Corso di Laurea in Diagnostica e Materiali per la Conservazione e il Restauro
Prova scritta di Matematica, 22 Febbraio 2018, secondo modulo

Nome e Cognome e matricola ____

Test *Punteggio: ogni risposta corretta 2 punti, ogni risposta non data 0 punti, ogni risposta errata -0,5 punti.*
Si scelga una delle quattro risposte proposte, utilizzando la seguente tabella:

A	
B	
C	
D	

A) La derivata della funzione $f(x) = \int_3^x \log_e(1+t^2)dt$ data da
{1} $f'(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ **{2}** $f'(x) = \log_e(1+x^2) - \log_e(10)$
{3} $f'(x) = 2x\log_e(1+x^2)$ **{4}** nessuna delle precedenti.

B) Dati i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, si dica quale affermazione vale
{1} v_1, v_2, v_3 sono linearmente dipendenti **{2}** v_1, v_3, v_4 sono linearmente dipendenti
{3} v_2, v_3, v_4 sono linearmente dipendenti **{4}** v_1, v_2, v_4 sono linearmente dipendenti.

C) Una soluzione dell'equazione differenziale $y'' + 4y = 0$ data da
{1} $y = -\sin(2x) + \cos(x)$ **{2}** $y = 6\sin(2x) + \cos(2x)$
{3} $y = 4\sin(x) - 4\cos(x)$ **{4}** $y = -4\sin(x) + 6\cos(2x)$.

D) Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema $\begin{cases} kx - y = 2 \\ x + y = k \end{cases}$ ha soluzione?
{1} $k \neq 2$ **{2}** $k \neq 0$
{3} $k \neq -1$ **{4}** $k \neq 1$.

Esercizi (scrivere sul retro del foglio, se necessario continuare su un foglio aggiuntivo indicando nuovamente nome e cognome. Si motivino tutte le risposte.)

1) Si trovino tutte le soluzioni, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, del seguente sistema lineare, discutendo la loro esistenza. Si usi il metodo di Gauss.

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = k \\ x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$$

(14 punti)

3) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 3y = 0 \\ y(0) = -1,\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

(8 punti)