme ai dati (per valori di x nell' intervallo dei nodi).

4 Nel caso di $n+1$ nodi uniformi in $[-5, 5]$, utilizzare il programma del punto precedente per uno studio (grafico, nell' intervallo dei nodi) della convergenza della successione $\{p_n(x), n = 3, 4, 5, 6, \cdots\}$ dei polinomi interpolanti la funzione f da cui sono letti i dati nel caso $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ e $f(x) = sin(2\pi x)$.

5 Nel caso di nodi di Chebyshev in $[-5, 5]$ utilizzare il programma del punto 3 per uno studio (grafico, nell' intervallo dei nodi) della convergenza della successione $\{p_n(x), n = 3, 4, 5, 6, \cdots\}$ dei polinomi interpolanti la funzione f da cui sono letti i dati nel caso $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ e $f(x) = sin(2\pi x)$.

6 Scrivere un programma di tipo `function` che assegnato un vettore di n+1 nodi uniformi (numerati da 1 a n+1) in [0,1], costruisce e disegna il polinomio ω_{n+1} nell' intervallo dei nodi al variare di $n = 4, 6, 8, 10, 12$.

7 Scrivere un programma di tipo function che assegnato un vettore di n+1 nodi di Chebyshev (numerati da 1 a n+1) in [0,1], costruisce e disegna il polinomio ω_{n+1} nell' intervallo dei nodi, al variare di $n = 4, 6, 8, 10, 12$.

8 Scrivere un programma di tipo function che assegnato un vettore di $n+1$ nodi (numerati da 1 a n+1) costruisce e disegna per $j \in \{1, \cdots, n+1\}$ una coppia di base di Hermite $U_j,\ V_j$, nell' intervallo dei nodi.

9 Utilizzando la function di cui al punto 8 verificare (in modo grafico) le proprieta' delle basi di Hermite $U_j,\ V_j,\ j \in \{1, \cdots, n+1\}$ (si rappresentino graficamente le "direzioni" interpolate).

10 Utilizzando la function di cui al punto 8, scrivere un programma che assegnati due vettori $\mathbf{f} = (f_1, \cdots, f_{n+1})$, $\mathbf{g} = (g_1, \cdots, g_{n+1})$ ed un vettore di nodi $\mathbf{nodi} = (nodi_1, \cdots, nodi_{n+1})$ costruisce il polinomio interpolante $p_n(nodi_i) = f_i, \quad p_n'(nodi_i) = g_i,\ i = 1, \cdots, n+1$ e lo disegna insieme ai dati (incluse le "direzioni" interpolate).

11 Scrivere un programma di tipo function che assegnato un intero n ed un intervallo $[a, b]$ costruisce e disegna le $n+1$ basi di Berstein in $[a, b]$.

12 Scrivere un programma che assegnata una funzione f ed un intero n utilizzi la function di cui al punto 11 per costruire e disegnare il polinomio di Berstein $B_n(f, n)$. Si testi programma con $f(x) = \frac{1}{1+25x^2},\ x \in [-1, 1]$ ed $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

13 Scrivere un programma di tipo function che assegnato un vettore di 5 nodi costruisce e disegna la B-spline di grado 3 di nodi corrispondenti.

14 Scrivere un programma che, utilizzando la function del punto precedente, costruisce la *spline cubica naturale* interpolante un vettore $\mathbf{f} = (f_1, \cdots, f_{n+1})$ nei punti fondamentali $\mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_{n+1})$ e la disegna insieme ai dati (per il calcolo delle derivate seconde delle B-splines si utilizzi una formula approssimata).

15 Scrivere un programma che costruisce il polinomio parametrico interpolante (con parametrizzazione uniforme) dati estratti da una curva parametrica a scelta (sia uniformemente distribuiti che non).

16 Scrivere un programma che costruisce il polinomio parametrico interpolante (con parametrizzazione arco della curva) dati sperimentali (sia uniformemente distribuiti che non).