

Sintesi Sequenziale Sincrona

(Prima Parte)

- Le uscite di un **circuito sequenziale** in un dato istante di tempo dipendono
 - Dalla condizione iniziale del circuito
 - Dalla sequenza di ingressi, applicata in un arco temporale finito, fino all'istante considerato
- Ovvero, **il dispositivo ha memoria degli eventi passati**
- In un generico istante t , l'informazione relativa al "contenuto" di questa memoria è rappresentata dal **concetto di stato**
 - Nota: le reti combinatorie possono essere considerate un caso particolare di sistema sequenziale, dove lo stato è unico

- **Progetto di reti combinatorie**
 - I metodi sono noti e ben assestati
 - Si ricercano nuove soluzioni che aumentino l'efficienza:
 - Computazionale degli strumenti automatici
 - Nell'uso delle risorse (es. BDD)
- **Progetto di reti sequenziali**
 - L'ottimizzazione di circuiti sequenziali è in costante evoluzione
 - Esistono buoni metodi ma non di uso generale
 - Lo sviluppo di software efficienti necessita di ulteriori sforzi

- Il modello di un circuito sincrono può essere
 - **Comportamentale** (descrive l'evoluzione degli stati e delle uscite del dispositivo)
 - La transizione degli stati è descritta in termini di tabelle o diagrammi
 - Le informazioni sugli stati sono esplicite
 - Le informazioni sull'area e sui ritardi sono implicite
 - **Strutturale**
 - Il modello del circuito è una *netlist*, ovvero un insieme di componenti, registri e logica combinatoria, collegati tra loro
 - Le informazioni sugli stati sono implicite
 - Le informazioni sull'area e ritardi sono esplicite

Modello comportamentale

- Il modello generale delle macchine sequenziali cui si fa riferimento è quello delle **Macchine a Stati Finiti Deterministiche** (*Finite State Machine* \leftrightarrow *FSM*)
 - Con questo modello le macchine sequenziali vengono descritte tramite la teoria degli automi
 - Su questo modello si basano la metodologia e le tecniche di sintesi esposte
- **Macchine a stati finiti deterministiche**
 - **Fisica realizzabilità**: il numero di stati è finito ed il comportamento della macchina in un istante t non dipende da eventi futuri
 - Dato uno stato ed una configurazione di ingresso il nuovo stato è identificato univocamente
- Si considera la sintesi di **FSM sincrone**

Una **macchina sequenziale** è definita dalla quintupla
(I, U, S, δ, λ)

- **I:** Alfabeto di ingresso
 - È costituito dall'insieme finito dei simboli di ingresso
 - Con n linee di ingresso si hanno 2^n simboli
- **U:** Alfabeto di uscita
 - È costituito dall'insieme finito dei simboli di uscita
 - Con m linee di ingresso si hanno 2^m simboli
- **S:** Insieme degli stati
 - Insieme finito e non vuoto degli stati
 - Spesso viene definito anche uno **stato iniziale** o **stato di reset**, in cui la macchina deve portarsi all'accensione o all'applicazione del segnale di reset
- δ : Funzione prossimo stato
- λ : Funzione d'uscita

➤ Funzione prossimo stato δ

- Ad ogni stato presente e per ogni simbolo di ingresso, la funzione δ associa un prossimo stato:
 $\delta: S \times I \rightarrow S$
- Ad ogni coppia {stato, simbolo di ingresso} è associato, se specificato, uno ed un solo prossimo stato
- Definisce l'evoluzione della macchina nel tempo, in risposta agli eventi in ingresso

➤ Funzione d'uscita λ Genera il simbolo d'uscita

Macchine di Mealy: l'uscita dipende sia dallo stato presente sia dall'ingresso:
 $\lambda: S \times I \rightarrow U$

Macchine di Moore: l'uscita dipende solamente dallo stato presente:
 $\lambda: S \rightarrow U$

Macchine di Mealy e Macchine di Moore

➤ **Macchine di Mealy**

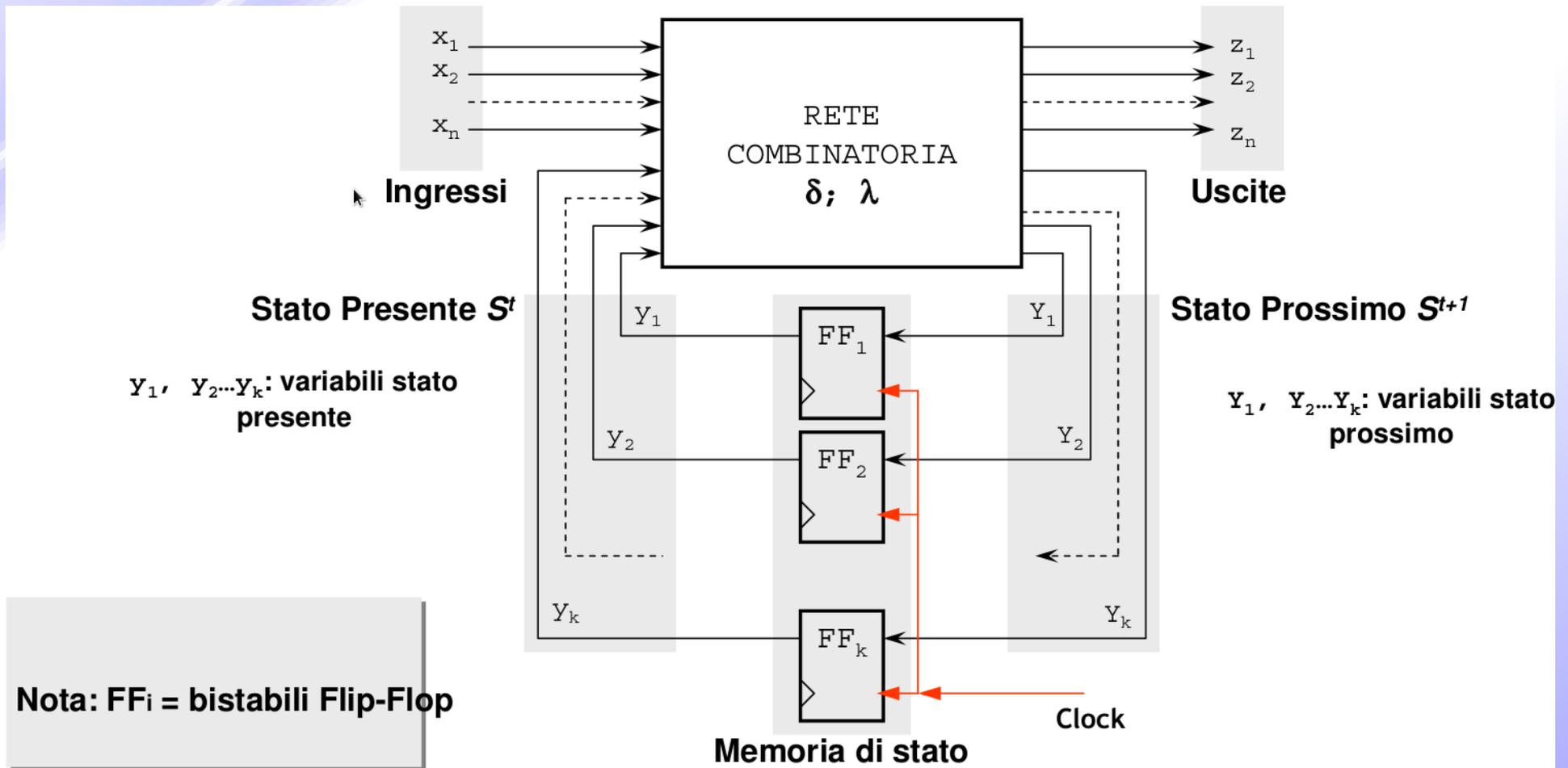
- La funzione di uscita costituisce la risposta della macchina quando, trovandosi in un certo stato presente, si riceve un simbolo in ingresso
- Nelle macchine di Mealy, l'uscita va "letta" mentre la macchina subisce una transizione di stato

➤ **Macchine di Moore**

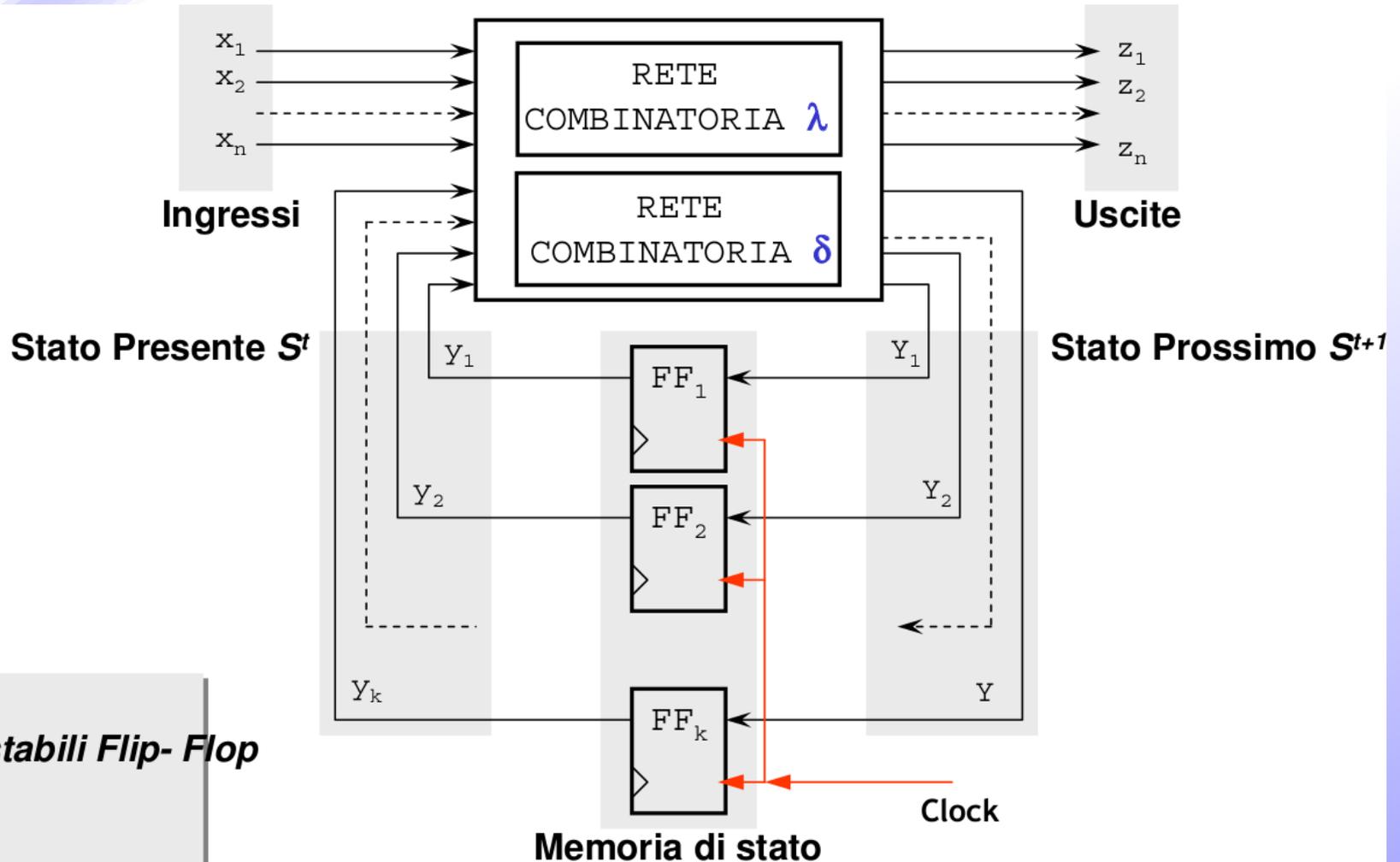
- La funzione di uscita costituisce la risposta della macchina associata allo stato in cui si trova
 - Nelle macchine di Moore, l'uscita viene letta mentre la macchina si trova in un determinato stato
- È possibile trasformare una macchina di Mealy in una equivalente di Moore, e viceversa

Architettura generale

Struttura generale di una macchina sequenziale (Huffman):

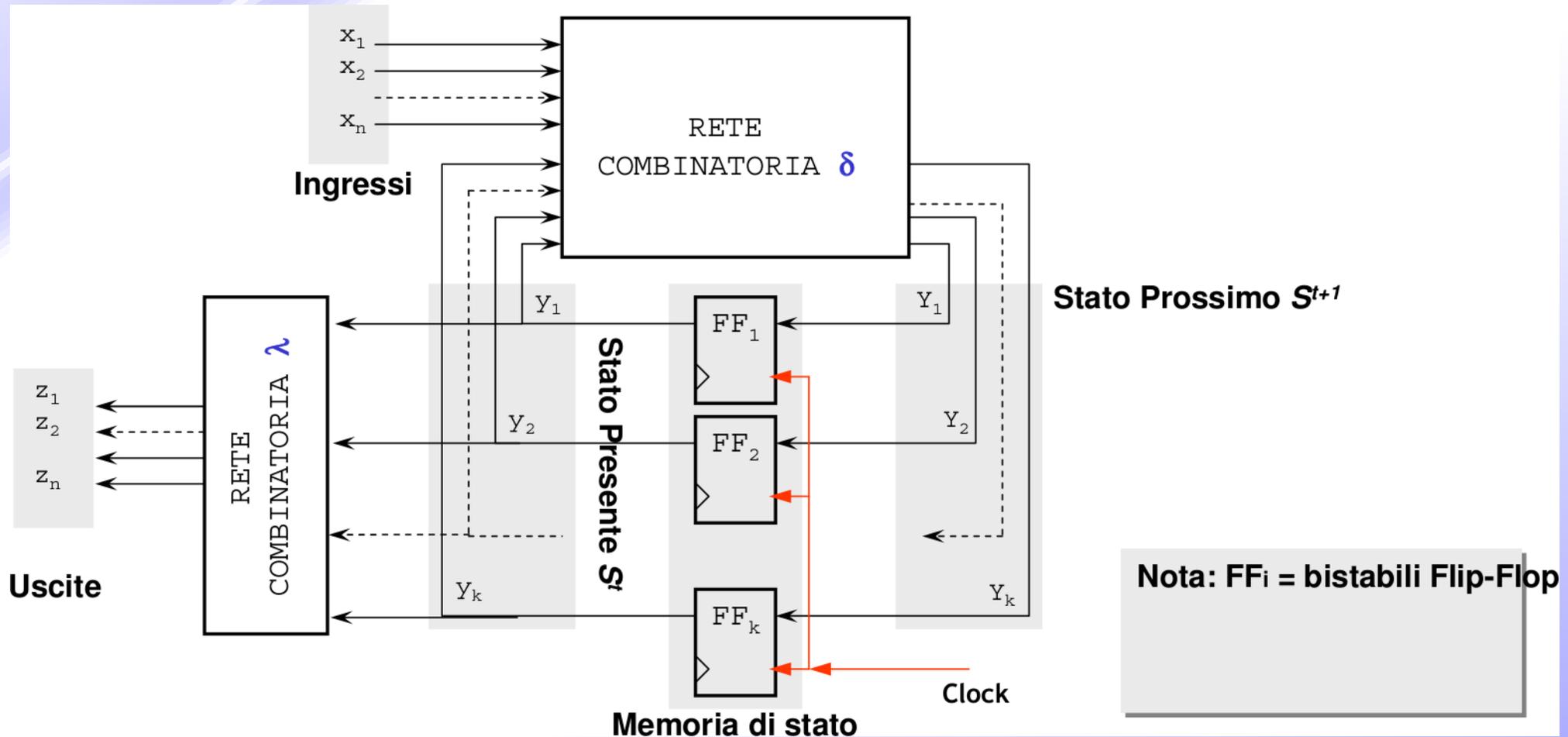


Struttura generale di una macchina di Mealy:



Nota: FF_i = bistabili Flip-Flop

Struttura generale di una macchina di Moore:



- La **sintesi comportamentale** di una rete sequenziale consiste nella:
 - Identificazione delle funzioni δ e λ
 - Sintesi della rete combinatoria che le realizza
- Gli elementi di memoria (bistabili) sono costituiti da Flip-Flop (**li vedremo - ampiamente**)
 - I flip-flop di tipo D sono quelli usati più comunemente
- La funzione di stato prossimo δ **dipende** dal tipo di bistabili utilizzati
- La funzione di uscita λ **non dipende** dal tipo di bistabili utilizzati

- La funzione δ dipende dai bistabili utilizzati:

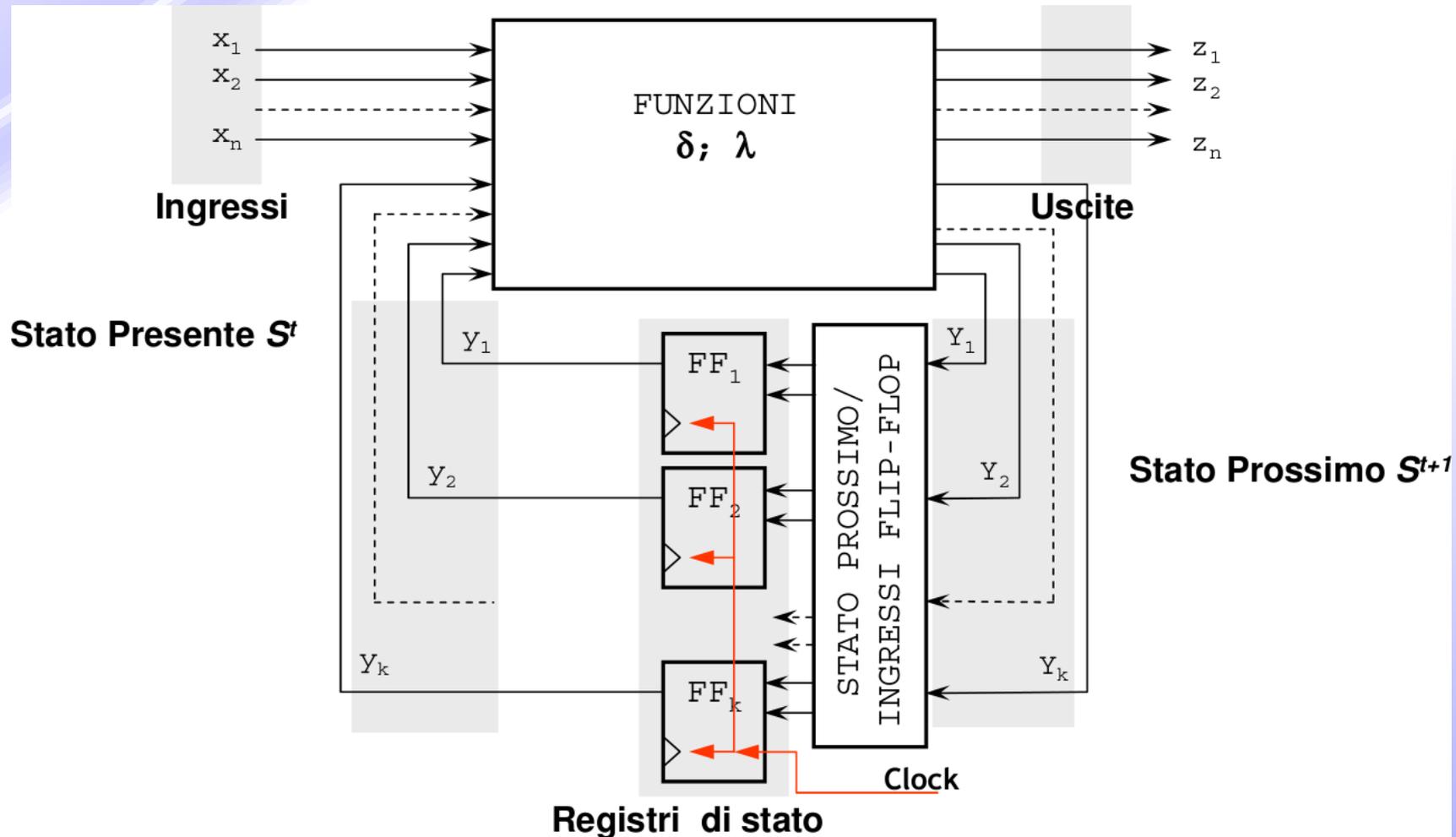


Tabella degli stati

- Il comportamento di una FSM può essere descritto mediante la **Tabella degli stati**
 - Gli indici di colonna sono i simboli di ingresso $i_\alpha \in I$
 - Gli indici di riga sono i simboli di stato $s_j \in S$ che indicano lo stato presente
- Gli elementi della tabella sono: $\{u_\beta, s_j\}$
 - **Macchine di Mealy**
 - La coppia
 - $s_j = \delta(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo stato prossimo
 - $u_\beta = \lambda(i_\alpha, s_j)$ è il simbolo di uscita
 - **Macchine di Moore**
 - Il simbolo stato prossimo $s_j = \delta(i_\alpha, s_j)$
 - I simboli di uscita sono associati allo stato presente

	i_1	i_2	...
s_1^t	s_j^{t+1}/u_j	s_k^{t+1}/u_k	...
s_2^t	s_m^{t+1}/u_m	s_1^{t+1}/u_1	...
...

	i_1	i_2	...	
s_1^t	s_j^{t+1}	s_k^{t+1}	...	u_1
s_2^t	s_m^{t+1}	s_1^{t+1}	...	u_2
...

Diagramma degli stati

- Spesso, la stesura della *tabella degli stati* è preceduta da una rappresentazione grafica ad essa equivalente, denominata **diagramma degli stati**
- Il diagramma degli stati è un **grafo orientato** $G(V,E,L)$
 - **V: (vertices)** Insieme dei nodi
 - Ogni nodo rappresenta uno stato
 - Ad ogni nodo è associato un simbolo di uscita (macchine di Moore)
 - **E: (edges)** Insieme degli archi
 - Ogni arco rappresenta una transizione di stato
 - Ad ogni arco è associato un simbolo di uscita (macchine di Mealy)
 - **L: (labels)** Insieme degli
 - Ingressi e uscite (macchine di Mealy)
 - Ingressi (macchine di Moore)

Macchina di Mealy - Esempio

- Equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Mealy

Diagramma degli stati

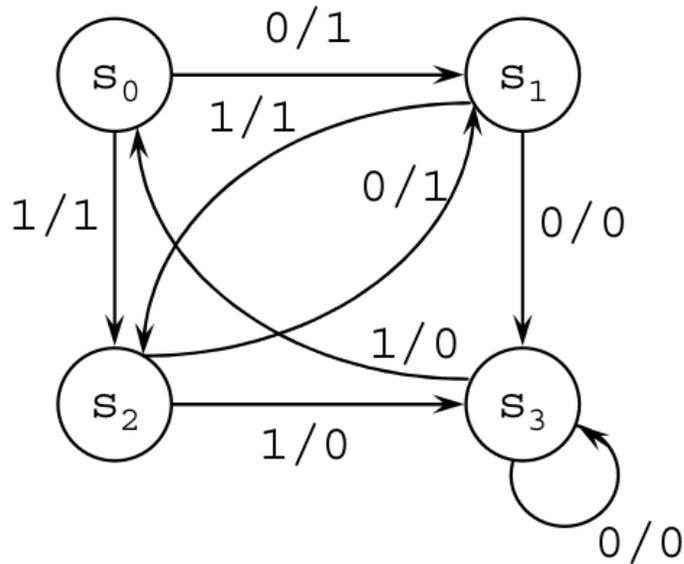


Tabella degli stati

	0	1
S ₀	S ₁ /1	S ₂ /1
S ₁	S ₃ /0	S ₂ /1
S ₂	S ₁ /1	S ₃ /0
S ₃	S ₃ /0	S ₀ /0

Macchina di Moore - Esempio

- Equivalenza delle due rappresentazioni nel caso di una macchina di Moore

Diagramma degli stati

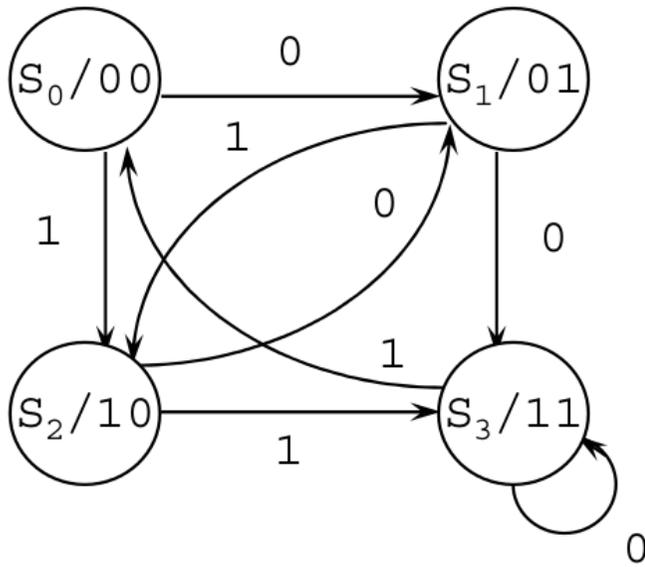


Tabella degli stati

	0	1	U
S ₀	S ₁	S ₂	00
S ₁	S ₃	S ₂	01
S ₂	S ₁	S ₃	10
S ₃	S ₃	S ₀	11

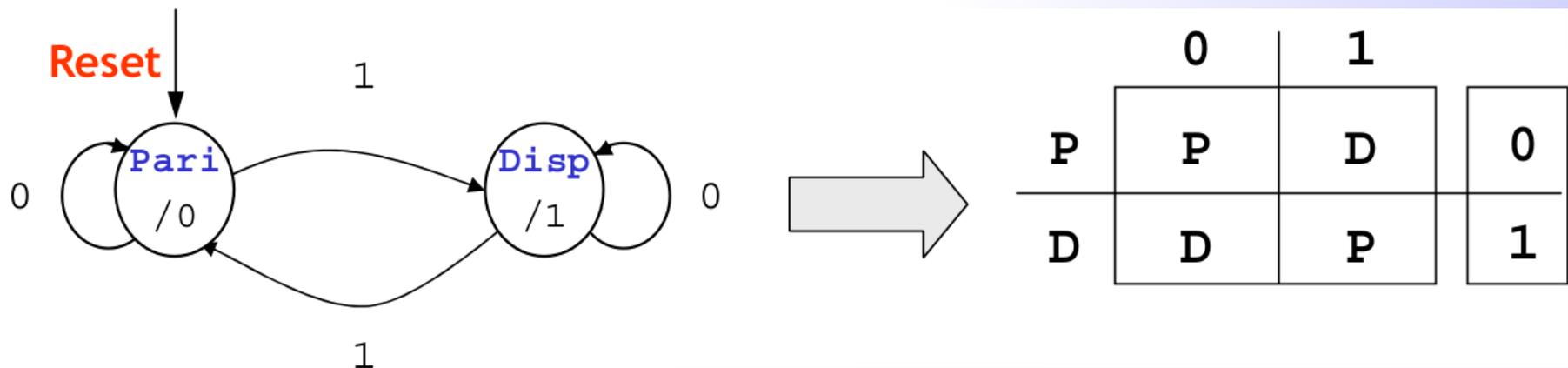
1. Realizzazione del **diagramma degli stati** a partire dalle specifiche funzionali (informali) del comportamento del sistema
 - È il passo che richiede maggior intuito, anche se è più semplice rispetto a costruire direttamente la tabella degli stati
 - Una volta identificato lo **stato iniziale**, si applicano a tale stato tutte le possibili configurazioni di ingresso
 - Stato iniziale: identificazione univoca e non ambigua
 - Stato di reset: se questo è definito nella specifica funzionale
 - Ogni configurazione di ingresso può portare ad uno stato già esistente oppure ad un nuovo stato, che viene aggiunto al diagramma
 - Per ogni nuovo stato introdotto, si applicano tutte le sequenze di ingresso...
 - Si termina quando non vengono più introdotti nuovi stati

➤ **Controllore di parità (dispari)**

- Una macchina sequenziale sincrona ha un ingresso x e un'uscita z . L'uscita assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati un numero dispari di 1. In ogni altro caso z è uguale a 0. All'accensione la macchina riconosce parità dispari non verificata.

➤ **Considerazioni:**

- Specifiche funzionali analitiche: non è necessario un ulteriore raffinamento
 - Dalle specifiche, c'è uno stato di RESET esplicito, e la macchina da sintetizzare è una macchina di Moore



2. Costruzione della *tabella degli stati* a partire da diagramma degli stati

- Non introduce alcuna informazione aggiuntiva. Definisce la cardinalità iniziale degli stati e le funzioni δ e λ in forma astratta

3. Riduzione del numero degli stati: *ottimizzazione*

- Identificazione di una *macchina minima equivalente* (oppure *compatibile*) a quella rappresentata dalla tabella degli stati
- I criteri di riduzione del numero degli stati per equivalenza e compatibilità verranno affrontati in seguito

4. Costruzione della *tabella delle transizioni* della FSM

- In modo informale, si può dire che questo passo traduce la tabella degli stati in una *tabella rappresentata tramite funzioni di commutazione*
 - Nota: ad una tabella degli stati corrispondono più tabelle delle transizioni
- Definisce *l'assegnamento degli stati*, e cioè
 - Il numero di variabili di stato necessarie a rappresentare la cardinalità degli stati
 - In questo modo viene determinato il numero di flip-flop necessari a realizzare la macchina
 - Assegna una *codifica* (configurazioni tra quelle disponibili nel codice) ad ogni stato
 - La scelta della codifica influenza in modo significativo la realizzazione e complessità circuitale della funzione stato prossimo δ
 - NB: esistono tecniche di assegnamento sofisticate

➤ Costruzione della *tabella delle transizioni* della FSM

Tabella degli stati

	0	1	U
S ₀	S ₁	S ₂	00
S ₁	S ₃	S ₂	01
S ₂	S ₁	S ₃	10
S ₃	S ₃	S ₀	11

Assegnamento degli stati

- 2 variabili di stato Y_0Y_1
(quindi 2 bistabili)

- Assegnamento banale

$$S_0 = 00$$

$$S_1 = 01$$

$$S_2 = 11$$

$$S_3 = 10$$

Tabella delle transizioni

$Y_0Y_1 \backslash I$	0	1	U
00	01	11	00
01	10	11	01
11	01	10	10
10	10	00	11

$$Y_0Y_1 =$$

stato prossimo

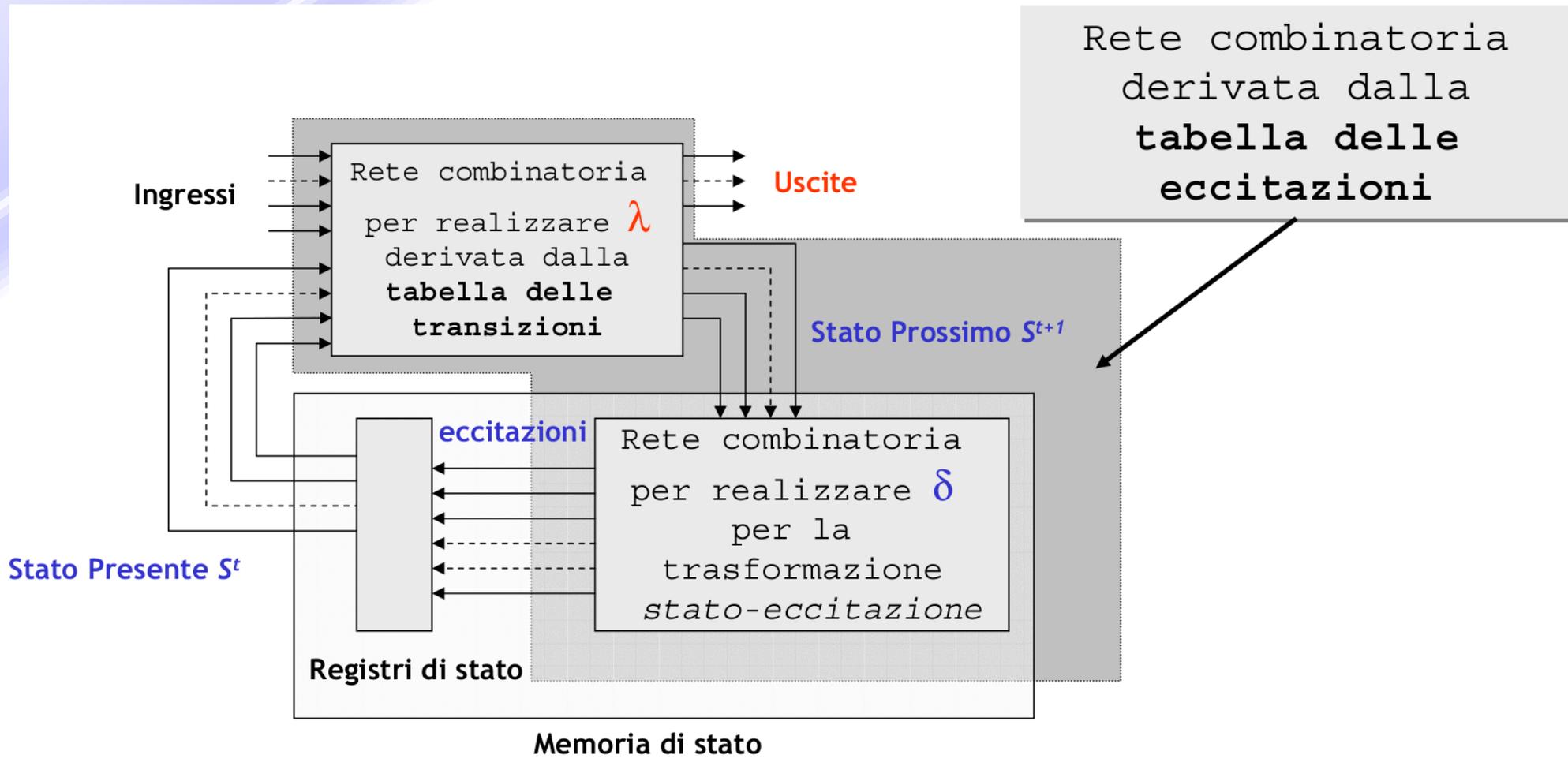
5. Costruzione della *tabella delle eccitazioni* della FSM

- Verrà affrontata in seguito. In sintesi:
 - Scelta degli elementi di memoria
 - Una volta scelti gli elementi di memoria, la tabella delle eccitazioni della macchina è *ottenuta dalla tabella delle transizioni della macchina e da quella delle eccitazioni del bistabile scelto*
 - Al termine di questo passo, per ogni bistabile (e cioè per ogni variabile di stato) si hanno le funzioni di commutazione relative ai suoi ingressi che consentono le transizioni stato presente/stato prossimo

6. *Sintesi ottimizzata*

- della rete combinatoria che realizza la *funzione stato prossimo δ*
- della rete combinatoria che realizza la *funzione uscita λ*

➤ Struttura generale



Specifiche

Una macchina sequenziale sincrona ha un ingresso x e un'uscita z . L'uscita z assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati almeno due 0 seguiti esattamente da due 1 (z va a 1 in corrispondenza del secondo 1 su x). In ogni altro caso z è uguale a 0.

Considerazioni

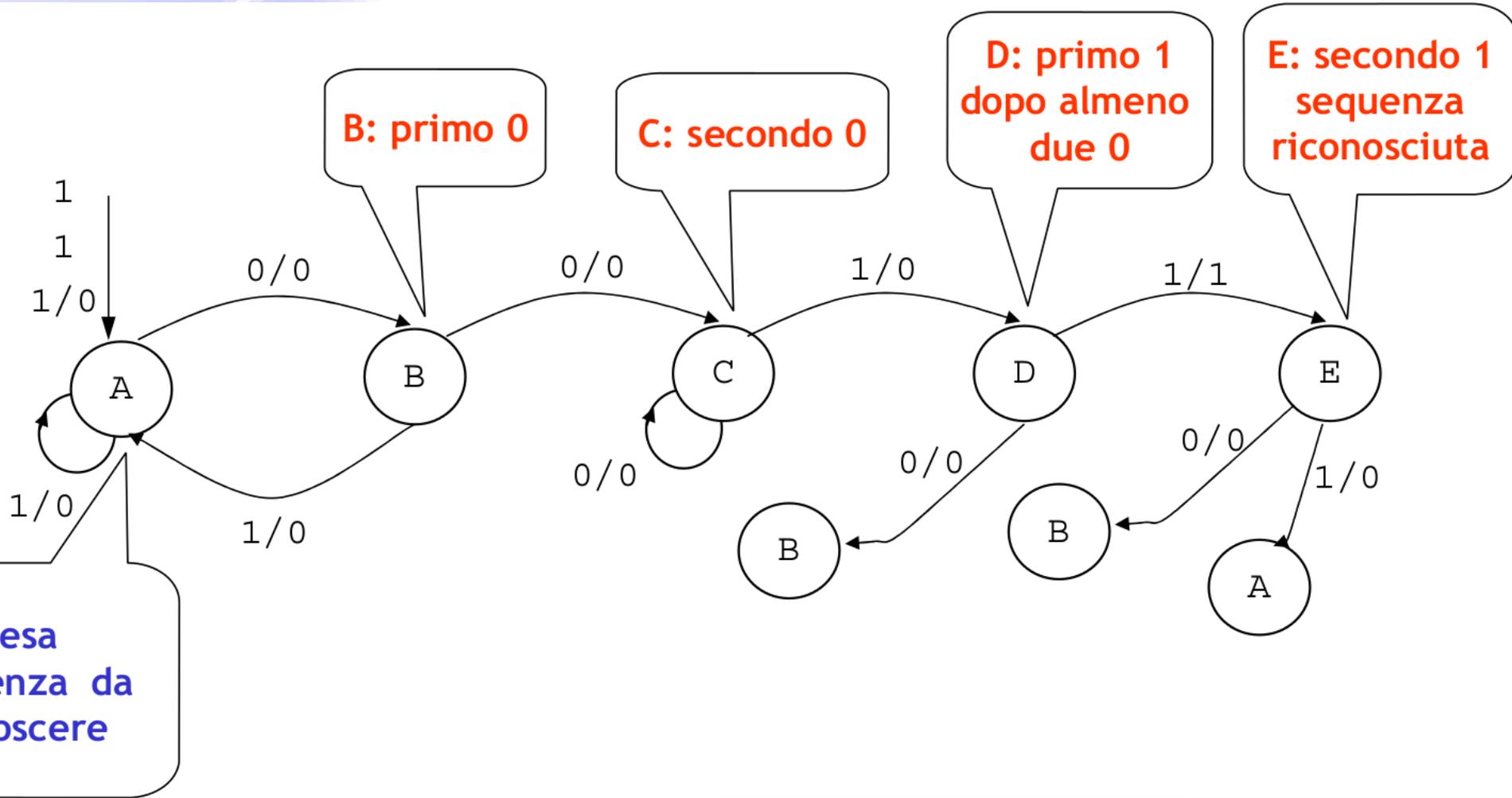
Specifiche funzionali analitiche: non è necessario ulteriore raffinamento delle specifiche. Dalle specifiche, la macchina da sintetizzare è una macchina di Mealy. La macchina è un riconoscitore di sequenza nella forma:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{x} = \dots 0011\dots \\
 \mathbf{z} = \dots 00010\dots
 \end{array}$$

Esempio 1 - Diagramma degli stati

- Scelta dello **stato iniziale**
 - Dalle specifiche "... z assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati **almeno due 0** seguiti esattamente da due 1..."
 - Una **sequenza di tre o più 1 su x**
 - Porta la macchina in uno stato in cui "si aspetta" una sequenza da riconoscere
 - Indipendentemente dalla successione di valori ricevuti precedentemente
 - Inoltre, sicuramente al terzo 1 l'uscita vale 0
 - Chiamiamo questa sequenza di tre o più 1 "non utile" ai fini del riconoscimento
 - La sequenza di esattamente tre 1 su x è la **minima sequenza non utile**
- Stato iniziale = stato derivante da tre 1 su x, indipendentemente dai valori precedenti

Esempio 1 - Diagramma degli stati (a)



Esempio 1 - Tabella degli stati (a) qui

Tabella degli stati

	0	1
A	B, 0	A, 0
B	C, 0	A, 0
C	C, 0	D, 0
D	B, 0	E, 1
E	B, 0	A, 0

Riduzione della tabella degli stati (banale!!)

	0	1
A	B, 0	A, 0
B	C, 0	A, 0
C	C, 0	D, 0
D	B, 0	E, 1
E	B, 0	A, 0

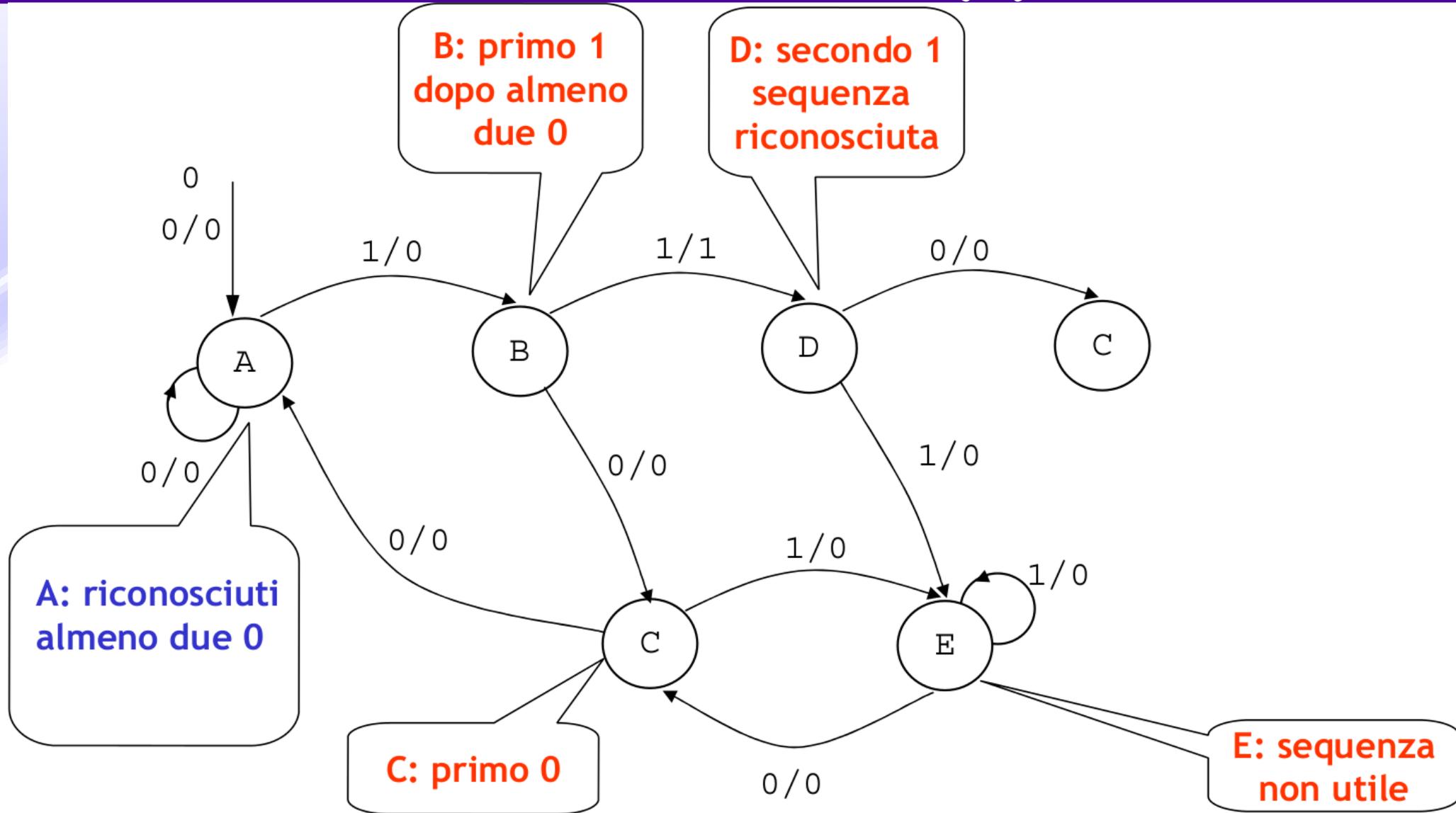
A =

	0	1
A	B, 0	A, 0
B	C, 0	A, 0
C	C, 0	D, 0
D	B, 0	A, 1

Esempio 1 - Diagramma degli stati (b)

- Scelta dello stato iniziale - **soluzione alternativa**
 - Dalle specifiche: "... Z assume il valore 1 se e solo se sull'ingresso si sono presentati **almeno due 0** seguiti esattamente da due 1..."
 - Una **sequenza di due o più 0 su x**
 - Porta la macchina in uno stato in cui si è presentata la parte iniziale, indispensabile, della sequenza da riconoscere
 - Indipendentemente dalla successione di valori di x ricevuti precedentemente
 - Inoltre, sicuramente l'uscita vale 0
 - Chiamiamo questa sequenza di due o più 0 "utile" ai fini del riconoscimento
 - La sequenza di esattamente due 0 su x è la **minima sequenza utile**
- Stato iniziale = stato derivante da due 0 su x, indipendentemente dai valori precedenti

Esempio 1 - Diagramma degli stati (b)



Specifiche

- Si vuole realizzare un controllore di semaforo all'incrocio tra via Mazzini e via Garibaldi tramite una macchina sequenziale sincrona. La macchina riceve un segnale di sincronismo con periodo di un minuto. Esiste un pulsante P per attraversamento pedonale
- Normalmente il semaforo alterna un minuto VERDE su via Mazzini e ROSSO su via Garibaldi, poi un minuto VERDE su via Garibaldi e ROSSO su via Mazzini, e così via
- Se si preme il pulsante P, alla scadenza del minuto si porta il ROSSO su entrambe le strade, e lo si mantiene per due minuti indipendentemente da P
- Al termine dei due minuti riparte il funzionamento normale con la configurazione VERDE per la via in cui precedentemente ai due minuti era ROSSO (e viceversa)
- Trascorsi altri due minuti si prende di nuovo in considerazione P

- **Considerazioni**
 - Le specifiche funzionali non sono adatte allo scopo: è utile un ulteriore raffinamento
 - Dalla specifiche, la macchina da sintetizzare è una macchina di Moore: infatti le due uscite devono mantenere il loro valore stabile nell'intervallo tra due impulsi di sincronismo
- **Riscrittura delle specifiche**
 - **Due uscite:** G (aribaldi) e M (azzini), l'uscita vale 0 se semaforo rosso, 1 se semaforo verde
 - **Ingresso primario:** P , 1 se premuto, 0 altrimenti
- Una macchina sequenziale sincrona ha un ingresso P e due uscite G e M . Se $P=0$, le due uscite si alternano a 1 ad ogni impulso di sincronismo. Se $P=1$, le due uscite vanno a 0 per due impulsi di sincronismo. Successivamente, ritornano ad alternarsi con 1 su quella che precedentemente era 0. Solo dopo una nuova alternanza, P viene preso di nuovo in considerazione

Esempio 2 - Diagramma degli stati

- Scelta dello **stato iniziale**
 - Stato in cui non è richiesto attraversamento pedonale: ad esempio, stato con uscite 01 e ingresso 0

