ALWAYS LEARNING

CAPITOLO 7 – L’analisi delle serie storiche per la programmazione delle attività
Paragrafo 7.5 – La stima del trend per le previsioni a medio-lungo termine

7

Paragrafo 7.5
La stima del trend per le previsioni a medio-lungo termine

Argomenti

- Obiettivi delle previsioni e funzioni analitiche più utilizzate

- Metodi di stima dei parametri e previsione

Paragrafo 7.5.1
Obiettivi delle previsioni e funzioni analitiche più utilizzate

Come si è già accennato all'inizio del capitolo, **in azienda** è necessario effettuare le **previsioni delle vendite** anche per **predisporre i piani strategici**, in genere a medio termine.

Non vi è dubbio che, tra queste ultime, la **previsione dell'andamento tendenziale delle vendite** di ciascun prodotto sarà di estremo interesse.

E' quindi importante **stimare il trend della serie storica** delle vendite riguardante il prodotto di interesse impiegando i cosiddetti **metodi analitici**, cioè specificando il trend con una funzione del tempo da poter poi utilizzare a **fini previsivi** (estrapolativi).

In termini formali, ammettendo di avere una **serie di dati annuali** (come spesso si fa in pratica) o una serie di dati con cadenza inferiore all'anno però **destagionalizzata** (e cioè la parte sistematica è composta dal solo trend), si pone

$y_t = f(t) + e_t$, dove appunto T_t è una funzione del tempo f(t).

La specificazione della **f(t)** può avvenire con qualsiasi funzione analitica, ovviamente **dipende dall'andamento** che si presume abbia la serie e che può essere ipotizzato sulla base dell'esame del time-plot.

Illustriamo di seguito le funzioni più frequentemente utilizzate

Trend lineare o linearizzabile nei parametri

1. Funzione costante

2. Funzione lineare

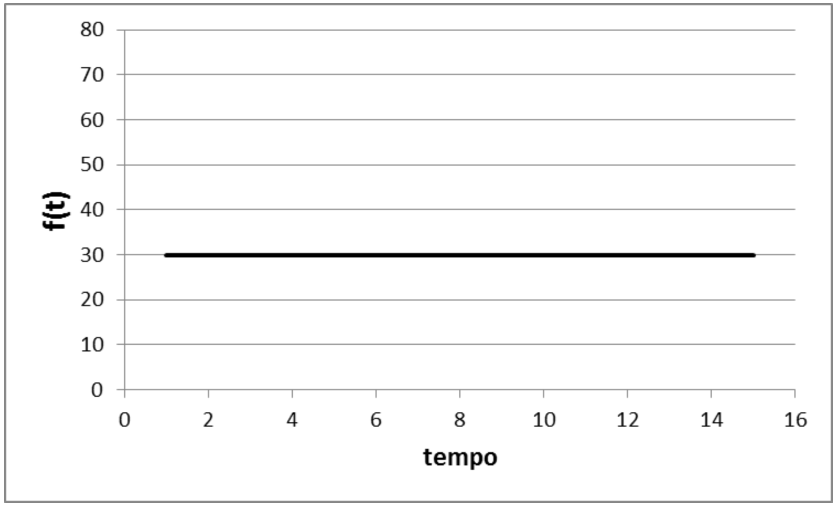
3. Polinomio di secondo grado

4. Funzione esponenziale

1. Funzione costante

$$f(t) = \beta_0$$

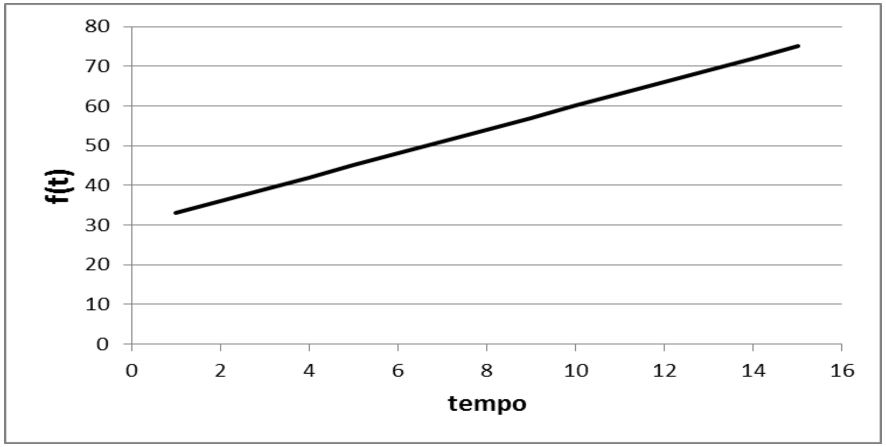
In questo caso l'andamento di fondo della **serie storica è costante** e la serie è quindi stazionaria (**pattern orizzontale**).

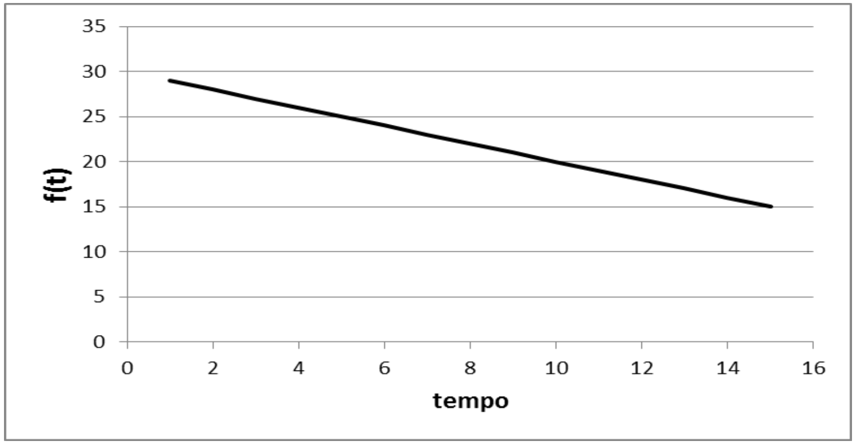


2. Funzione lineare

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 t$$

dove β_0 è l'intercetta e β_1 è la pendenza della retta. Se $\boldsymbol{\beta_1 > 0}$, il **trend** è **crescente**; se $\boldsymbol{\beta_1 < 0}$, il **trend** è **decrescente**; se $\beta_1 = 0$ esiste un pattern orizzontale (serie stazionaria, cioè si riconduce al caso precedente).

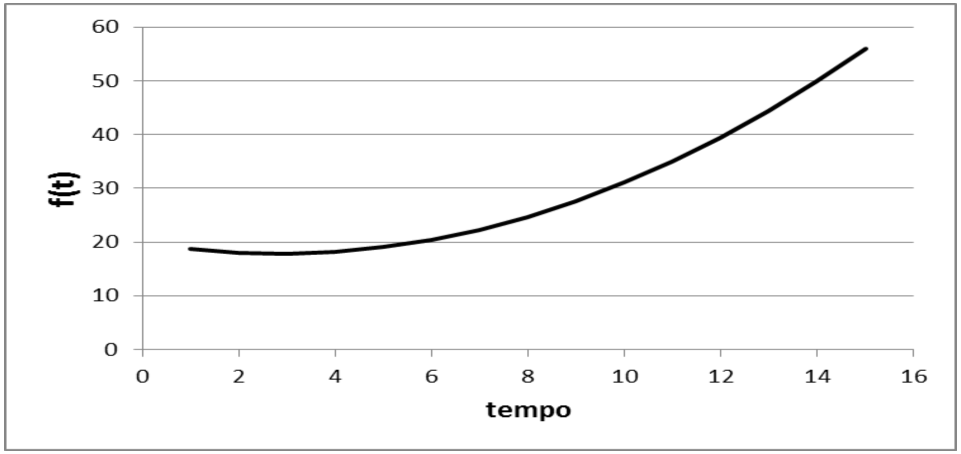


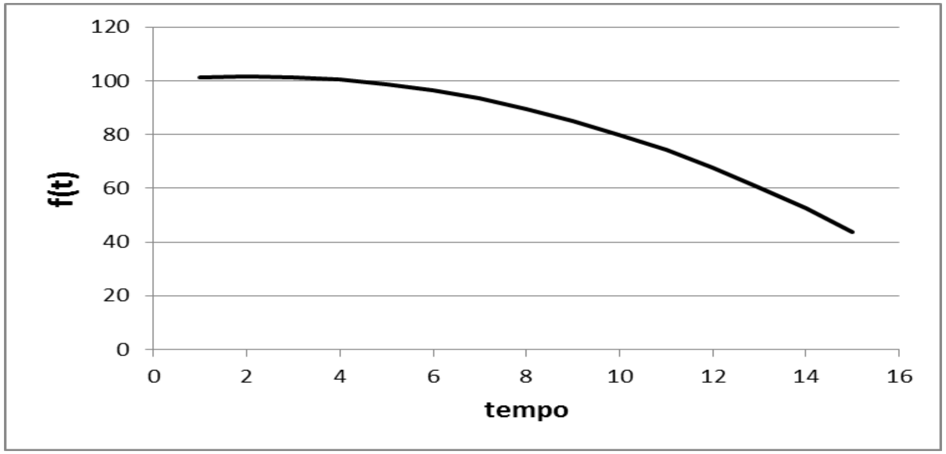


3. Polinomio di secondo grado

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$$

che rappresenta un **ramo di parabola**, crescente o decrescente, convesso o concavo a seconda dei segni dei coefficienti.





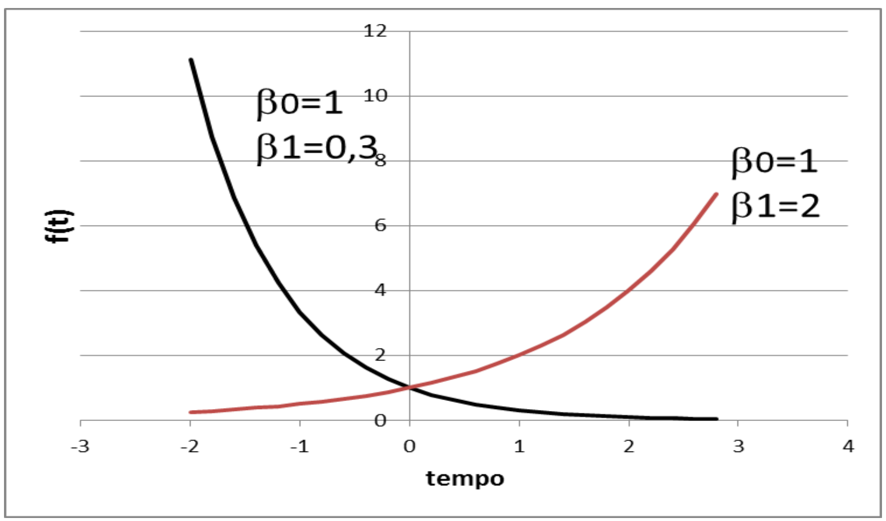
4. Funzione esponenziale

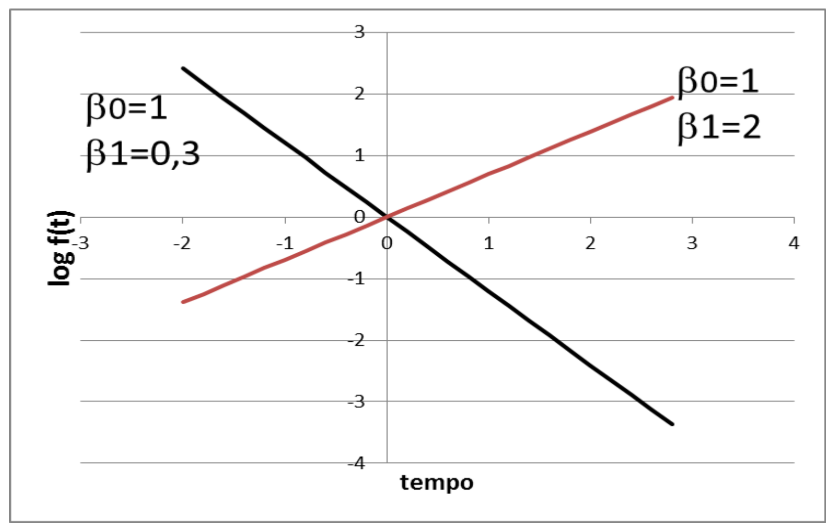
$$\mathbf{f(t) = \beta_0 + \beta_1^t}$$

che è caratterizzata da una crescita repentina e apparentemente senza limiti ed è spesso usata **quando le vendite di un prodotto si trovano nel periodo di massimo sviluppo**.

Pur non essendo lineare nei parametri, si può rendere lineare attraverso una **trasformazione logaritmica:** $\mathbf{\ln f(t) = \ln \beta_0 + t \ln \beta_1}$

Si riportano di seguito alcune rappresentazioni grafiche della funzione esponenziale





Trend non lineari nei parametri

5. Funzione esponenziale modificata

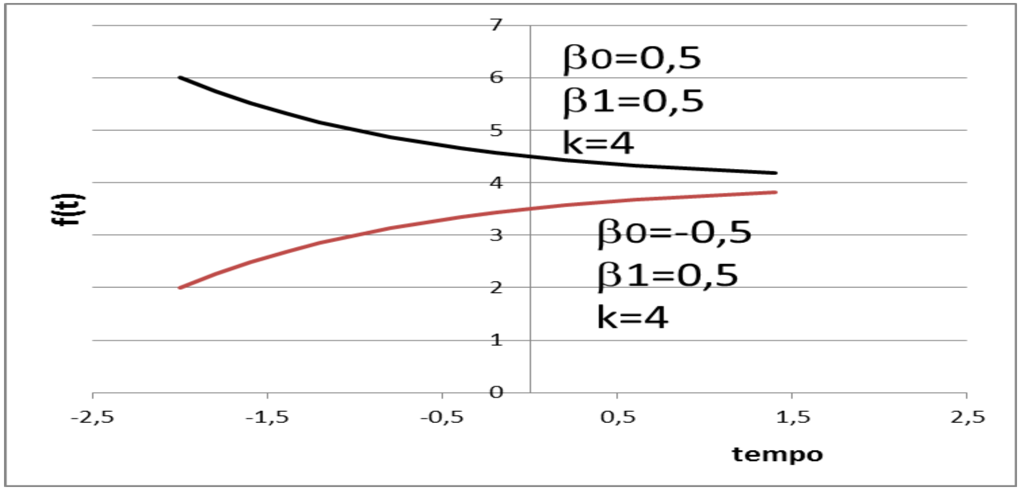
6. Funzione di Gompertz

5. Funzione esponenziale modificata

$$f(t) = K + \beta_0 + \beta_1^t$$

Si tratta di una funzione esponenziale che **tende ad un asintoto K**. Come si vede dal grafico qui riportato, è questo un andamento delle vendite che, nel medio-lungo periodo, aumentano (o diminuiscono) in modo meno che proporzionale fino a stabilizzarsi.

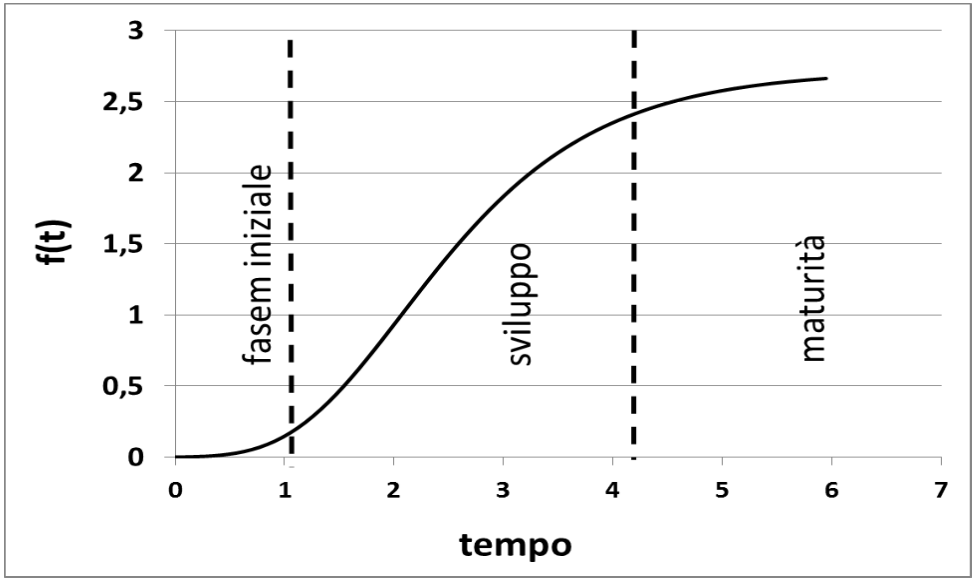
Ovviamente, anche in questo caso, per l'analisi dell'andamento delle vendite di un prodotto interessa soltanto la funzione corrispondente alla parte positiva dell'ascissa.



5. Funzione di Gompertz

$$f(t) = k\beta_0^{\beta_1^t}$$

Essa ha una forma a S allungata che ben rappresenta, come si può rilevare dal grafico sottostante, quello che gli aziendalisti chiamano il ciclo di vita di un prodotto che passa da uno stadio iniziale di introduzione nel mercato, ad una fase di sviluppo piuttosto elevato, di "conquista" del mercato, e, infine, ad una fase di maturità nella quale il mercato del prodotto è piuttosto stabile verso il valore (livello= asintoto K) limite della crescita (Molteni e Troilo, 2003).



Nella fase di nascita e di sviluppo l'andamento delle vendite dipende prevalentemente dagli strumenti di marketing i vari segmenti di mercato. Nello stadio di maturità, l'andamento delle vendite è principalmente influenzato, nel breve periodo, da andamenti stagionali.

Paragrafo 7.5.2
Metodi di stima dei parametri e previsione

Nel caso in cui la parte sistematica del modello è rappresentata soltanto dal trend, cioè con $Y_t = T_t + e_t$, e i modelli statistici proposti per rappresentare il trend in funzione di t sono lineari o linearizzabili nei parametri (vedi funzioni da 1 a 4, paragrafo 7.3.1), per la stima dei loro parametri si può ricorrere al **metodo dei minimi quadrati ordinari**, (vedi Capitolo 6).

Nel caso delle serie temporali è anche importante verificare la **costanza dei parametri** nell'intervallo di stima e l'eventuale cambiamento strutturale della serie. Se i parametri del modello non sono stabili nell'intervallo di stima difficilmente il suo impiego produrrà buone previsioni per il futuro. Questa verifica può essere svolta utilizzando i cosiddetti **stimatori ricorsivi**, cioè stimando i parametri del modello impiegando inizialmente un campione di (N_1) unità del totale dei dati di osservazione (N), con $N_1 < N$ e stimando successivamente un nuovo vettore dei parametri utilizzando N_1+1 unità, e così via. La sequenza delle stime ricorsive consente di trarre importanti **informazioni** circa la **stabilità dei parametri**.

Per quanto riguarda poi l'utilizzo del modello per la previsione del trend, ricordando l'ipotesi fatta su e_t , la previsione puntuale (valore atteso) sul possibile valore del fenomeno al tempo t+h con h ≥ 1 sarà basata sulla seguente relazione:

$$F_{t+h} = E\,[Y_{t+h}] = E\,[f_{t+h}] + E\,[e_{t+h}]$$

ed essendo il valore atteso del secondo addendo uguale a zero, se si opera con un modello lineare o linearizzabile, si ha che la previsione sul futuro andamento del fenomeno corrisponde alla estrapolazione della sola componente di fondo condizionatamente a tutte le informazioni raccolte sino al tempo t, cioè:

$$F_{t+h} = E\,[Y_{t+h}] = \hat{Y}_{t+h/t} = f'_{t+h}$$

Oltre alla previsione puntuale è certamente utile calcolare anche un **intervallo di previsione** che, con una probabilità prefissata, contenga il valore vero futuro. Si tratta di **calcolare** il cosiddetto intervallo della stima attraverso la **stima del'errore quadratico medio della stima puntuale** (vedi Paragrafo 6.2).

Infine, quando il trend è rappresentato da una **funzione non lineare** e **non linearizzabile nei parametri**, come è il caso delle funzioni esponenziale modificata e di Gompertz, si può ricorrere al cosiddetto **metodo delle somme,** che però non porta in genere a stime con buone proprietà.

Esempio 7.3 - La stima di una funzione analitica per la previsione del trend

Una impresa sta predisponendo un piano strategico di produzione per i prossimi due anni e desidera disporre di una previsione delle vendite di un determinato prodotto effettuata sulla base del loro andamento passato. A tal fine dispone dei dati mensili delle vendite dal gennaio 2000 al dicembre 2011 riporatati nella tabella 7.3.

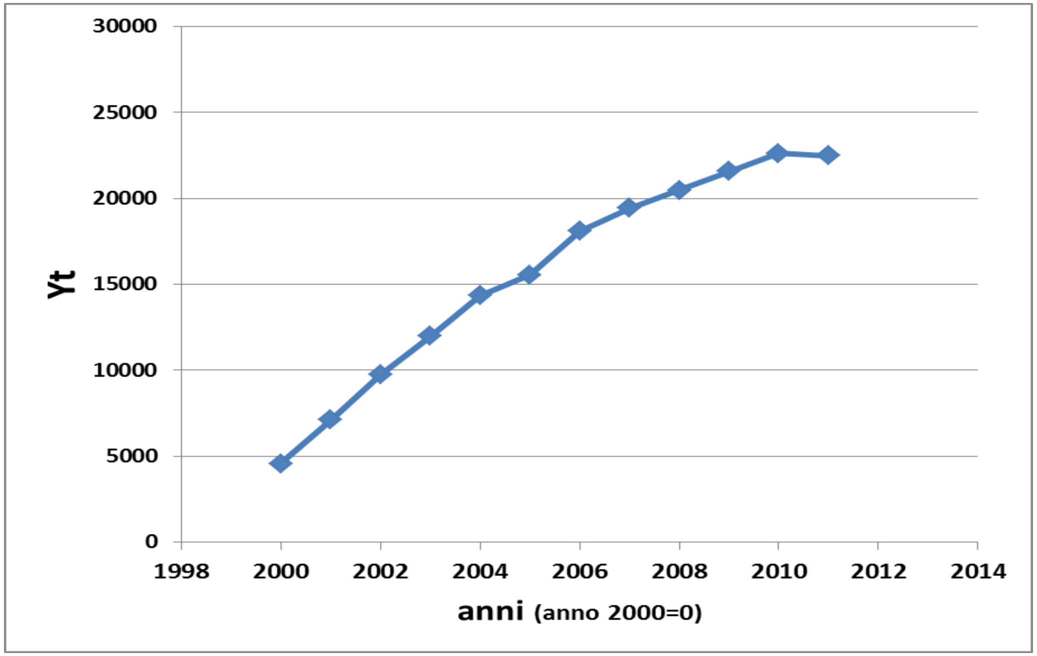
Tabella 7.3 Vendite mensili di un prodotto dell'azienda Alfa dal 2000 al 2011

	gennaio	febbraio	marzo	aprile	maggio	giugno	luglio	Agosto	settembre	ottobre	novembre	dicembre	TOTALE
2000	324	312	318	442	463	431	152	313	189	430	520	667	4561
2001	482	624	625	606	499	440	525	463	501	659	741	946	7112
2002	710	789	769	1037	747	763	601	607	687	944	964	1104	9722
2003	989	825	879	1012	827	951	1256	842	1015	968	1076	1341	11980
2004	1183	1143	1257	1291	1100	984	1126	1079	1152	1230	1402	1405	14353
2005	1208	1442	1229	1250	1173	1261	1377	986	1256	1406	1449	1509	15547
2006	1590	1504	1508	1429	1443	1589	1475	1451	1440	1504	1545	1606	18084
2007	1665	1826	1460	1493	1550	1731	1562	1513	1564	1588	1563	1918	19433
2008	1957	1561	1617	1589	1658	1636	1626	1634	1861	1772	1726	1843	20481
2009	1905	1868	1665	1981	1899	1658	1777	1552	1601	1782	1853	2041	21583
2010	1935	1974	1728	1783	1935	1913	1765	1679	1833	1899	2096	2080	22620
2011	1900	1959	1931	1908	1897	1996	1782	1717	1614	1965	1810	2004	22483

La risposta a questa domanda può essere fornita stimando il trend delle vendite del prodotto sulla base di un funzione analitica del tempo. Poiché i dati sono mensili, onde evitare problemi legati all'eventuale stagionalità, la stima viene fatta impiegando i dati annuali che sono uguali alla somma delle vendite di ciascun anno (l'alternativa potrebbe essere quella di eliminare prima la eventuale presenza di stagionalità dalla serie storica).

Il time-plot (Figura 7.5) mette in evidenza che, verosimilmente, l'andamento è tipico di un polinomio di secondo grado, e del resto i valori delle differenze prime della y_t non sono costatnti ma decrescenti, mentre quelli delle differenze seconde oscillano attorno ad un valore costante.

Figura 7.5 Vendite annuali di un prodotto dell'azienda Alfa dal 2000 al 2011



Si decide pertanto di adattare alla serie storica una parabola di 2° grado e di stimarne i parametri con il metodo dei minimi quadrati.

La stima dei parametri della parabola fornisce i seguenti risultati, dai quali sono evidenti il buon adattamento del modello (R2 vicino a 1) e la significatività della stima dei parametri. Ciò significa che il modello potrebbe essere impiegato con una certa fiducia per effettuare previsioni (estrapolazioni) agli anni successivi.

y_t = 4386,49+ 2905,65 t –111,57 t^2

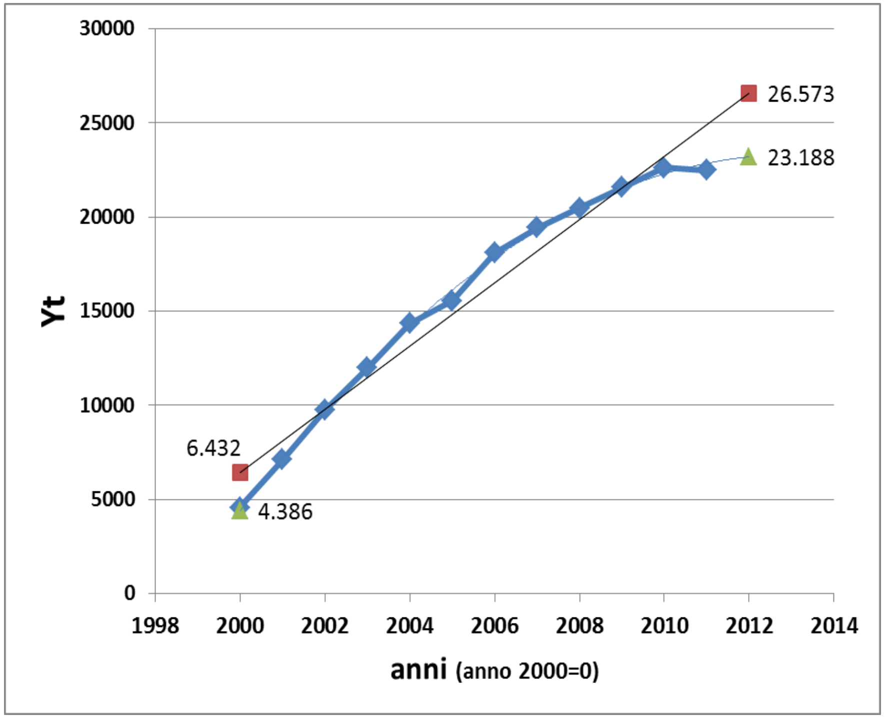
R^2 = 0,9982

A soli fini esemplificativi è stata adattata alla serie storica anche una retta. La stima ha fornito i seguenti risultati che a prima vista potrebbero apparire anch'essi interessanti a fini previsivi visto che l'R2 è molto elevato.

y_t **=** 6431,941**+** 1678,4 t

R^2 = 0,9586

Nel grafico che segue sono state riportate le due funzioni stimate (retta e parabola di 2° grado) e le previsioni fatte per l'anno 2012.



Esso conferma chiaramente come la parabola fornisca sia un migliore adattamento che previsioni più plausibili. Tuttavia si rileva anche come la previsione effettuata con funzioni analitiche del tempo presenti elementi di rigidità in relazione alla costanza dei parametri, mentre magari negli ultimi periodi l'andamento del fenomeno si sta modificando.

Effettuando le previsioni ex-post si ottengono per l'anno 2011 i valori previsti di 25.902,71 e di 23.290,35, rispettivamente con la retta e con la parabola, mentre il valore rilevato è stato pari a 22.483

PEARSON