

Homework 1 - Algebra Lineare e geometria analitica

(Dott.ssa D. Bubboloni)

assegnato 26 Settembre 2017 - consegna lunedì 2 Ottobre 2017.

1. Dimostra la seguente proposizione se la ritieni vera. Altrimenti esibisci due insiemi per cui essa è falsa.

Proposizione Siano A, B insiemi. Se

$$A \cap B = A \setminus B$$

allora $A = \emptyset$.

2. Aiutandosi con i diagrammi di Venn, costruire un esempio di tre insiemi finiti A, B, C tali che

$$(A \cup B) \cap (C \setminus A) \neq \emptyset.$$

3. Dire se sono corrette le seguenti uguaglianze fra insiemi

$$\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 \leq 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} : 6x + 7 > 0\} = \{-1\}.$$

$$\{x \in \mathbb{N} : 3 \text{ divide } x\} \setminus \{x \in \mathbb{N} : 51 \text{ divide } x\} = \emptyset.$$

4. Dire se nell' universo \mathbb{N} valgono le seguenti implicazioni logiche rispetto alla variabile x , motivando la risposta

1) $x \neq 4 \implies x^2 \neq 16$;

2) $x > 3 \implies x^3 \neq 27$.

Dire se valgono o no le implicazioni inverse

3) $x^2 \neq 16 \implies x \neq 4$;

4) $x^3 \neq 27 \implies x > 3$.

Ripetere, per ciascuna delle quattro, nell'universo \mathbb{R} evidenziando le differenze.

5. Dimostra che per ogni A, B insiemi vale

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

6. Considera $A = \{1, 2, a\}$ e $B = \{2, 1, 3\}$. Dire quanti elementi contiene $A \times B$ e quali delle seguenti affermazioni è vera:

- 1) $(1, 1) \in A \times B$;
- 2) $(1, 1) \in B \times A$;
- 3) $(a, a) \in A \times B$;
- 4) $(a, a) \in A^2$;
- 5) $(A \times B) \cap (B \times A)$ è un singoletto.

Determina esprimendolo, se possibile, per elencazione

$$\{(x, y) \in A \times B : x \neq y\}.$$