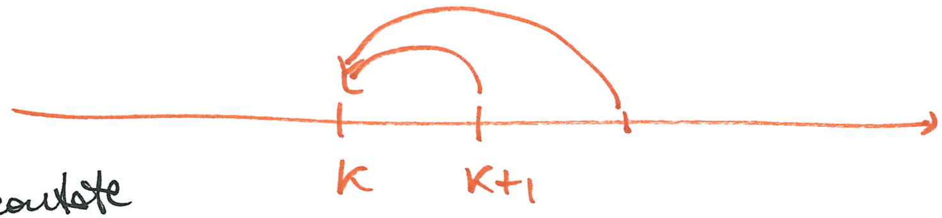
$\forall K = 1 \dots m$

(*) $$D_K = \sum_{j=K+1}^{m} R_j \, v^{j-K}$$

i tasso di mutuo



dim per induzione

- $D_m = 0 =$ somma di zero rate scadute da pagare

- $K = m-1$: $D_{m-1} \overset{?}{=} \sum_{j=m}^{m} R_j \cdot v^{j-K} = R_m v^{m-K} = R_m v^{m-(m-1)} = R_m v$

sse

$$\frac{D_{m-1}}{v} = R_m$$

sse

$$\frac{C_m}{v} = R_m = I_m + C_m = i \cdot D_{m-1} + C_m = i C_m + C_m$$

sse

$$\frac{C_m}{v} = (1+i) C_m \quad \text{ok} \quad \text{perché} \quad \frac{C_m}{v} = \frac{C_m}{\frac{1}{1+i}} = C_m (1+i)$$

- se (*) vera per $\bar{k}$ $\Rightarrow$ vera anche per $\bar{k}-1$

quindi do per vera $D_{\bar{k}} = \sum_{j=\bar{k}+1}^{m} R_j \cdot v^{j-\bar{k}}$

devo dim. che $\boxed{D_{\bar{k}-1} = \sum_{j=\bar{k}}^{m} R_j \, v^{j-(\bar{k}-1)}}$

$$\sum_{j=\bar{k}}^{m} R_j \cdot v^{j-(\bar{k}-1)} = \sum_{j=\bar{k}}^{m} R_j \cdot v^{j-\bar{k}+1} = v \cdot \sum_{j=\bar{k}}^{m} R_j \cdot v^{j-\bar{k}}$$

$$= v \cdot R_{\bar{k}} + v \cdot \sum_{j=\bar{k}+1}^{m} R_j \cdot v^{j-\bar{k}} = v R_{\bar{k}} + v D_{\bar{k}}$$

ipotesi induttiva

$\Rightarrow$ la relazione che devo dimostrare è vera sse

$D_{\bar{k}-1} = v R_{\bar{k}} + v D_{\bar{k}}$ sse

$\frac{D_{\bar{k}-1}}{v} = R_{\bar{k}} + D_{\bar{k}}$ sse

$\frac{D_{\bar{k}-1}}{v} - D_{\bar{k}} = R_{\bar{k}}$ sse

$$D_{\bar{k}-1}(1+i) - D_{\bar{k}} = R_{\bar{k}} \quad \text{sse}$$

$$\underbrace{D_{\bar{k}-1} \cdot i}_{I_{\bar{k}}} + \underbrace{D_{\bar{k}-1} - D_{\bar{k}}}_{C_{\bar{k}}} = R_{\bar{k}} \quad \text{ok}$$

$k = n$ ok

$k = n-1$ ok

ma se ok per $k = n-1 \Rightarrow$ ok per $k-1 = n-2$

ma se ok per $k = n-2 \Rightarrow$ ok per $k-1 = n-3$

$\vdots$

è ok per $k = 1$

$D_{k-1}(1+i) \overset{?}{=} D_k$ in generale no

es. AMM.TO ITA: $C_k = C \Rightarrow D_{k-1}(1+i) = [n-(k-1)] \cdot C(1+i)$,

$D_k = (n-k) \cdot C$

ESTINZIONE ANTICIPATA di un mutuo

* clausola sempre presente in un contratto di mutuo

* ad un $t_K < t_m$ = scadenza è possibile saldare il debito: restituzione di D_K
infatti con le I_j delle rate $R_1 \dots R_K$ ho già pagato tutti gli interessi dovuti

* è conveniente <u>se</u>
  - ho a disposizione D_K
  - è possibile investire D_K solo a tassi $i_1 < i$ = tasso mutuo

* è conveniente <u>se</u>
in t_K è possibile trovare mutui a tasso $i_2 < i$ = tasso del mutuo al momento in vigore

RINEGOZIAZIONE

Tipicamente la banca mi applica una penale, perché lei ha un mancato introito: gli interessi che avrei pagato se non avessi estinto

- o mi fa pagare $D_K \cdot (1+j)$ $\quad j>0$
- oppure " $V_{t_K}(i_1)$ con $i_1 < i = $ tasso mutuo

infatti si ha $\boxed{V_{t_K}(i_1) > D_K}$

perché $V_{t_K}(i) = D_K$

$$V_{t_K}(i) = \sum_{j=K+1}^{n} R_j \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^{j-K} \quad \searrow \; i \nearrow$$

allora se $i_1 < i \Rightarrow V_{t_K}(i_1) > V_{t_K}(i) = D_K$

ES. 3 anni fa contratto mutuo di 50 K €, $i = 7\%$ a., durata 10 a. rate cost., postic., mensili. Oggi: dopo aver pagato R_{36}

ho disponib. di 41 K € :
potrei esting. mutuo se banca mi facesse pagare $V_{t_{36}}(5\%)$?

$$R = \frac{S}{a_{\overline{120}|i_{12}}} = 575{,}02 \text{ €}$$

$$V_{t_{36}}(5\%) = R \cdot a_{\overline{84}|i'_{12}} = 40'834{,}06$$

$$i_{12} = (1.07)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.00565$$

$$i'_{12} = (1.05)^{1/2} - 1 = 0.00414007$$

Se estinguo ~~anticip~~ parzialm. il D_K:

per es. $\frac{D_K}{2}$: se la banca non chiede una penale,

es. $\frac{1}{2} \cdot V_{t_{36}}(5\%)$, il debito residuo su cui continuo

il mutuo è $\frac{D_K}{2}$

<u>Es</u> 3.9, 3.12, 3.13, 3.18 / 3.25

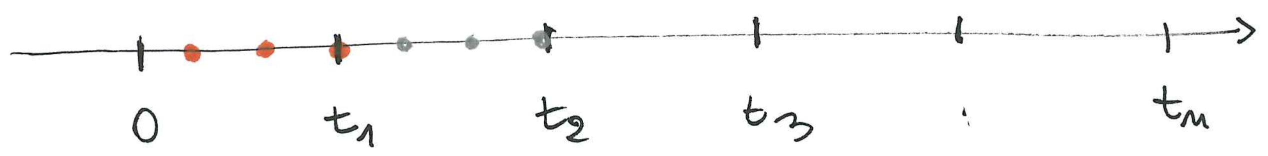
att.: 3.18 no d)

3.21 : credito residuo $= \sum_{j=n}^{m} C_j$

3.24 : 1 punto base $= 0.01\% = 0.0001$

250 pti base $= 2{,}5\%$

MUTUI A TASSO VARIABILE



$[0, t_m]$ è suddiviso in sottoperiodi $(t_{k-1}, t_k]$, $k = 1..m$

in ciascun periodo pago un certo numero di rate, per es. periodiche

~~dentro~~ le rate pagate entro $(t_{k-1}, t_k]$ hanno interessi calcolati ad uno stesso tasso $\tilde{i}_{k-1}$ aleatorio, che non è noto alla data di stipula 0 (tranne $\tilde{i}_0$)

nel contratto è stabilito:

* $\tilde{i}_0$, che è il tasso vigente su $(0, t_1]$
* la regola in base a cui nel futuro $t_{k-1} > 0$ verrà calcolato $\tilde{i}_{k-1}$

ES. tipico:

$$\tilde{i}_K = x + Euribor_{t_K}(\ell)$$

x = spread

$\ell = t_{K+1} - t_K$

Euribor = Euro inter bank offered rate

media dei tassi dei prestiti interbancari nell'area Euro

nato con la moneta unica ~~...~~ il 4/1/1999

sono calcolati giornalmente:

in t_K conosco il tasso $\tilde{i}_K$ $\Rightarrow$ potrò conoscere le R_j che pagherò entro $(t_K, t_{K+1}]$

Mutui a tasso variabile

entro ciascun $(t_k, t_{k+1}]$ tasso $\tilde{i}_k$ costante, ma non necessariam. noto in 0 : tipicam. $\tilde{i}_k$ noto in t_k

<u>es.</u> $$\tilde{i}_k = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{spread costante}}}{x} + Euribor_{t_k}(t_{k+1} - t_k)$$

Le rate : in ogni t_k si calcolano le rate di competenza degli istanti di pagamento entro $(t_k, t_{k+1}]$, facendo finta che da t_k in poi le rate fino a t_n siano cost..

Con tali rate si deve ammortizzare D_{t_k}:

$$D_{t_k} = R\, a_{\overline{m}|\tilde{i}_k} \rightarrow$$

alle scadenze di pagamento entro $(t_k, t_{k+1}]$ pagherò R

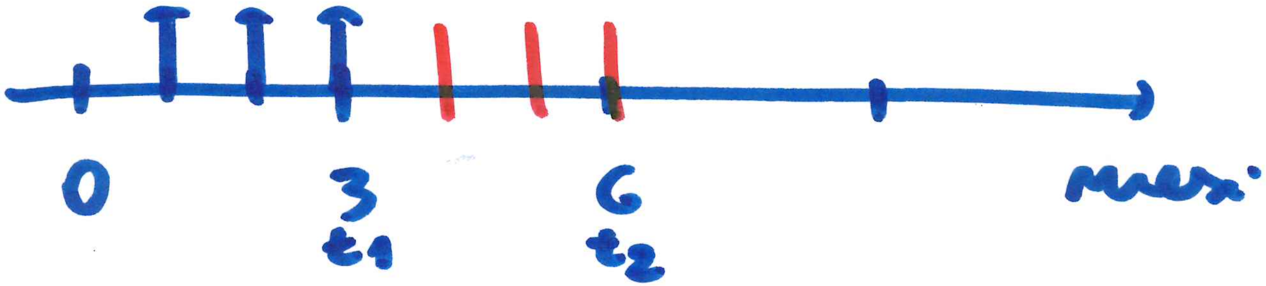
ES. stipula in 0, $S = 80'000$, mutuo TV $x = 0.5\%$ a., tasso del mutuo $\tilde{i}_k = x + \text{Euribor}_{t_k}$ (3 mesi) a.

rate mensili, posticipate, cost. dentro $(t_k, t_{k+1}]$, durata m anni:

3 rate mensili entro $(t_k, t_{k+1}]$:

$$D_{t_k} = R \cdot a_{\overline{m}|\tilde{i}_{k,12}}$$

prime 3 rate: $S = R\, a_{\overline{12m}|i_{0,12}}$



in $t_1 = 3$ mesi : conosco $\tilde{i}_1$.

calcolo R' : $D_{t_1} = R' a_{\overline{12m-3}|\tilde{i}_{1,12}}$

<u>caso</u> $m = 15$, $i_0 = x + Eur_0(3m)$

$Eur_0(3m) = 2.5\%$ a.

$Eur_{t_1}(3m) = 2.7\%$ a.

$S = R\, a_{\overline{m}|i} \rightarrow R = \frac{S}{a_{\overline{m}|i}}$

<u>PdA fino a t_2 :</u>

$R = 80'000 / a_{\overline{180}|i_{0,12}} = 550,91$

$i_0 = 3\%$ a. $\rightarrow$ $i_{0,12} = (1.03)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,00246$

k	R_k	C_k	I_k	D_k	
0				80.000	$i_{0,12}$
1	550,91	353,61	197,30	79.646,40	$i_{0,12}$
2	550,91	354,48	196,43	79.291,91	$i_{0,12}$
$t_1 =$ 3	550,91	355,35	195,56	78.936,56	$\tilde{i}_{1,12}$
4	558,29	350,82	207,47	.	$\tilde{i}_{1,12}$
5	558,29	.	.	.	$\tilde{i}_{1,12}$
$t_2 =$ 6	558,29	.	.	77.881,32	
~~parte certa~~ in t_1	558,29				
	⋮			⋮	$\tilde{i}_{1,12}$
t_n	558,29			0	

$I_1 = D_0 \cdot i_{0,12}$

$I_2 = D_1 \cdot i_{0,12}$

$I_3 = D_2 \cdot i_{0,12}$

$\tilde{i}_1 = 3.2\%$ a.

$\tilde{i}_{1,12} = 0,00263$

in t_1 se chiedo alla banca di fornire il pdA, la banca mi fornisce questo

//.

$$R' = \frac{78'936,56}{a_{\overline{177}|\tilde{i}_{1,12}}} = 558,29$$

Ex $S = 1'000$, $n = 4$ anni, rate annuali posticip., immed., mutuo TV, $x = 1,5\%$ a.

$\hat{i}_k = x + Eur_k(1a.)$:

$Eur_0(1) = 8\%$ a., $Eur_1(1) = 10\%$ a.,

$Eur_2(1) = 6\%$ a., $Eur_3(1) = 7.3\%$ a.

PdA ?

Mutui a TF o TV ?

* scelgo TF se mi aspetto che tassi ↗

* se io scelgo il TV, che è più basso

5

del TF, per la banca **non** è svantagg.,
perché con me la banca patteuisce
tasso x + Eur, se
quindi ad un certo t necessita del
Dt che ancora le devo,
lo chiede a prestito ad altra banca →
paga inter. al tasso Eur:
io le copro quegli inter. +
le pago interessi calcolati allo spread

* prima di scegliere TV, valuto scenari
di rialzo dei tassi Eur di 1%, 2%, 3%
per ~~vede~~ capire se posso pagare le rate

6

* se ho scelto TF ma i tassi sono scesi posso sempre RINEGOZIARE

TASSO INTERNO DI RENDIMENTO di un'oper. fin. (TIR)

$\{x_0, x_1, x_2, \ldots\ x_m\} / \{0, t_1, t_2 \ldots t_m\}$

quando ESISTE ed è UNICO, il TIR è il TASSO COSTANTE su $[0, t_m]$, $i > -1$, che rende tutta l'operaz. EQUA in capitalizz. composta

OSS. $i = \frac{M-S}{S} < -1 \iff M - S < -S \rightarrow M < 0$

ES. investo 10 K € nel BOT 1, a 6 mesi, $P_1 = 98$; alla scadenza reinvesto metà dell'introito in BOT 2, a 3 m,

$P_2 = 99.5$. TIR ?

$\{-10'000,\ 5'102,\ 5'126\} / \{0, 6m, 9m\}$

n. di BOT1 comprati : ~~10'000 98~~

$\frac{10'000}{98} = 102.04$

a scadenza 6 mesi incasso 10'204

investo $\frac{10'204}{2} = 5'102$ in BOT2

$\frac{5'102}{99,5} = 51,26$ n. di BOT2 che compro

a scadenza (dopo 3 mesi) incasso 5'126

TIR

equità :

$$-10'000 + \frac{5'102}{(1+i)^{1/2}} + \frac{5'126}{(1+i)^{3/4}} = 0$$

i annuo

8

$V = \frac{1}{1+i}$ $\qquad -10'000 + 5'102\, V^{\frac{1}{2}} + 5'126\, V^{3/4} = 0$

$z \doteq V^{\frac{1}{4}}$ fattore sconto trimestr.: $z = \frac{1}{1+i_4}$

$$-10'000 + 5'102\, z^2 + 5'126 \cdot z^3 = 0$$

$z = V^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{1+i}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{1+i_4}$ sse

$$(1+i)^{\frac{1}{4}} = 1 + i_4$$

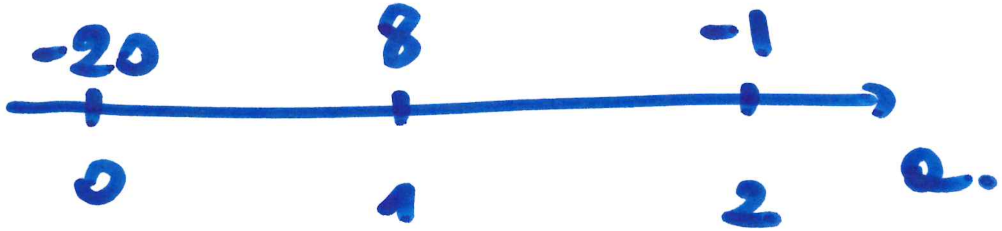
$$(1+i) = (1+i_4)^4$$

l' unica soluz. reale è $\quad z = 0{,}99\,111\,10213 = \frac{1}{1+i_4}$

$\Rightarrow \quad i_a = 3{,}6\%$ $\quad$ TIR

NB. non necessariam. il TIR $\exists$

ES.



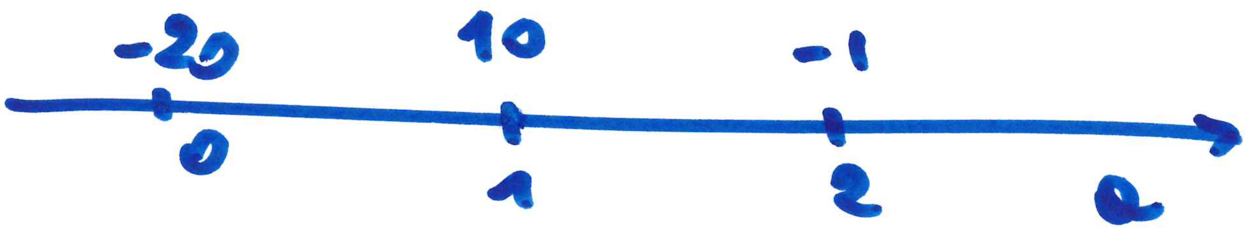
$$-20 + \underset{\smile}{8}v - v^2 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = 16 - 20 < 0$$

$\Rightarrow \nexists$ soluz.

N.B. non necess. il TIR, se $\exists$, è unico

ES.



$$-20 + 10v - v^2 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 25 - 20 = 5 > 0 \Rightarrow 2 \text{ radici}$$

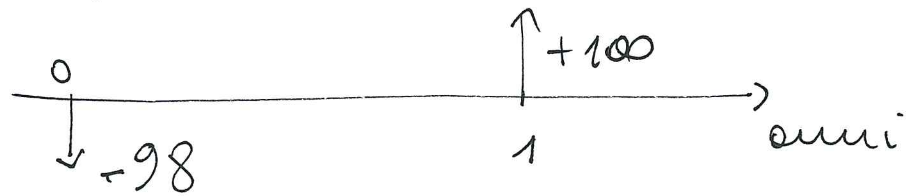
$$v_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{-1} = 5 \pm \sqrt{5}$$

$$i = \frac{1}{v} - 1 \begin{cases} \nearrow -0{,}86 > -1 \\ \searrow -0{,}64 > -1 \end{cases}$$

TIC = TASSO INTERNO di COSTO

= il tasso COSTANTE della capitalizz. composta che rende un'operaz. di FINANZIAM. EQUA, quando ESISTE ed è UNICO > -1

<u>ES.</u> INVESTIM.



TIR i: è la soluz. $\frac{100}{1+i} = 98$

FINANZIAM.

TIC r: è la soluz. $-\frac{100}{1+r} + 98 = 0$ sse $\frac{100}{1+r} = 98$

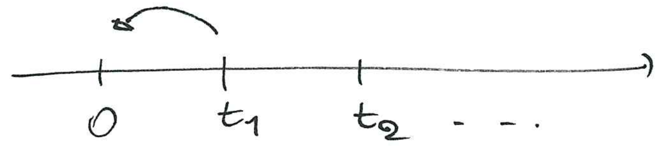
il TIC di un finanziam. è il TIR dell'operaz. con segni opposti

Teor. nell' operaz. di investim.

$$\{-S, R_1, R_2, \dots R_m\} / \{0, t_1, t_2, \dots t_m\}$$

con: $S, R_K > 0$, $\forall K = 1 \dots m$

$\Rightarrow \exists$ unico TIR

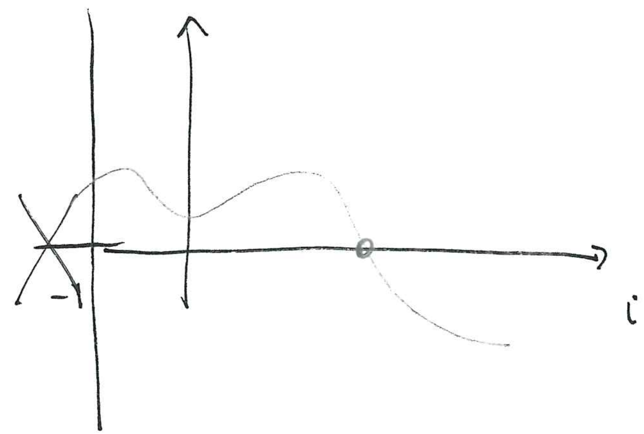


dim. equaz. di equità in 0

$$f(i) = -S + \sum_{K=1}^{m} R_K \cdot (1+i)^{-t_K} = 0$$

cerco i t.c. $f(i) = 0$

$$D = (-1, +\infty)$$



$$\lim_{i \to (-1)^+} f(i) = +\infty$$

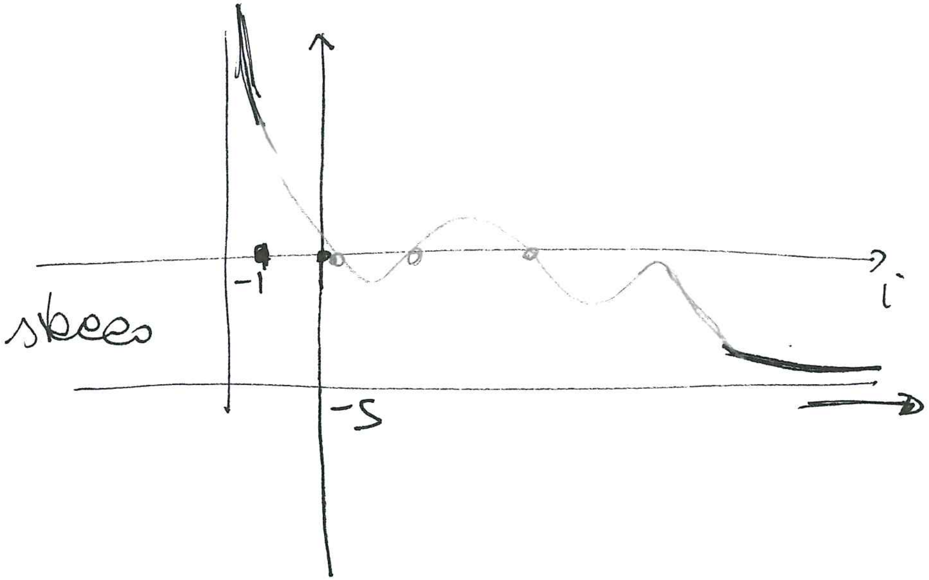
ogni: $\left(\frac{1}{1+i}\right)^{t_K} \to +\infty$ $\qquad i > -1$, $i+1 > 0 \Rightarrow 1+i \to 0^+$

$$\lim_{i \to +\infty} f(i) = -S$$

$f(i)$ è continua in i

" $\Rightarrow$ nel disegnare graf f non stacco mai penna da foglio

$\Rightarrow \exists\ \bar{i} : f(\bar{i}) = 0$ "



<u>Teor. degli zeri</u>: se $f(a) > 0$, $f(b) < 0$, f cont. su $[a,b]$

$\Rightarrow \exists\ c \in (a,b) : f(c) = 0$

Ora: $\lim_{i \to (-1)^+} f(i) = +\infty \Rightarrow \exists\ a > -1 : f(a) > 0$

$\lim_{i \to +\infty} f(i) = -S < 0 \Rightarrow \exists\ b > a,\ f(b) < 0$

$\Rightarrow \bar{i} = c$

Unicità è implicata dalla stretta monotonia di f:

$$f'(i) = \sum_{k=1}^{m} \left(R_k \cdot (1+i)^{-t_k} \right)' = \sum_{k=1}^{m} R_k \cdot (-t_k) \cdot \underbrace{(1+i)^{-t_k - 1}}_{>0} \cdot 1$$

3.

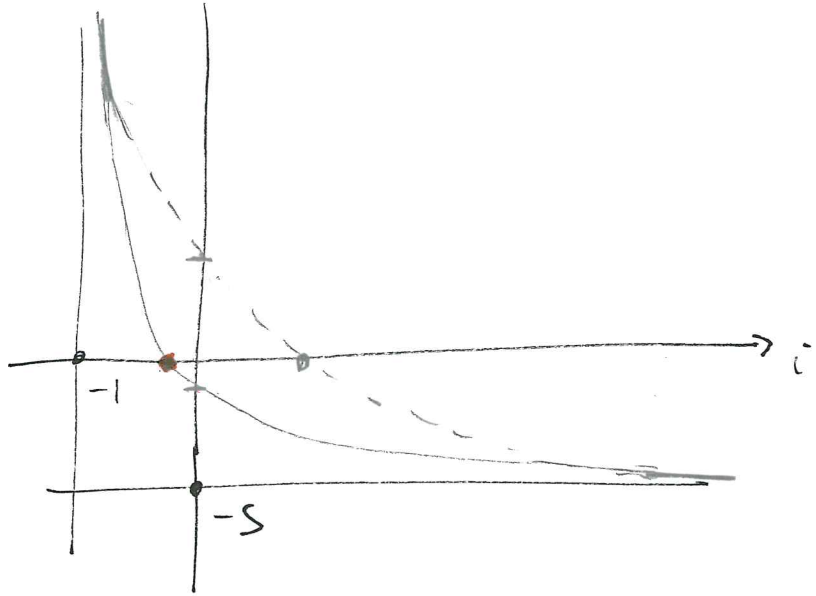
$f'(i) < 0 \quad \forall i > -1$

$\Rightarrow f \Downarrow$ su $(-1, +\infty)$

$\Rightarrow f$ iniettiva

$\Rightarrow$ il valore 0 è assunto da f su un solo $\bar{i}$

$\Rightarrow$ soluz. TIR $= \bar{i}$ unico ∎



Si ha TIR > 0 sse $f(0) > 0$

$f(0) = -S + \sum_{k=1}^{m} R_k > 0$ sse $\sum_{k=1}^{m} R_k > S$

quindi: TIR > 0 sse $\sum_{k=1}^{m} R_k > S = \sum_{k=1}^{m} C_k$

TIR < 0 se $\sum_{k=1}^{m} R_k < S$

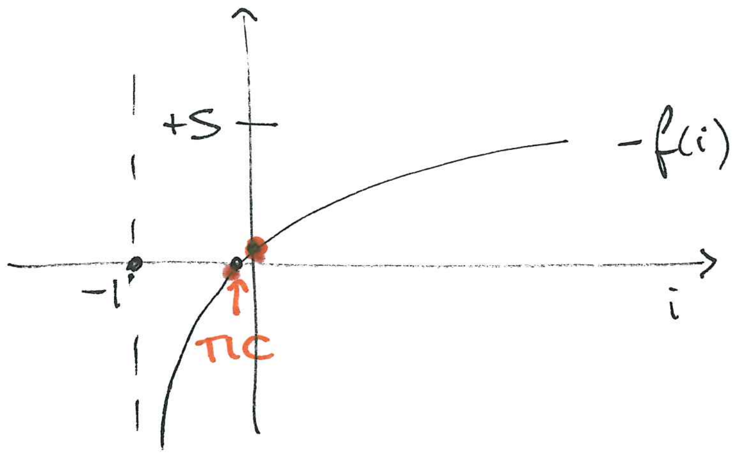
FINANZIAM: $\{+S, -R_1, -R_2 \dots -R_m\} / \{0, t_1 \dots t_m\}$

VA in 0 dell'oper. è $-f(i)$ con la f sopra:

$-f(i) = 0$ sse $f(i) = 0$

esiste unico $\bar{\iota}$: $f(\bar{\iota}) = 0$ $\Rightarrow$ $\exists$ unico $\bar{\iota}$: $-f(\bar{\iota}) = 0$ ...

$\Rightarrow$ $\exists$ unico TIC



TIC > 0 sse $\bar{\iota} > 0$, il TIR dell'investim. fatto dalla banca

$\bar{e} > 0$ sse $\sum_{k=1}^{m} R_k > S$

$-f(0) > 0$ sse TIC < 0

$-f(0) = S - \sum_{k=1}^{m} R_k \cdot \left(\frac{1}{1+0}\right)^{t_k} = S - \sum R_k > 0$ sse

$S > \sum_k R_k$

Significato finanziario del fatto che per $i \uparrow$,

VA$^{\text{imo}}$ di $\{-S, R_1 ... R_m\} / \{0, t_1 ..., t_m\}$, al tasso i , $\downarrow$

al tasso di mutuo $\bar{i}$ ho $S = \sum_k R_k \cdot \left(\frac{1}{1+\bar{i}}\right)^{t_k}$ . . .

se $i > \bar{i}$, $i \uparrow$, ho $I_k \uparrow$ $\Rightarrow$ a parità di rate ho $C_k \downarrow$

$\Rightarrow$ $S' = \sum C_k \downarrow$ $\Rightarrow$ capitale che posso prendere a prestito $\downarrow$

se $i \uparrow$ $\Rightarrow$ $S' = \sum R_k \left(\frac{1}{1+i}\right)^{t_k} \searrow$ $\Rightarrow$ ~~VA~~

$$-S + \sum_k R_k \left(\frac{1}{1+i}\right)^{t_k} \downarrow$$

al tasso $\bar{i}$ avevo

$VA(\bar{i}) = -S + S = 0$

al tasso i ho

$VA(i) = -S + S' < 0$

def: un' operaz. fin. è SEMPLICE se il suo flusso di importi

$$\{x_0, x_1 \dots x_n\} / \{t_0, t_1 \dots t_n\}$$

ha una sola inversione di segno:

ES1

$\{-98, +100\} / \{0, 1\}$

ES2 $\{-10'000,\ 5'102,\ 5'126\} / \{0,\ \frac{1}{2}a,\ \frac{3}{4}a\}$

def. un' operaz. di finanziam. o di investim. è PURA se la sequenza dei SALDI ha una inversione di segn

Saldo in t_k $= \sum_{j=0}^{k} x_j$

ES. (*) $\{100,\ 200,\ 100,\ -50,\ -50,\ -50\} / \{0,\ t_1,\ \dots\ t_5\}$

saldi : $\{100,\ 300,\ 400,\ 350,\ 300,\ 250\} / \{0,\ \dots\ t_5\}$

operaz. (*) non PURA

ES2 (**) $\{-800,\ 550,\ -50,\ 250,\ 250,\ -50,\ 250\} / \{0,\ \dots\ t_6\}$

saldi : $\{-800,\ -250,\ -300,\ -50,\ +200,\ +150,\ +400\} / \{0\ \dots\ t_6\}$

$\Rightarrow$ (**) operaz. PURA

7

<u>Teor</u>

1) ogni INVESTIMENTO SEMPLICE <u>ha</u> un <u>unico</u> TIR

<u>se</u> lo scadenzario ha . $t_k = \tau \cdot p_k$, $p_k \in \mathbb{N}$

$\forall k$, τ fissato

Tale TIR > 0 sse la SOMMA degli introiti è $>$ somma degli esborsi

2) ogni INVESTIM. PURO ha un unico TIR, ed è > 0

EX 4.17 p. 143

PB. chiedo mutuo di 100 K €, rate 1000 € mensili per 10 a. quale tasso la banca mi sta applicando?

$$100 = 1 \cdot a_{\overline{120}|\, i_{12}} = \frac{1 - v_{12}^{120}}{i_{12}} \quad \text{sse}$$

$$100 = \sum_{j=1}^{120} (1+i_{12})^{-j} = \sum_{j=1}^{120} v_{12}^{j}$$

equaz. in v_{12} : polinomio di grado 120

$$f(i) = \sum_{j=1}^{120} v_{12}^{j}(i) - 100 = 0$$

PB. di ricerca del TIR di un'op. fin.:

si traduce nella ricerca di soluz. di una eq. $f(i)=0$

METODO di NEWTON

metodo iterativo che consiste nella determinaz. di approx <u>della</u> soluz. i^* :

costruisco una sequenza $i_1, i_2, \dots, i_k, \dots$ di approx successive i_k di i^* sempre più precise

Metodo applicabile in una classe ampia di casi

$$f(i)=0$$

intanto conviene determinare interv. $[a,b]$ entro cui io sia sicura che esiste una sola soluz. i^* 3

Metodo applicab. ad es. se f:

- continua, strettam. convessa
- $\exists\ a, b \in CE : f(a) \cdot f(b) < 0$
- $\exists\ f'$. f' continua

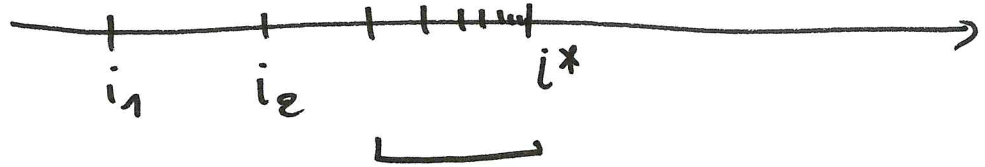
In tale classe:

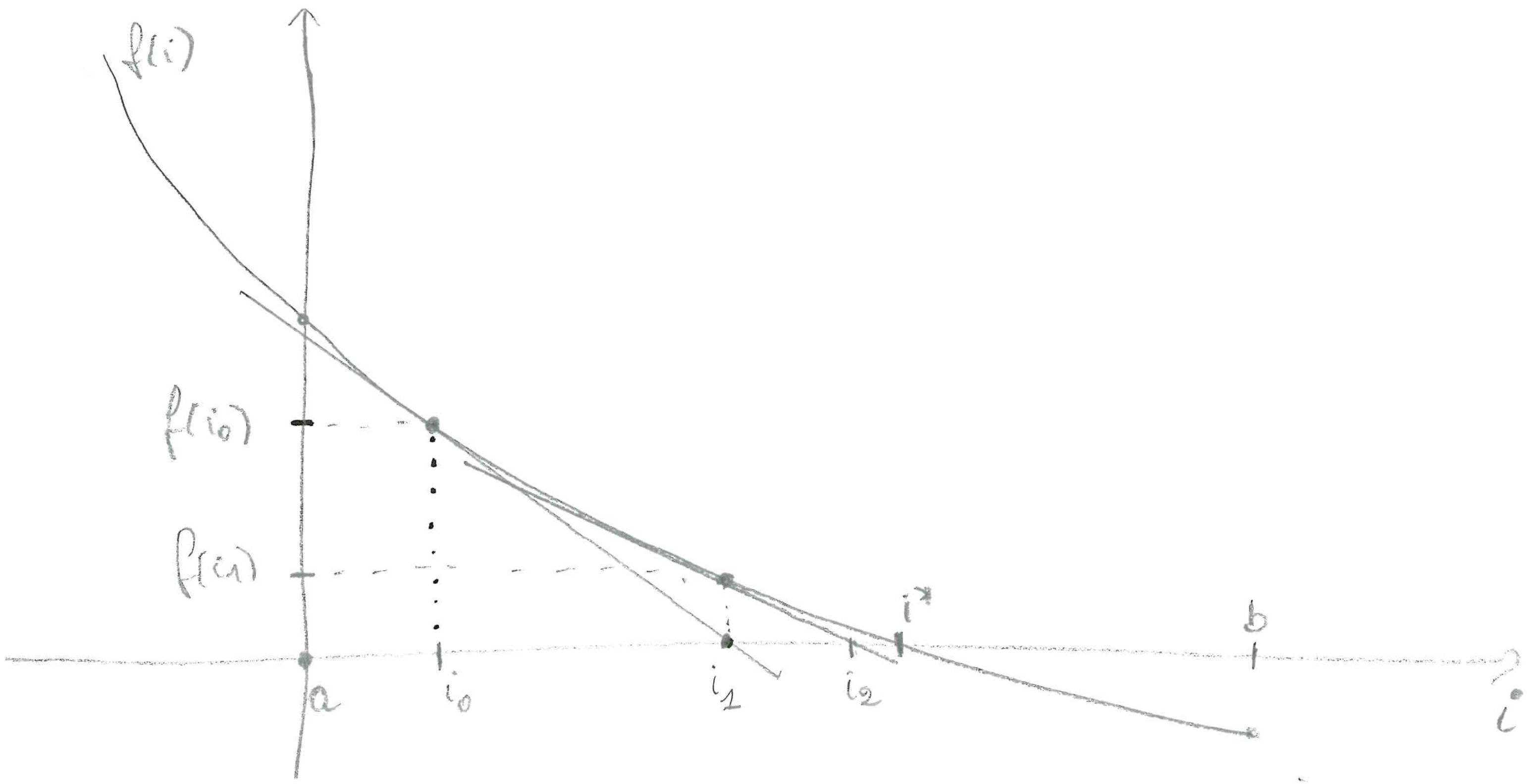
- $\exists$ unica $i^* \in (a, b) : f(i^*) = 0$
- la sequenza degli i_k costruita col met. Newton converge:

  $$\lim_{k \to +\infty} i_k = i^*$$

- $|i_k - i^*| \searrow$ per $k \nearrow$, in partic.

  $\forall\ k, m$ grandi: $|i_k - i_m| \searrow$ per $m, k \nearrow$





costruzione delle i_k con Newton:

- scelgo, anche a caso, $i_0 \in (a, b)$
- considero la retta tangente al graf f in $(i_0, f(i_0))$

- interseco tale tang. con asse ascisse : i_1 = ascissa del p. di $\cap$
- se $|i_1 - i^*|$ è giudicato troppo grande, ripeto : considero la tangente al graf f in $(i_1, f(i_1))$ e la interseco con l'asse ascisse : i_2 = ascissa del p.to di $\cap$

"controllo" $|i_2 - i^*|$ e se non è soddisfacente faccio altro passo ...

in formule

retta tg al graf f in $(i_0, f(i_0))$:

$$y - y_0 = m \cdot (i - i_0) \quad , \quad y_0 = f(i_0) \quad , \quad m = f'(i_0) \; :$$

$$y = f(i_0) + f'(i_0) \cdot (i - i_0)$$

interseco con asse ascisse $y = 0$:

$$0 = f(i_0) + f'(i_0)(i - i_0) \quad \Rightarrow$$

$$f'(i_0)(i-i_0) = -f(i_0)$$

vale che sotto le ipotesi fatte si ha $f'(i_k) \neq 0 \ \forall k$

$$i - i_0 = -\frac{f(i_0)}{f'(i_0)}$$

$$\Rightarrow i = i_0 - \frac{f(i_0)}{f'(i_0)} = i_1 :$$

se voglio fare altro passo, una volta ottenuto i_{k-1} :

retta tang. al graf f in $(i_{k-1}, f(i_{k-1}))$

$$y - f(i_{k-1}) = f'(i_{k-1}) \cdot (i - i_{k-1})$$

interseco con $y=0$:

$$-f(i_{k-1}) = f'(i_{k-1})(i - i_{k-1}) \Rightarrow$$

$$i = \boxed{i_{k-1} - \frac{f(i_{k-1})}{f'(i_{k-1})} = i_k}$$

mi fermo quando $|i_k - i_{k-1}| < \varepsilon$, ε scelto in base al per

Algoritmo: cerco i^* : $f(i^*) = 0$

- verifico le ipot. su f
- cerco a, b : $f(a) \cdot f(b) < 0$
- scelgo $i_0 \in (a, b)$
- costruisco i_k fino a quando $|i_k - i_{k-1}| < \varepsilon$:

quando trovo i_k, se $|i_k - i_{k-1}| < \varepsilon$ mi fermo e come approx di i^* fornisco i_k

applicaz. al pb di ricerca del TIR proposto:

f soddisfa le ipot? $i_{12} \leftrightarrow i$

$$f(i) = -100 + \sum_{j=1}^{120} (1+i)^{-j} \quad , \quad D = (-1, +\infty)$$

- continua in i
- $\exists f'$, $f'(i) = \sum_{j=1}^{120} -j(1+i)^{-j-1}$ cont.
- $f''(i) = \left(\sum_{j=1}^{120} -j(1+i)^{-j-1} \right)'$

$$= \sum_{j=1}^{120} +j\,(+j+1)\cdot \underbrace{(1+i)^{-j-2}}_{>0} > 0$$

$\Rightarrow f$ strett. convessa

- $\exists\ a, b : f(a)\cdot f(b) < 0$

perché $\lim_{i \to (-1)^+} f = +\infty \Rightarrow \exists\ a : f(a) > 0$ ← vicino a -1

$\lim_{i \to +\infty} f = -100 \Rightarrow \exists\ b : f(b) < 0$ ← grande

ok le ipotesi

quale ε ? $\quad i_k$ rappresentano tassi mensili.

quando l'equivalente tasso i_k^a annuale è preciso alla quarta $0{,}0\bullet\bullet\bullet$ cifra dopo la virgola sono soddisfatte dell'approx date

i_k : $\quad i_k^a = (1+i_k)^{12} - 1 \sim 12 \cdot i_k \sim 10\, i_k$

se voglio $|i_k^a - i_{k-1}^a| < 10^{-4} \Rightarrow |i_k - i_{k-1}| \sim \dfrac{|i_k^a - i_{k-1}^a|}{10}$

$< 10^{-5} = \varepsilon$:

mi fermo quando $|i_k - i_{k-1}| < 10^{-5}$

nel problema dato: i tasso mensile

$$f(i) = -100 + \frac{1-(1+i)^{-120}}{i}$$

$$f'(i) = \frac{i \cdot 120\,(1+i)^{-121} - \left[1-(1+i)^{-120}\right]}{i^2}$$

$$= \frac{120\,(1+i)^{-121}}{i} - \frac{1-(1+i)^{-120}}{i^2}$$

$\varepsilon = 10^{-5}$

$a = 0.01$ annuo $\rightarrow f\left(\frac{a}{12}\right) \simeq 14 > 0$

$b = 0.1$ annuo $\rightarrow f\left(\frac{b}{12}\right) \simeq -24 < 0$

$i_0 = \frac{b}{12}$: $\left|\frac{a}{12} - \frac{b}{12}\right| \simeq 9 \cdot 10^{-3} > \varepsilon \Rightarrow$

$i_1 = i_0 - \frac{f(i_0)}{f'(i_0)} = 0.00193948 \sim 1{,}9 \cdot 10^{-3}$:

$$|i_1 - i_0| \simeq 0{,}0077 \approx 8 \cdot 10^{-3} > 10^{-5} \Rightarrow$$

$$i_2 = i_1 - \frac{f(i_1)}{f'(i_1)} = 0.00306117$$

$$|i_2 - i_1| = 0.00135 \sim 1.4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$i_3 = i_2 - \frac{f(i_2)}{f'(i_2)} = 0.00311407$$

$$|i_3 - i_2| = 5 \cdot 10^{-5} > 10^{-5} \Rightarrow$$

$$i_4 = i_3 - \frac{f(i_3)}{f'(i_3)} = 0.00311418$$

$|i_3 - i_4| \approx 10^{-5}$ STOP

i_4 è l'approx voluta per i^*

$$i_4^a = (1 + i_4)^{12} - 1 \simeq \underline{\underline{3{,}8\%}} \text{ a.} \quad \blacksquare$$

EX n. 4.11, 4.13, 4.15

<u>EX</u> mi finanzio di S, rate mensili in n anni

TAN = tasso del mutuo i_{12} conver-
tito in anno in modo semp.

$\boxed{12 \cdot i_{12}}$

Tan ottenuto risolvendo $S = R \, a_{\overline{n}| i_{12}}$

tipicam. la stipula del mutuo prevede spese di istruttoria, e anche la riscossione rate può preved. spese

~~per~~ calcolo la soluz. di $\bar{S} = \bar{R} \, a_{\overline{n}| i'_{12}}$

$\bar{S} = S - \text{spese}$

$\bar{R} = R + \text{spesa}$

$$TAEG = \left(i'_{12} + 1\right)^{12} - 1$$

Caso di finanziam. di S da saldare con rate periodiche R e periodo < anno :

il TIR per il prestatore è la soluz. di (es. rate cost.)

$$S = R \cdot a_{\overline{n}|i}$$

i ha unità di misura pari alla durata del periodo tra le rate

es. ho un i_{12} se rate mensili

i_m se rate ogni $\frac{1}{m}$ di anno

TAN $= m \cdot i_m$ annuo

Se poi la riscoss. di S e il pagam-rate sono soggetti a spese, la soluz. j di

$$\bar{S} = \bar{R}\, a_{\overline{n}|j}$$

con $\bar{S} = S - \text{spese}$, $\bar{R} = R + \text{spese}$,

è un tasso periodale j_m

$$TAEG = (1+j_m)^m - 1 \quad \text{annuo}$$

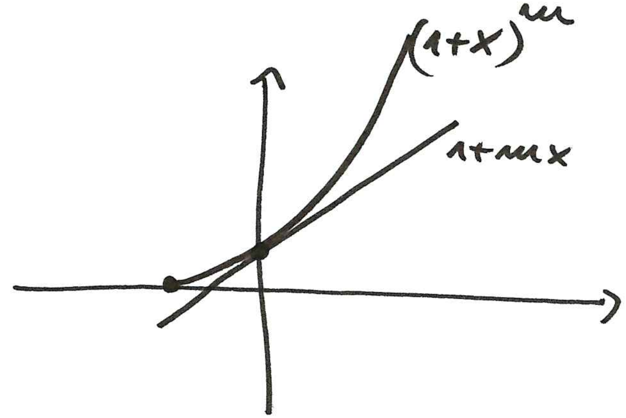
Il TAN non tiene conto delle spese, il TAEG sì, ma

quando le spese = 0 i due tassi non coincidono : $i_m = j_m$, ma

TAEG > TAN

$$(1+j_m)^m - 1 > m\, j_m$$

$$(1+x)^m > 1 + mx$$



EX $\{+100\ k€, -R, -R, \dots -R\} / \{0, 1, 2, \dots, 20\cdot 12\}$ mesi

TAN = 5% a.

1) R = ?

2) spese di istruttoria 1000 €, spese per pagam. di ogni rata

2€ : TAEG ?

<u>EX</u> 4.23

TITOLI OBBLIGAZIONARI

Per obbligazioni standard (senza per es. appellativo "subordinate"), l'EMITTENTE ha l'OBBLIGO di pagare il nominale N pattuito in 0 ad una data T pattuita

Per l'acquirente l'obbligaz. è un PRESTITO fatto all'emittente: prevede il pagamento anche di INTERESSI:

- unica soluz. in T, opp.
- in più momenti in [0, T], cedole

<u>N.B.</u> gli int. possono anche non essere noti in 0, ma in 0 si pattuisce quale sia il meccanismo di calcolo

Chi acquista l'obblig. può tenerla fino a scadenza opp. rivenderla prima (per es. se vuole SPECULARE opp. se ha bisogno di LIQUIDITÀ)

Ad ogni istante t il PREZZO DI MERCATO di un'obblig. può essere diverso

ma più t si avvicina a T, più il prezzo (senza considerare gli interessi) di (N, T) in t si avvicina a N

⇒ le oscillaz. di prezzo di una obbligaz. tra 0 e T sono relativamente moderate

a differenza di quanto succede per le AZIONI

AZIONE = quota di possesso della azienda emittente

il prezzo di mercato di una azione può avere grossissime oscillazioni

OBBLIGAZIONI

mercato PRIMARIO : obbligazz. appena emesse

mercato SECONDARIO : obbligaz. vendute/comprate
<u>dopo</u> emissione

Per le obbligaz. dello Stato Italiano il mercato primario consiste in ASTE a cui possono prendere parte tipicam. solo operatori istituzionali (banche), il piccolo investitore può comprare le obbl. tramite INTERMEDIARIO

le aste avvengono ogni 15 gg

supervisore delle aste : Banca d'Italia

Mercato SECONDARIO delle obblig. di STATO:

MTS telematico: ~~piccole~~ grandi quantità

MOT " : ~~grandi~~ piccole "

BOT

titoli a breve scad.: 3, 6, 12 mesi oppure (casi partic.) scadenze diverse

A fronte di una spesa $B_0 = S$, il pagam. di N e degli inter. I avviene in T (scadenza): $N+I=M$

tipicam. $M > S$ ⇒

è imposta una tassa di 12,5% · $(M-S)$ SUBITO all'acquisto, in 0

ES. $B_0 = 98$, per ottenere in T = 3 mesi un nominale di 5000: allora compro $\frac{5000}{100}$ BOT, spendo 98·50

⇒ pago $98 \cdot 50 + (100-98) \cdot \frac{12,5}{100} \cdot 50 = 98,25 \cdot 50$

tasso effettivo netto delle tasse:

$$\frac{5000 - 98{,}25 \cdot 50}{98{,}25 \cdot 50} = \frac{5000 - 4912{,}5}{4912{,}5} = 0{,}01781 \text{ trim.}$$

$$(1.01781)^4 - 1 \sim 0.0712 \text{ a.}$$

① se compro il BOT all'emissione e lo tengo fino a scad: $(M-S)\cdot\theta$

$\theta = 12{,}5\%$, è l'unica tassa che devo pagare

Se la tassa fosse pagata in T anziché in 0 ci guadagnerei?

caso di pagam. della tassa in 0:

tasso effettivo : $\dfrac{M - \left(S + (M-S)\theta\right)}{S + (M-S)\theta} =$

$I = iS$, i tasso del BOT :

$$= \frac{\cancel{S} + iS - \cancel{S} - iS\theta}{S + iS\theta} = \frac{\cancel{S} \cdot \boxed{i(1-\theta)}}{\cancel{S} \cdot \boxed{(1+i\theta)}}$$

se $i > 0$: $1 + i\theta > 1 \Rightarrow \dfrac{i(1-\theta)}{1+i\theta} < i(1-\theta) < i$

caso di pagam. della tassa in T :

$$\frac{M - (M-S)\theta - S}{S} = \frac{\cancel{S} + iS - iS\theta - \cancel{S}}{S} = \boxed{i - i\theta}$$

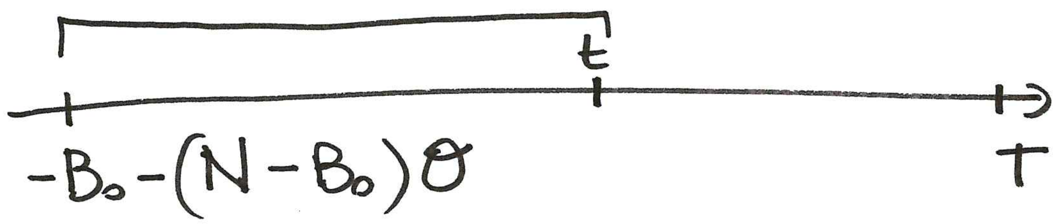
e $\dfrac{i(1-\theta)}{1+i\theta} < i(1-\theta)$

All'emissione posso comprare BOT solo ~~per tot~~ in quantità per cui il rimborso finale è multiplo di 1'000

Per comprare BOT e le altre obblig. sul mercato secondario pago COMMISSIONI alla banca, che sono VARIABILI a seconda di:

- durata di vita del BOT:
  BOT con vita a scad. di 1 mese: $B_0 \cdot \frac{0,3}{1000}$
  3 mesi: $B_0 \cdot \frac{0,5}{1000}$
- emissione o post-emissione:
  post emissione $\frac{1,5}{1000} \cdot B_0$
- chi esegue l'acquisto:
  se l'acquisto è fatto dalla banca: $B_0 \cdot \frac{5}{1000}$
- quanto investo: es. sul secondario $B_0 \cdot \frac{1,5}{1000}$
  ma min 5€, max 25€
- rendimento del BOT: se $M < S \Rightarrow$ 0 commiss.,
  se $M > S$ ma $M < S +$ commiss. $\Rightarrow$ no pago comm.

② se compro il BOT in 0 e lo rivendo in $t < T$ sono soggetto anche alla tassa sulla PLUSVALENZA



$N > B_0$

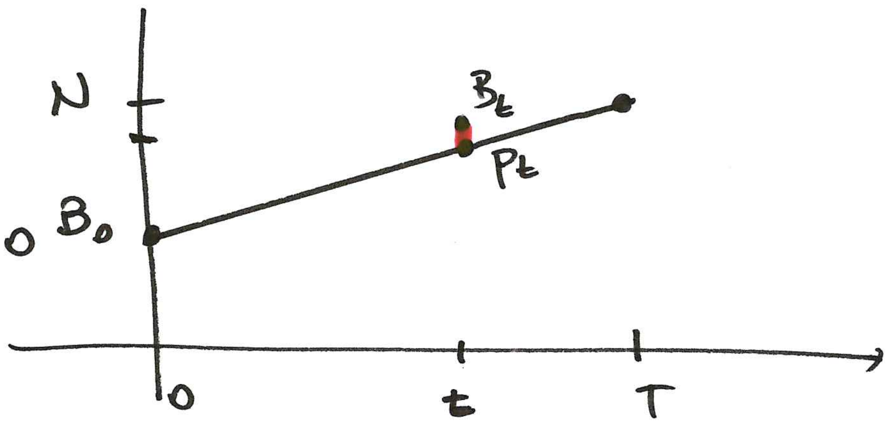
in t incasso

$$B_t + (N-B_0)\theta \cdot \frac{T-t}{T}$$

$\frac{T-t}{T}$ in $\frac{Act}{360}$

PLUSVALENZA $= B_t - P_t$ se >0

MINUSVAL : $-B_t + P_t$ se >0



10

se c'è plusval. $\Rightarrow$ in t pago

$$\theta \cdot (B_t - p_t)$$

se $B_t - p_t \leq 0$ non pago tassa.

Ammontare di $B_t - p_t$:

retta per $(0, B_0)$, (T, N)

$$\frac{y - B_0}{N - B_0} = \frac{t - 0}{T - 0} \Rightarrow y = (N - B_0) \cdot \frac{t}{T} + B_0 = p_t$$

$$\Rightarrow \theta (B_t - p_t) = \theta \cdot \left(B_t - B_0 - (N - B_0) \cdot \frac{t}{T} \right)$$

quindi in t in totale incasso (se c'è plus.) :

$$B_t + (N - B_0)\, \theta \cdot \frac{T-t}{T} - \theta (B_t - B_0) + \theta (N - B_0) \cdot \frac{t}{T}$$

$$= B_t + (N - B_0)\, \theta - \theta (B_t - B_0)$$

NOVEMBRE 2017

Emissione di moneta d'argento, da 5 euro, finitura fior di conio,
commemorativa del Centenario del Terremoto di Avezzano (1915-2015)
Millesimo 2015
Autore: Maria Carmela Colaneri

OTTOBRE 2017

1 D		
2 L	Reg. m-l	
3 M		
4 M		
5 G		
6 V		Com. BOT
7 S		
8 D		
9 L	Com. m-l	
10 M		
11 M		Asta BOT
12 G	Asta m-l	
13 V		Reg. BOT
14 S		
15 D		
16 L	Reg. m-l	
17 M		
18 M		
19 G		
20 V		
21 S		
22 D		
23 L	Com. CTZ/BTP€i	
24 M		Com. BOT
25 M	Com. m-l	
26 G	Asta CTZ/BTP€i	
27 V		Asta BOT
28 S		
29 D		
30 L	Asta m-l	Reg. CTZ/BTP€i
31 M		Reg. BOT

NOVEMBRE 2017

1 M	Reg. m-l	
2 G		
3 V		
4 S		
5 D		
6 L		
7 M		Com. BOT
8 M	Com. m-l	
9 G		
10 V		Asta BOT
11 S		
12 D		
13 L	Asta m-l	
14 M		Reg. BOT
15 M	Reg. m-l	
16 G		
17 V		
18 S		
19 D		
20 L		
21 M		
22 M	Com. CTZ/BTP€i	
23 G		Com. BOT
24 V	Com. m-l	
25 S		
26 D		
27 L	Asta CTZ/BTP€i	
28 M		Asta BOT
29 M	Asta m-l	Reg. CTZ/BTP€i
30 G		Reg. BOT

DICEMBRE 2017

1 V	Reg. m-l	
2 S		
3 D		
4 L		
5 M		
6 M		Com. BOT
7 G	Com. m-l	
8 V		
9 S		
10 D		
11 L		
12 M		Asta BOT
13 M	Asta m-l	
14 G		Reg. BOT
15 V	Reg. m-l	
16 S		
17 D		
18 L		
19 M		
20 M		Com. BOT/CTZ
21 G	Com. m-l	
22 V		
23 S		
24 D		
25 L		
26 M		
27 M		Asta BOT/CTZ
28 G	Asta m-l	
29 V		
30 S		
31 D		

MEF Dipartimento del Tesoro

RIEPILOGO DEI TITOLI DI STATO

Il Ministero dell'Economia e delle Finanze dispone regolarmente l'emissione sul mercato interno di cinque categorie di titoli di Stato, che possono essere sottoscritti sia dagli investitori privati sia dagli istituzionali:

1) **BUONI ORDINARI DEL TESORO (BOT)**
2) **CERTIFICATI DEL TESORO ZERO COUPON (CTZ)**
3) **CERTIFICATI DI CREDITO DEL TESORO (CCT / CCTEU)**
4) **BUONI DEL TESORO POLIENNALI (BTP)**
5) **BUONI DEL TESORO POLIENNALI INDICIZZATI ALL'INFLAZIONE EUROPEA (BTP€i)**
6) **BUONI DEL TESORO POLIENNALI INDICIZZATI ALL'INFLAZIONE ITALIANA (BTP ITALIA)**

Le principali caratteristiche dei titoli di Stato sono riassunte nel seguente schema.

TITOLO	DURATA	REMUNERAZIONE	TAGLIO MINIMO	MECCANISMO D'STA	ALIQUOTA FISCALE	RIMBORSO
BOT	3, 6 e 12 mesi o inferiore a 12 mesi (BOT flessibili)	Scarto d'emissione	€ 1.000	Asta competitiva sul rendimento	12,5%	Alla pari, in unica soluzione a scadenza
CTZ	24 mesi	Scarto d'emissione	€ 1.000	Asta marginale con determinazione discrezionale di prezzo e quantità emessa	12,5%	Alla pari, in unica soluzione a scadenza
CCT/CCTeu	5 - 7 anni	Cedole variabili semestrali, eventuale scarto d'emissione	€ 1.000	Asta marginale con determinazione discrezionale di prezzo e quantità emessa	12,5%	Alla pari, in unica soluzione a scadenza
BTP	3, 5, 7, 10, 15, 20, 30 e 50 anni	Cedole fisse semestrali, eventuale scarto d'emissione	€ 1.000	Asta marginale con determinazione discrezionale di prezzo e quantità emessa	12,5%	Alla pari, in unica soluzione a scadenza
BTP€i	5, 10, 15 e 30 anni	Cedole reali semestrali, eventuali scarto d'emissione e rivalutazione del capitale a scadenza	€ 1.000	Asta marginale con determinazione discrezionale di prezzo e quantità emessa	12,5%	In unica soluzione a scadenza
BTP Italia	4, 6 e 8 anni	Cedole reali semestrali, rivalutazione semestrale del capitale e premio fedeltà a scadenza[1]	€ 1.000	Collocamento diretto sul MOT, prezzo alla pari e tasso cedolare reale annuo fissato al termine del periodo di collocamento	12,5%	In unica soluzione a scadenza

[1] All'investitore persona fisica che acquista i BTP Italia durante i giorni del periodo di collocamento e li detiene fino alla scadenza viene pagato il cd. "premio di fedeltà" che ha un valore del 4 per mille lordo sul valore nominale dell'investimento.

Compro BOT all'emissione e lo rivendo PRIMA della scadenza T:

in t incasso $\quad B_t + \theta(N-B_0)\cdot\frac{T-t}{T}$

ne pago $\quad \theta\cdot(B_t - P_t)$, se $B_t - P_t > 0$

$$P_t = B_0 + (N-B_0)\frac{t}{T}$$

$\Rightarrow$ bilancio in t nell'ipot. $B_t > P_t$:

$$B_t + \theta(N-B_0)\frac{T-t}{T} - \theta\left(B_t - B_0 - (N-B_0)\frac{t}{T}\right)$$

$$= B_t + \theta(N-\cancel{B_0}) \cancel{-(N-B_0)\cdot\theta\frac{t}{T}} - \theta(B_t - \cancel{B_0}) \cancel{+\theta(N-B_0)\frac{t}{T}}$$

$$\qquad -\theta B_0 \qquad\qquad\qquad +\theta B_0$$

$$= B_t + \theta(N-B_t)$$

1)

ES. in $t=0$ acquisto BOT a 3 mesi: $B_0 = 98$ per ricevere a scad. T un nominale di 5.000 €.
Dopo un mese ho $B_t = 99$, con $t = \frac{1}{12}$. Rivendo BOT: rendimento?

in 0 spendo $98 + \theta(N - B_0) = 98 + \frac{12,5}{100} \cdot 2 = 98,25$

in $t = \frac{1}{12}$: ho plusval.?

$$B_t - P_t = 99 - \left[B_0 + (N - B_0)\frac{t}{T} \right]$$

$$= 99 - \left[98 + 2 \cdot \frac{\frac{1}{\cancel{12}}}{\frac{3}{\cancel{12}}} \right] = 0.3261 > 0$$

$\Rightarrow$ pago $\theta \cdot 0.3261$

$\Rightarrow$ bilancio in t $= B_t + \theta(N - B_0) \cdot \frac{\frac{2}{12}}{\frac{3}{12}} - \theta \cdot 0.3261$

$= 99.125$

rendimento: n = num. di BOT acquistati in 0 $= \frac{5000}{100} = 50$

3

$$\frac{\cancel{N}\cdot 99{,}125 - \cancel{N}\cdot 98{,}25}{\cancel{N}\cdot 98{,}25} = 0.0089 \quad \text{mensile}$$

$$(1.0089)^{12} - 1 = 11{,}22\% \quad \text{annuo}$$

approx : $0.0089 \cdot 12 = \underline{10{,}68\%}$ "

se avessi portato il BOT a scadenza : $P_T = B_T$

$-B_0 - \theta(N - B_0)$ $+100$

0 T

$$P_t = B_0 + (N - B_0)\frac{t}{T}$$

$$P_T = \cancel{B_0} + N - \cancel{B_0} = B_T$$

$$\text{rendim.} = \frac{100 - 98.25}{98.25} = 0.01781 \ \text{base trim.} \Rightarrow B_T - P_T = 0$$

$$\Rightarrow \sim 4 \cdot 0.01781 = \underline{7{,}12\%} \quad \text{annuo}$$

Tenendo conto delle commissioni della banca : • BOT tenuto fino scad

in $t=0$ spendo $98{,}25 + \frac{5}{1000} \cdot 98 \Rightarrow$ rendim.

$$\frac{100 - 98.25 - \frac{5}{1000}98}{98.25 + \frac{5}{1000}\cdot 98} = 1{,}73\% \quad \text{trimestr}$$

$$\sim 4 \cdot 1.73\% = 6.92\% \text{ annuo}$$

- se BOT rivenduto in $t = \frac{1}{12}$:

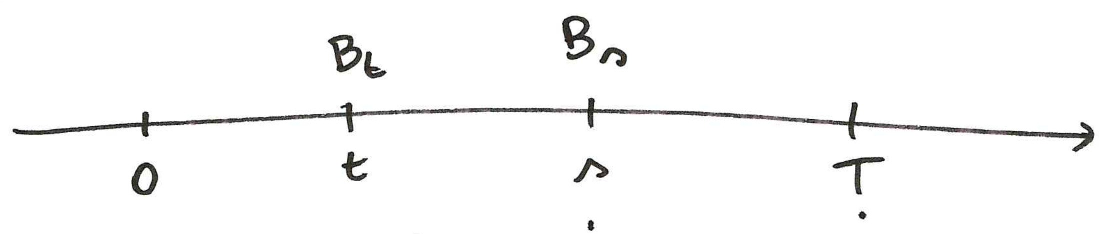
rendim. $$\frac{99,125 - \frac{1.5}{1000} \cdot 99 - \left(98.25 + \frac{5}{1000} \cdot 98\right)}{98.25 + \frac{5}{1000} \cdot 98} =$$

$$= 0.0069 \text{ mensile}$$

$$\sim 12 \cdot 0,0069 = 8,3\% \text{ annuo}$$

③ compro BOT in $t > 0$ = data di emiss. e lo rivendo in s: $t < s < T$ = scadenza

in t



pago $B_t + \theta (N - B_0) \cdot \frac{T-t}{T}$

in s:

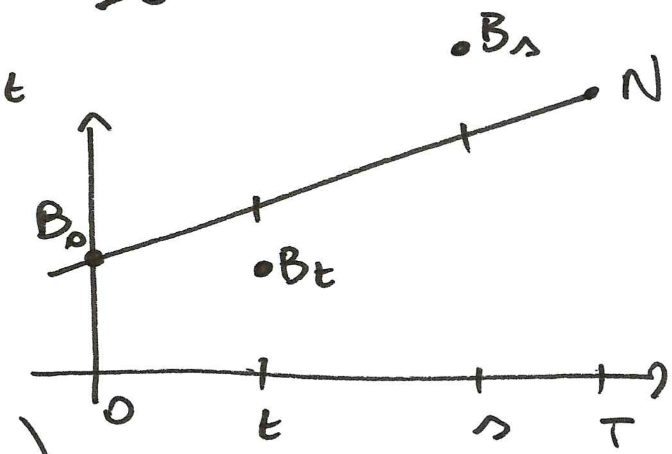
incasso $B_s + \theta (N - B_0) \frac{T-s}{T}$

ma pago $\theta \cdot \left(\text{plusval.} \atop \text{se} > 0\right) = \theta \cdot \left[B_s - P_s - (B_t - P_t) \right]$

già pagata in t
la tassa su $B_t - P_t$
da chi mi ha vend.
il BOT

se in t fosse stato $B_t - P_t < 0$, il venditore non avrebbe pagato la tassa sulla plus.
e me in s risulterebbe $B_s - P_s \underbrace{- (B_t - P_t)}_{>0} > B_s - P_s$:

infatti: $B_s >> B_t$ perché $B_t < P_t$



$$B_s - P_s - (B_t - P_t) = B_s - B_t - (P_s - P_t)$$

$$= B_s - B_t - (N - B_0)\frac{s-t}{T}$$

- se $t = 0 \Rightarrow B_s - P_s - (\cancel{B_t - P_t}) = B_s - P_s$

$$B_0 = P_0$$

<u>ES.</u>

$B_0 = 98$	$B_t = 99$	$B_s = 99.5$	
1/10/16	1/11/16	1/12/16	1/1/17

$n = 50$ BOT : compro in t, rivendo in s

rendimento?

<u>in t</u> spendo : $99 + (100 - 98) \cdot \frac{12,5}{100} \cdot \frac{T-t}{T} = 99.1658$

$$\frac{T-t}{T} = \frac{\frac{30+31}{360}}{\frac{31+30+31}{360}} = \frac{61}{92}$$

<u>in s</u> : $99.5 + 0(100-98) \cdot \quad \frac{T-s}{T} - 0$

c'è plus.? NO

$$B_s - p_s - (B_t - p_t) = B_s - B_t - (N - B_0)\frac{s-t}{T}$$

$$= 0.5 + 2 \cdot \frac{\frac{30}{360}}{\frac{92}{360}} = -0.1522 < 0$$

$$\frac{T-s}{T} = \frac{31}{92}$$

$$M = 99.5 + \frac{12.5}{100} \cdot 2 \cdot \frac{31}{92} = 99.5815$$

rendim.: $\frac{99.5815 - 99.1658}{99.1658} = 0.0042$ mensile

$\sim 12 \cdot 0.0042 = 5.04\%$ a.

se non dovessi pagare le tasse:

in t : -99

in s : $+99.5$: rend. $\frac{0.5}{99} = 0.0051$ mens.

$\sim 6.12\%$ a.

dipartimento del tesoro (MEF)

$\boxed{2}$ CTZ

CTZ rientrano nella classe ZCB zero coupon Bond

Bond = obbligaz.
coupon = cedola
ZCB $\Leftrightarrow$ no cedole

ZCB emessi dallo Stato : CTZ, BOT

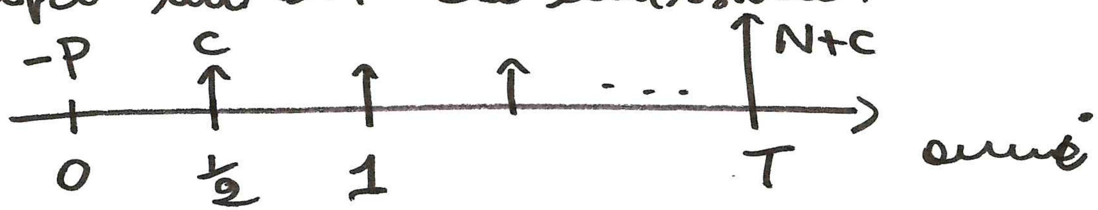
CTZ ha scadenza 2 anni

$\boxed{3}$ BTP buoni Tesoro poliennali :

media-lunga scadenza (3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 50 anni)
coupon bond : hanno cedola
<u>cedole</u> : semestrali
certe, costanti

<u>a scadenza</u> : viene pagato N nominale, + ultima cedola c

se compro un BTP all'emissione :



tasso cedolare : $2 \cdot \frac{C}{N}$ = interesse di tutto l'anno ottenuto con le cedole

es. tasso cedolare = 6% ⇒ ogni cedola = 3 €

nel giornale trovo:

es. BTP $\underline{1/5/2031}$ $\underline{6\%}$

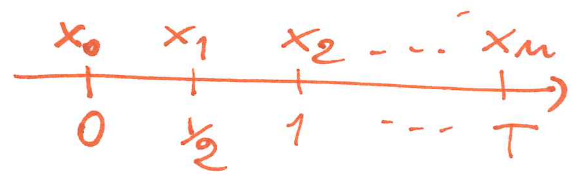
$\uparrow$ T $\uparrow$ tasso cedolare

cedole : 1/11/ ogni anno

1/5/ " " da quando lo compro

Quantificazione del rendimento di un BTP:

RENDIMENTO EX POST : $\frac{V_{fin} - V_{ini}}{V_{ini}}$



V_{ini} = spesa in 0 istante di acquisto del titolo

V_{fin} = valore montante in T di $\{x_1, \dots, x_n\} / \{t_1, \dots, t_n\}$,

dove x_i sono gli introiti generati dal possesso del titolo:

$x_1 = \dots = x_{n-1} = C$, $x_n = N + C$,

ad un tasso j

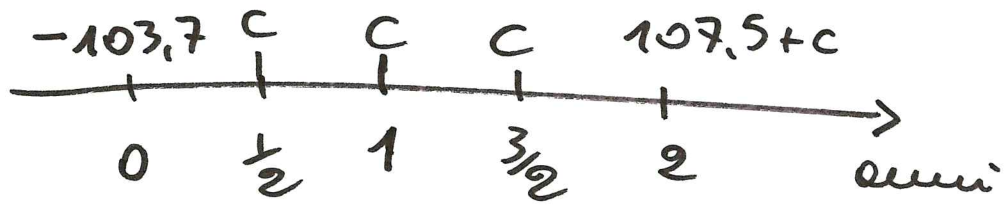
V_{fin} = valore in T del flusso degli introiti che via via che sono incassati vengono depositati su un cc che remunera al tasso j

ex post: posso calcolare l'effettivo V_{fin} solo a fine investimento

es. $x_0 = 103{,}7$

$x_1 = x_2 = x_3 = 5$

$x_n = 107{,}5 + 5$



rend. ex post? $j = 1\%$ a.