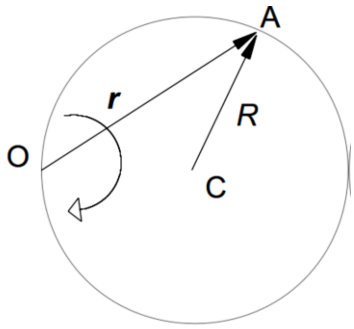
Moto Circolare Uniforme

MCU-1

Una particella A si muove su una circonferenza di raggio R = 50 cm in modo tale che il suo raggio vettore r con punto di applicazione in O (Fig. 1.1) ruoti con velocità angolare costante ω= 0.40 s^{-1}. Calcolare il vettore velocità della particella, il valore e l'orientazione del vettore accelerazione risultante.



Sol.: v = 0.40 m/s ; a = 0.32 m/s^2

MCU-2

Un punto P si muove con velocità di modulo v costante, lungo una circonferenza di raggio R da un certo istante iniziale fino all'istante in cui ha percorso una volta l'intera circonferenza; da questo istante in poi la sua velocità si mantiene costante anche in direzione e verso. Descrivere la posizione, la velocità e l'accelerazione di P, in funzione del tempo, sia usando le coordinate cartesiane sia usando le coordinate polari.

Sol.:

$$0 \le t \le T: \begin{cases} x = R\cos\left(\frac{v}{R}t\right) \\ y = R\sin\left(\frac{v}{R}t\right) \end{cases} \qquad t \ge T: \begin{cases} x = R \\ y = v(t-T) \end{cases}$$

$$0 \le t \le T: \begin{cases} r = R \\ \phi = \dfrac{v}{R}t \end{cases} \qquad t \ge T: \begin{cases} r = \sqrt{R^2 + v^2(t-T)^2} \\ \phi = arctg\left[\dfrac{v}{R}(t-T)\right] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 0 \le t \le T: \quad \mathbf{v} = & \quad v\sin\left(\frac{v}{R}t\right)\mathbf{i} + v\cos\left(\frac{v}{R}t\right)\mathbf{j} \\ t \ge T: \quad \mathbf{v} = & \quad v\mathbf{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \le t \le T: \quad \mathbf{v} = & \quad vc \\ t \ge T: \quad \mathbf{v} = & \quad \frac{v^2(t-T)}{\sqrt{R^2+v^2(t-T)^2}}\mathbf{b} + \frac{vR}{\sqrt{R^2+v^2(t-T)^2}}\mathbf{c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \le t \le T: \quad \mathbf{a} = & \quad -\frac{v^2}{R}\cos\left(\frac{v}{R}t\right)\mathbf{i} - \frac{v^2}{R}\sin\left(\frac{v}{R}t\right)\mathbf{j} \\ t \ge T: \quad \mathbf{a} = & \quad 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \le t \le T: \quad \mathbf{a} = & \quad -\frac{v^2}{R}\mathbf{b} \\ t \ge T: \quad \mathbf{a} = & \quad 0 \end{aligned}$$

MCU-3

Nel modello atomico di Bohr si suppone che l'elettrone nello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno si muova su un'orbita circolare di raggio $r_0 = 0.529 \cdot 10^{-8}$ cm con una velocità $v_0 = 2190$ km/s. Determinare:

a) L'accelerazione centripeta dell'elettrone;
b) La velocità angolare dell'elettrone;
c) Il periodo del moto orbitale.

Sol: a) $a_c = 9.06 \cdot 10^{22}$ m/s^2 ; b) $\omega = 4.14 \cdot 10^{16}$ rad/s ; c) $T = 1.51 \cdot 10^{-16}$ s

MCU-4

Determinare, rispetto al sistema di riferimento delle stelle fisse e trascurando il moto di rivoluzione della terra intorno al sole (e quindi anche la differenza fra la durata del giorno solare e del giorno sidereo):

a) La velocità di un punto sull'equatore della terra;
b) L'accelerazione di un punto sull'equatore della terra;
c) L'accelerazione di un punto sulla superficie terrestre alla latitudine di 40^o.

Sol: a) $v_t = 463.4$ m/s ; b) $a_c = 3.37 \cdot 10^{-2}$ m/s^2 ; c) $a_c = 2.58 \cdot 10^{-2}$ m/s^2

Moto Circolare Uniformante Accelerato

MCUA-1

Su una pista circolare, di raggio $r = 150$ m, un ciclista parte da fermo, si muove con accelerazione tangenziale a_t costante fino all'istante di tempo t_1 in cui l'accelerazione e la velocità formano un angolo di 45°; da quell'istante in poi mantiene una velocità di modulo v costante. Il tempo impiegato per fare il primo giro completo della pista è $T = 2$ min. Calcolare la lunghezza del tratto di pista percorso fino all'istante t_1. Calcolare inoltre i valori di a_t , t_1 , v.
Esprimere infine, in funzione del tempo, sia il modulo dell'accelerazione sia l'angolo compreso fra l'accelerazione e la velocità.

Sol: $s(t_1) = 75$ m ; $a_t = 0.479$ m/s^2 ; $t_1 = 17.7$ s ; v = 8.48 m/s

$$0 \le t \le t_1 : \begin{cases} a = r\left(\dfrac{4\pi+1}{2T}\right)^2 \sqrt{1+\left(\dfrac{4\pi+1}{2T}\right)^4 t^4} \\ tg\theta = \left(\dfrac{4\pi+1}{2T}\right)^2 t^2 \end{cases} \qquad t \ge t_1 : \begin{cases} a = \dfrac{v^2}{r} \\ \theta = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

MCUA-2

Un carrellino si muove su un binario circolare di raggio R di moto uniforme, impiegando un tempo T a compiere un giro finché, ad un certo istante, assunto come $t = 0$, un freno non comincia a far diminuire il modulo della sua velocità secondo la legge $v(t) = v_0 - a_0 t$.
Noti R = 1 m, T = 2 s e $a_0 = 0.5$ m/s^2, determinare:

a) La velocità v_0 del carrello quando si muove in modo uniforme;
b) La durata τ della frenata del carrello fino all'arresto;
c) Lo spazio percorso dal carrello durante la frenata;
d) L'accelerazione ***a*** del carrello in funzione del tempo durante la frenata, ed i valori numerici dell'accelerazione negli istanti immediatamente precedente e successivo all'inizio della frenata e nell'istante immediatamente precedente all'arresto (cioè per $t \to 0^-$, $t \to 0^+$ e $t \to \tau^-$) .

Sol: a) $v_0 = 3.14$ m/s ; b) $\tau = 6.28$ s ; c) $s = 9.86$; d) $a = 9.87$, 9.87 e 0.5 m/s^2