

Esercizio 1 [14 pt]

1) [6 pt] Si descriva il funzionamento della legge della capitalizzazione mista, in riferimento ad un tasso annuale di interesse i , con capitalizzazione trimestrale degli interessi. Si fornisca la formula del valore montante M_t di 1 Euro della data $t = 0$ al generico istante $t \in [0, 1]$ anni, e si disegni il grafico di M_t .

2) [2 pt] Si disegni lo scadenzario relativo ai seguenti movimenti, registrati su un conto corrente con saldo al 1/10/2016 pari a 4'600 Eu

10/10/2016	-56 Eu	pagamento con bancomat
27/10/2016	+800 Eu	emolumenti
31/12/2016	-8.55 Eu	pagamento bollo
4/2/2017	-200 Eu	pagamento con bancomat.

3) [3 pt] Si calcoli il saldo sul conto al 20/2/2017, dopo aver scritto esplicitamente la lunghezza di ogni intervallo temporale considerato e sapendo che:

- vige un tasso attivo e passivo pari a $i=1\%$ annuo,
- vige la capitalizzazione mista con capitalizzazione degli interessi alle date 31/3, 30/6, 30/9, 31/12 di ogni anno,
- i giorni sono contati in convenzione Act/Act,
- non si conteggiano gli interessi maturati nel giorno del saldo, in coerenza con la regola per cui il primo giorno conta e l'ultimo no,
- si tiene conto del prelievo fiscale operato ad ogni data di capitalizzazione in base all'aliquota del 26%,
- il 2016 è stato anno bisestile.

4) [3 pt] Si spieghi e dimostri cosa diventa la capitalizzazione mista nel caso limite in cui la durata del periodo tra 2 istanti di capitalizzazione degli interessi tende a zero. Si interpreti il risultato.

Esercizio 2 [12 pt]

Compro un BOT annuale al prezzo 99,2 Eu, dopo un mese dalla sua emissione, quando il prezzo era 99 Eu.

Dopo 9 mesi dal mio acquisto il BOT vale sul mercato 101 Eu, allora lo rivendo e compro al prezzo di 98.5 Eu un altro BOT annuale, che alla sua emissione valeva 98 Eu, e che scade dopo 9 mesi dal mio acquisto.

Tengo questo secondo BOT fino alla sua scadenza.

1) [2 pt] Disegnare lo scadenzario dell'intera operazione senza tener conto delle tasse. [4 pt] Scrivere l'equazione del TIR dell'operazione. Riconducendo quest'ultima ad una equazione di secondo grado, determinare il TIR annuale dell'operazione. Si approssimi alla quarta cifra decimale anche nei passaggi intermedi.

2) [4 pt] Determinare tutti gli importi dell'operazione in uscita e in entrata tenendo invece conto delle tasse (ma non delle commissioni della banca) e ridisegnare lo scadenzario dell'intera operazione.

Scrivere l'equazione del TIR dell'operazione con questi nuovi importi e determinare il TIR annuale dell'operazione.

Esercizio 3 [8 pt]

1) [2 pt] Si dica che cosa è una operazione di arbitraggio ed in cosa consiste la vendita allo scoperto di un titolo.

2) [6 pt] Si enunci il teorema che fornisce il prezzo equo in $t = 0$ di un flusso futuro di importi, elencando e spiegando tutte le ipotesi. Si fornisca una dimostrazione, evidenziando dove si usano le ipotesi.

SOLUZIONI

EX 1

1) e 4) Si vedano le slide delle lezioni fatte in classe 25/9/2017.

3) (L'esercizio è molto simile a quello fatto in classe alla lezione del 12/10/2017).

```
[ > EX1
[ > 3) *****
[ tasso al netto delle tasse
[ > j:= 0.01*(1-26/100);
[ saldo al 20/2/2017
[ >
[ 
$$4600 \left(1 + \frac{46}{183}j\right) \left(1 + \frac{10}{73}j\right) - 56 \left(1 + \frac{83}{366}j\right) \left(1 + \frac{10}{73}j\right) + 800 \left(1 + \frac{11}{61}j\right) \left(1 + \frac{10}{73}j\right)$$

[ 
$$- 8.55 \left(1 + \frac{1}{366}j\right) \left(1 + \frac{10}{73}j\right) - 200 - \frac{640}{73}j$$

[ > 4600*(1+j*(31+30+31)/366)*(1+j*(31+19)/365)
[ -56*(1+j*(31-9+30+31)/366)*(1+j*(31+19)/365)+800*(1+j*(31-26+30+
[ 31)/366)*(1+j*(31+19)/365)-8.55*(1+j*1/366)*(1+j*(31+19)/365)
[ -200*(1+j*(19-3)/365);
[
[ 
$$j := .007400000000$$

[ 
$$5150.333219$$

[
```

EX 2

```
[ > EX 2
[ > 1) *****
[ equazione del TIR
[ > -99.2+(101-98.5)*v12^9+ 100* v12^(18);
[ 
$$-99.2 + 2.5 v12^9 + 100 v12^{18}$$

[ x=v_12^9 fattore di sconto su base 9 mesi
[ > solve(-99.2+2.5*x+100*x^2, x);
[ 
$$.9835704041, -1.008570404$$

[ la seconda soluzione da un fattore di sconto negativo: non accettabile; delta
[ > 2.5^2+4*99.2*100; sqrt(39686.25);
[ 
$$39686.25$$

[ 
$$199.2140808$$

[ x^(12/9) è l'equivalente fattore di sconto su base annuale
[ > .9836^(12/9);
[ 
$$.9781933215$$

[ > TIR=1/.9782-1;
[ 
$$TIR = .022285831$$

```

3) $\theta := 12.5/100 = .1250000000$

in t=1 mese (data di acquisto del BOT1) spendo

$$c := 99.2 + (100 - 99)\theta * 11/12 = 99.31458333$$

in s= 10 mesi: per la vendita del BOT1 ho plus= Bs-ps-(Bt-pt)

$$pt := 99 + (100 - 99) * 1/12.0; ps := 99 + (100 - 99) * 10/12.0;$$

$Bt := 99.2; Bs := 101; plus := Bs - Bt - (ps - pt);$
 $pt := 99.08333333 ps := 99.83333333 Bt := 99.2 Bs := 101 plus := 1.05000000$
 bilancio della vendita del BOT1
 $b1 := Bs + (100 - 99) * \theta * 2/12 - plus * \theta; b1 := 100.8895833$
 spesa per l'acquisto del BOT2
 $b2 := 98.6 + (100 - 98) * \theta * 9/12; b2 := 98.78750000$
 bilancio compravendita in s=10 mesi
 $b := b1 - b2; b := 2.10208330$
 incasso alla data u=19
 $a := 100; a := 100$
 equazione del TIR: $x = v^{(9/12)}$ fattore di sconto su base 9 mesi, v= fattore di sconto annuale
 $a * x^2 + b * x - c; \Delta := b^2 + 4 * a * c; \sqrt{(\Delta)};$
 $100x^2 + 2.10208330x - 99.31458333 \Delta := 39730.25208 199.3244894$
 $solve(\%, x); .9861120306, -1.007132864$
 seconda soluzione non accettabile perché corrisponde ad un fattore di sconto negativo (cioè ad un tasso $i < -1$). $x=.9861$, annualizzo e trovo v, poi il TIR
 $x := .9861; v := x^{(12/9)}; TIR2 := 1/v - 1;$
 $x := .9861 v := .9815097356 TIR2 := .018838595$
 torna che sia più basso del TIR1: ci sono spese che comportano maggiori esborsi e minori intoriti

EX 3

Si vedano le slide delle lezioni 9/10/2017.