Corso di Laurea in Diagnostica e Materiali per la Conservazione e il Restauro
Prova scritta di Matematica, 24 Gennaio 2018, secondo modulo

Nome e Cognome ______________________________________

Test *Punteggio: ogni risposta corretta 2 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta errata -0,5 punti.*
Si scelga una delle quattro risposte proposte, utilizzando la seguente tabella:

A	
B	
C	
D	

A) Una primitiva di $f(x) = \sin(x)e^x$ data da
{1} $g(x) = \sin(x)e^x$ **{2}** $g(x) = \cos(x)e^x - x$
{3} $g(x) = \frac{1}{2}(\sin(x) - \cos(x))e^x$ **{4}** $g(x) = \frac{1}{2}(\sin(x) + \cos(x))e^x$**.**

B) Dati i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, si dica quale affermazione vale
{**1**} v_1, v_2, v_3 sono linearmente dipendenti {**2**} v_1, v_3, v_4 sono linearmente dipendenti
{**3**} v_2, v_3, v_4 sono linearmente dipendenti {**4**} v_1, v_2, v_4 sono linearmente dipendenti.

C) Una soluzione dell'equazione differenziale $y'' + 9y = 0$ data da
{1} $y = -\sin(3x) + \cos(x)$ **{2}** $y = 6\sin(3x) + \cos(3x)$
{3} $y = 9\sin(x) - 9\cos(x)$ **{4}** $y = -9\sin(x) + 6\cos(3x)$**.**

D) Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema $\begin{cases} kx - y = 2 \\ x - y = k \end{cases}$ ha soluzione?
{1} $k = 1$ **{2}** $k \neq 0$
{3} $k \neq -1$ **{4}** $k \neq 1$**.**

Esercizi (scrivere sul retro del foglio, se necessario continuare su un foglio aggiuntivo indicando nuovamente nome e cognome. Si motivino tutte le risposte.)

1) Si trovino tutte le soluzioni, al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$, del seguente sistema lineare, discutendo la loro esistenza

$$\begin{cases} x + y = t - 2 \\ -2(t-1)x + y = 1 - t \\ (t-1)x - y = -2 \end{cases}$$

(8 punti)

2) Si calcoli l'area della regione limitata del piano cartesiano compresa tra le curve di equazione
$y = 2x^2 - 12x - 5$ e $y + 5 = 0$.
(8 punti)

3) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = -1, \; y'(0) = 1 \end{cases}$$

(8 punti)