Sistemi reticolari piani

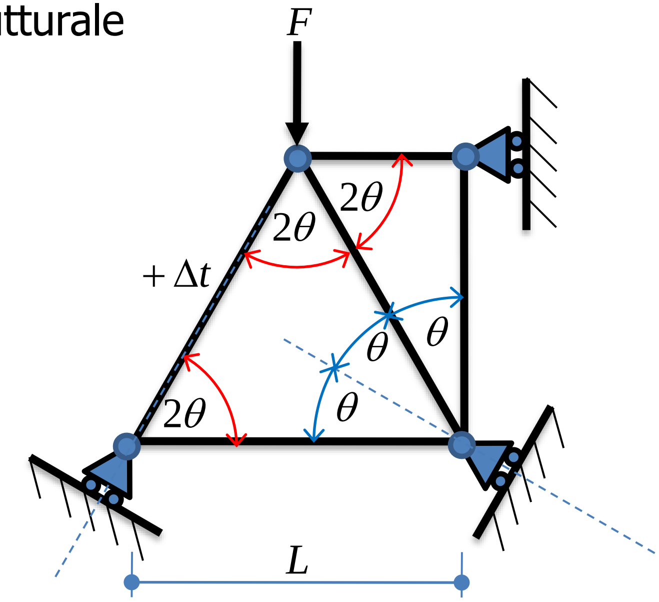
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

Scuola di Architettura
Corso di Laurea Magistrale quinquennale c.u.

Metodo matriciale applicato a una struttura isostatica

Esempio

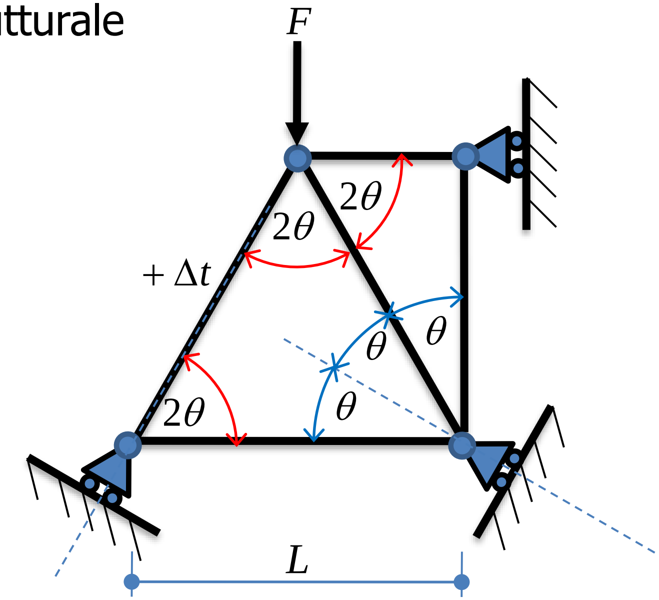
Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

Esempio – verifica dell'isostaticità del sistema

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

1. Verifica dell'isostaticità del sistema.

Per il sistema in esame si ha

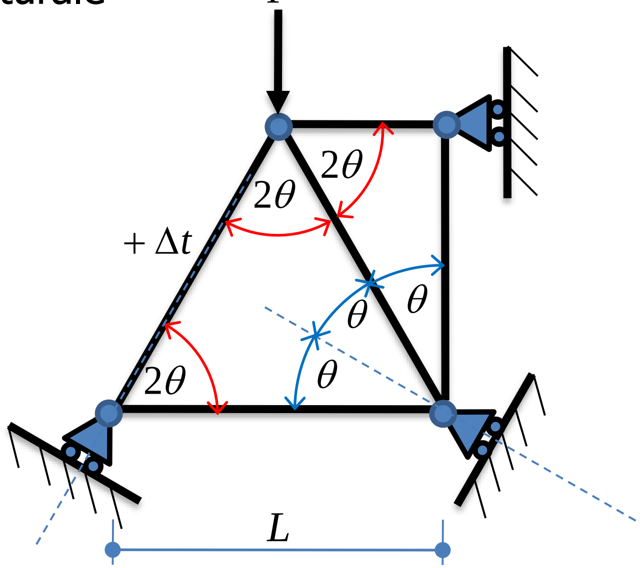
$$n=4; \quad b=5; \quad v=3$$

$$\rightarrow \ell - \iota = 2n-b-v = 8-5-3=0 \rightarrow \ell = \iota$$

Esso è realizzato affiancando maglie triangolari e quindi è <u>internamente isostatico</u>.

Esempio – verifica dell'isostaticità del sistema

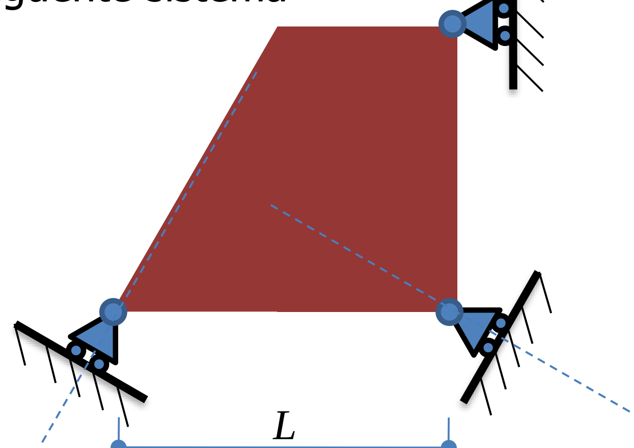
Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

1. Verifica dell'isostaticità del sistema.

Essendo internamente isostatico, il suo comportamento globale rispetto ai moti rigidi è allora equivalente a quello del seguente sistema



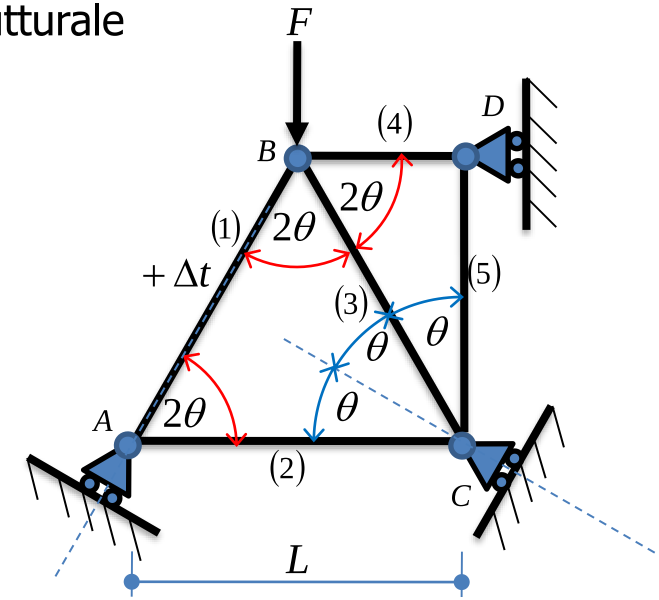
ossia ad una lastra vincolata da tre carrelli "ben disposti" (v. lezione 8): il sistema non presenta allora labilità interne o esterne ed è quindi isostatico

$\ell=0 \rightarrow \iota=0$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



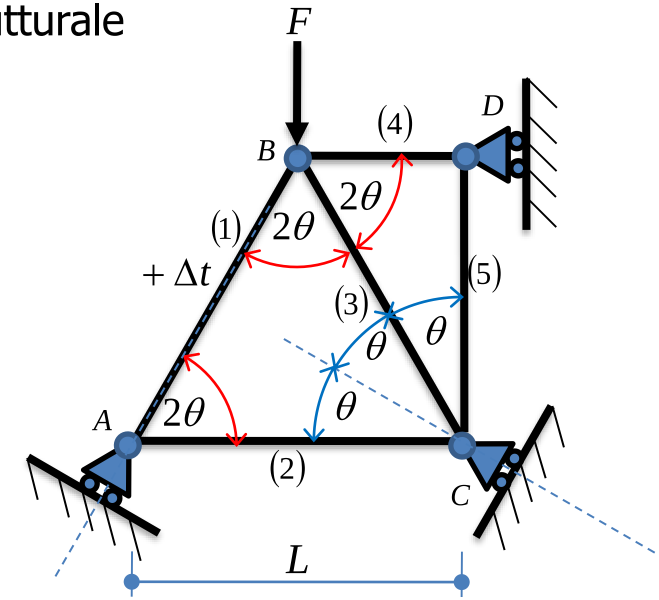
$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.0 Operazioni preliminari

Si numerano le aste ed i nodi della struttura.

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.0 Operazioni preliminari

Si numerano le aste ed i nodi della struttura.

Le aste costituenti il sistema hanno le seguenti lunghezze

$$L_1 = L_2 = L_3 = L$$

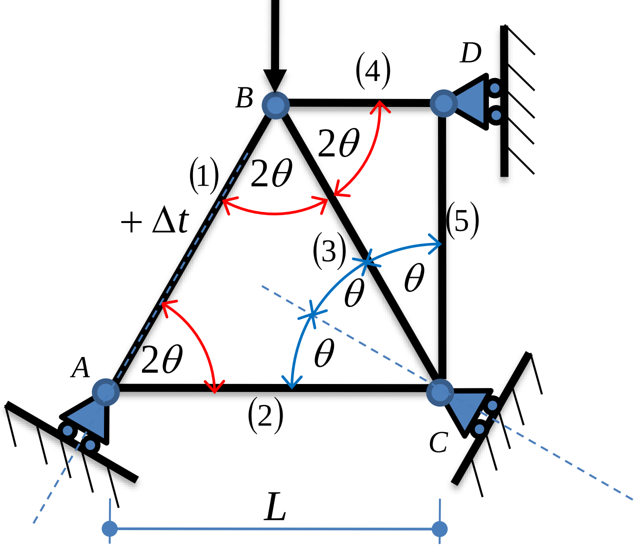
$$L_4 = L\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{L}{2}$$

$$L_5 = L\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}L$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.0 Operazioni preliminari

Si numerano le aste ed i nodi della struttura.

Le aste costituenti il sistema hanno le seguenti lunghezze

$$L_1 = L_2 = L_3 = L$$

$$L_4 = L\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{L}{2}$$

$$L_5 = L\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}L$$

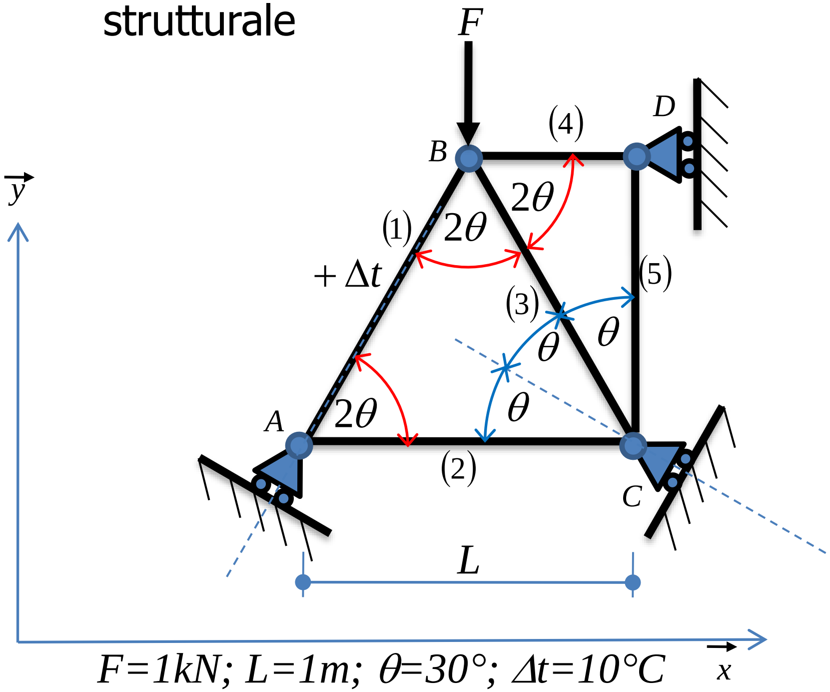
Il vettore degli sforzi normali è il seguente

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \end{bmatrix}$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



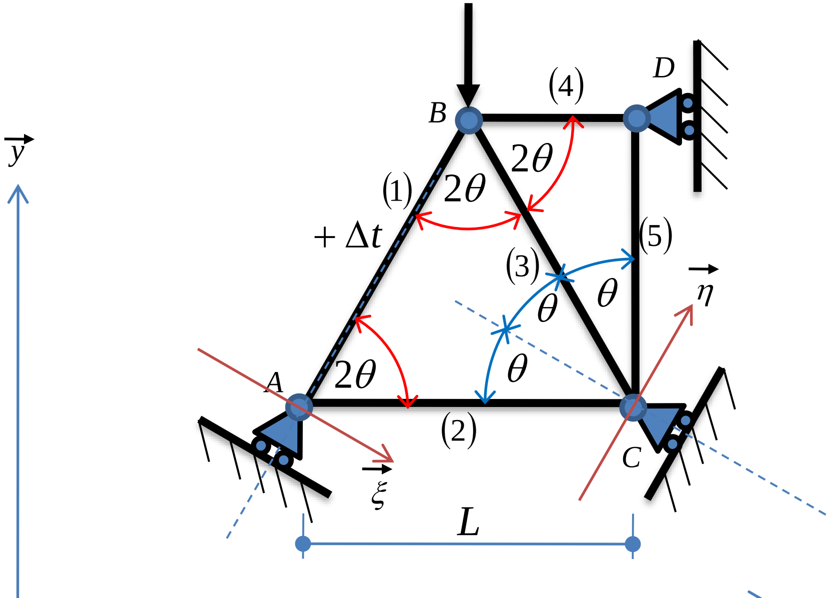
$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.0 Operazioni preliminari

Si fissa un sistema di riferimento cartesiano ortogonale esterno e si definisce il vettore delle forze esterne.

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa,\ \alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.0 Operazioni preliminari

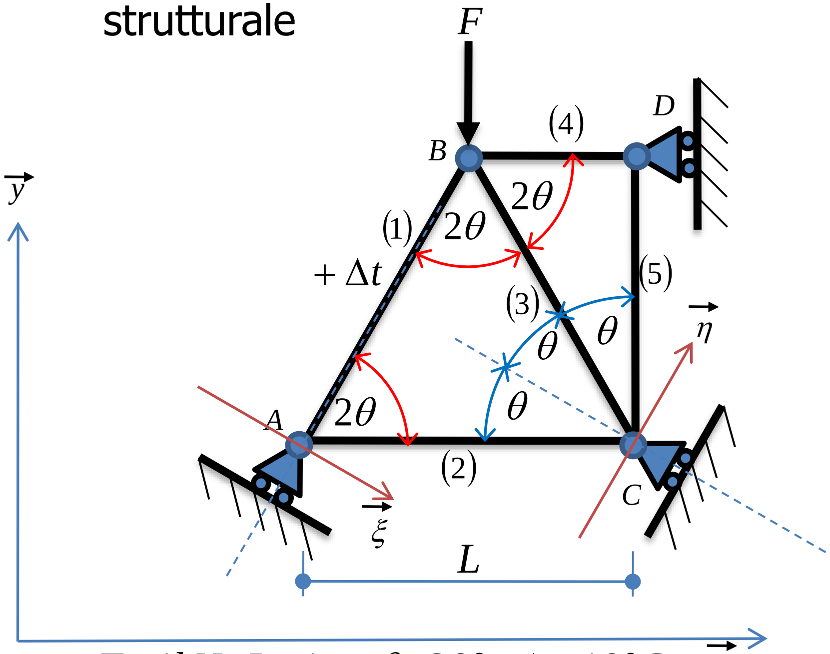
Si fissa un sistema di riferimento cartesiano ortogonale esterno e si definisce il vettore delle forze esterne.

Nel nodo B potrebbero essere presenti due componenti di carico concentrato mentre, per il principio di mutua esclusione, in corrispondenza dei nodi vincolati esternamente potrebbe al più essere presente una forza puntuale parallela alla direzione non vincolata e quindi parallela al piano di scorrimento dei carrelli esterni presenti nello schema rappresentato in figura. In particolare, nel nodo D potrebbe al più essere presente una forza verticale e nei nodi A e C delle forze parallele agli assi ξ ed η indicati in figura.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.0 Operazioni preliminari

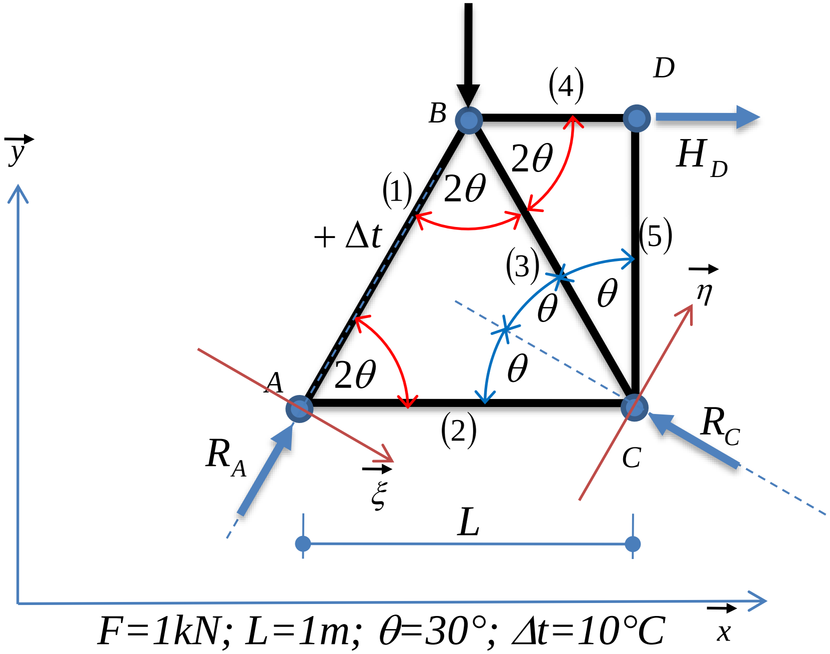
Considerando positive le componenti delle forze esterne concordi con gli assi dei sistemi di riferimento definiti in figura, si definisce il vettore dei carichi esterni come segue

$$\underline{F}=\begin{bmatrix}F_{\xi}^{A}\\F_{x}^{B}\\F_{y}^{B}\\F_{\eta}^{C}\\F_{y}^{D}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\-F\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\-1\\0\\0\end{bmatrix}kN$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.0 Operazioni preliminari

Considerando positive le componenti delle forze esterne concordi con gli assi dei sistemi di riferimento definiti in figura, si definisce il vettore dei carichi esterni come segue

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} F_\xi^A \\ F_x^B \\ F_y^B \\ F_\eta^C \\ F_y^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} kN$$

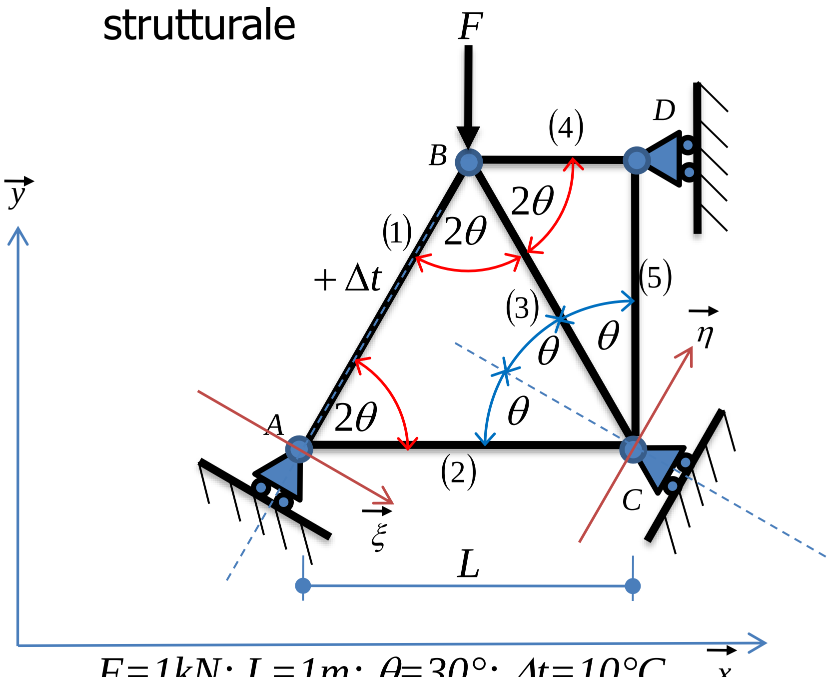
Il vettore delle reazioni vincolari è invece il seguente

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} R_A \\ R_C \\ H_D \end{bmatrix}$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

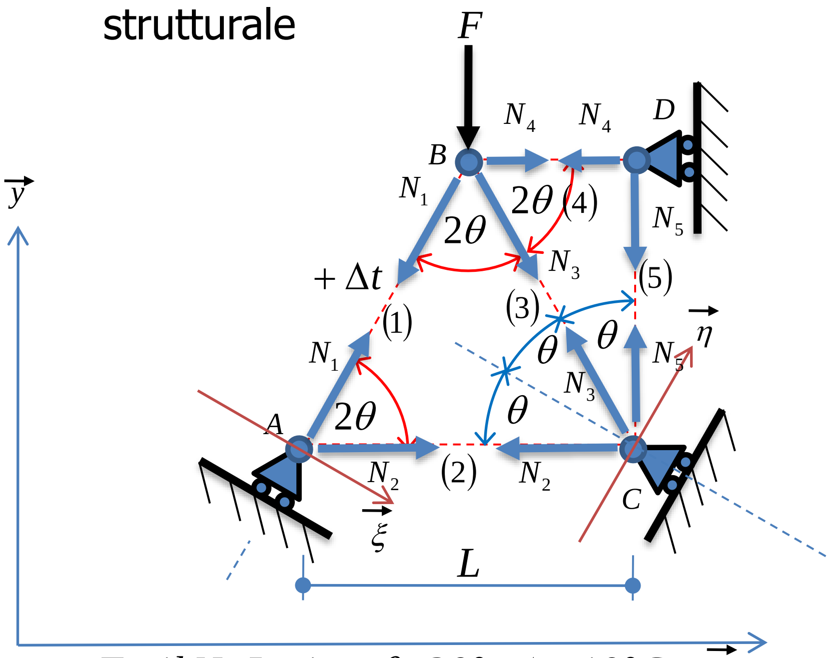
2.1 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni non vincolate esternamente

Si ipotizza inizialmente che le aste siano tutte tese (tiranti) e si esplicitano le loro azioni sui nodi sui quali si scrivono le equazioni di equilibrio alla traslazione nelle direzioni non vincolate esternamente.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.1 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni non vincolate esternamente

Si ipotizza inizialmente che le aste siano tutte tese (tiranti) e si esplicitano le loro azioni sui nodi sui quali si scrivono le equazioni di equilibrio alla traslazione nelle direzioni non vincolate esternamente.

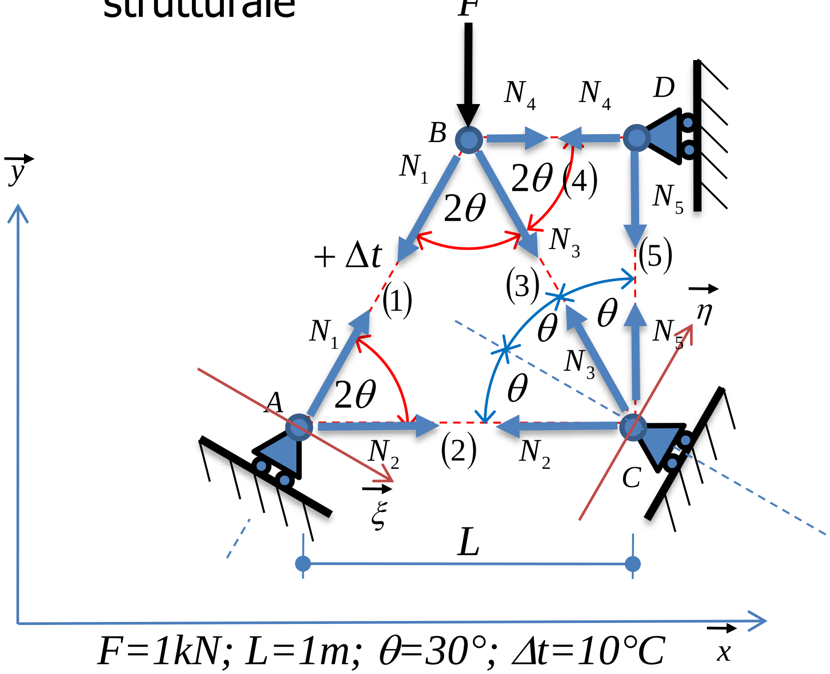
Si ottiene allora il seguente sistema di equazioni:

$$
\begin{cases}
\sum\limits_{nodo\ A} F_\xi = 0 \rightarrow N_2\cos(\theta) = 0 \\
\sum\limits_{nodo\ B} F_x = 0 \rightarrow -N_1\sin(\theta) + N_3\sin(\theta) + N_4 = 0 \\
\sum\limits_{nodo\ B} F_y = 0 \rightarrow -N_1\cos(\theta) - N_3\cos(\theta) - F = 0 \\
\sum\limits_{nodo\ C} F_\eta = 0 \rightarrow -N_2\sin(\theta) + N_3\sin(\theta) + N_5\sin(2\theta) = 0 \\
\sum\limits_{nodo\ D} F_y = 0 \rightarrow -N_5 = 0
\end{cases}
$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.1 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni non vincolate esternamente

Sapendo che

$$\sin(\theta)=\frac{1}{2} \qquad \cos(\theta)=\sin(2\theta)=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

il precedente sistema fornisce

$$\begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1/2 & -1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

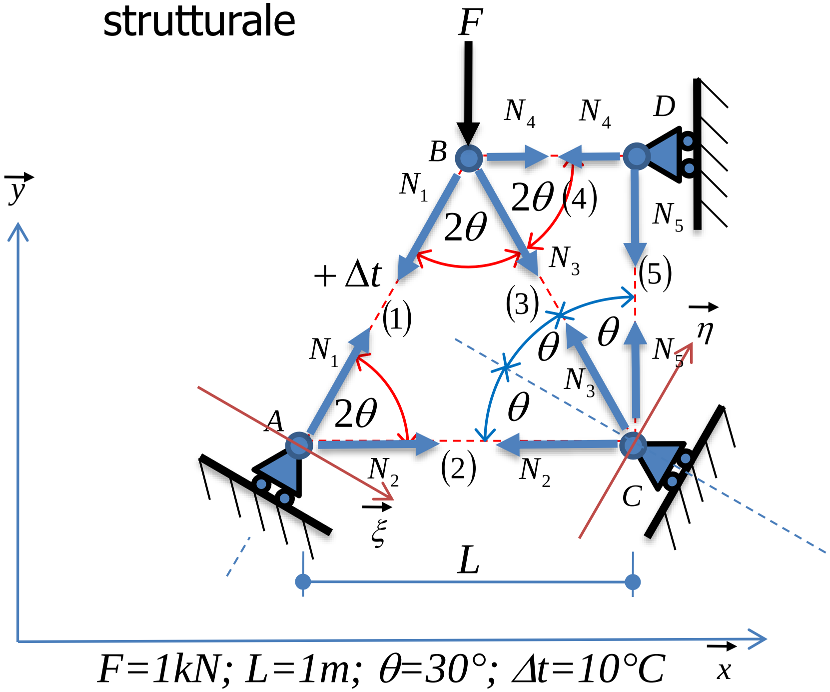
o, in forma compatta

$$[C_f]^T \underline{N} = \underline{F}$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.1 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni non vincolate esternamente

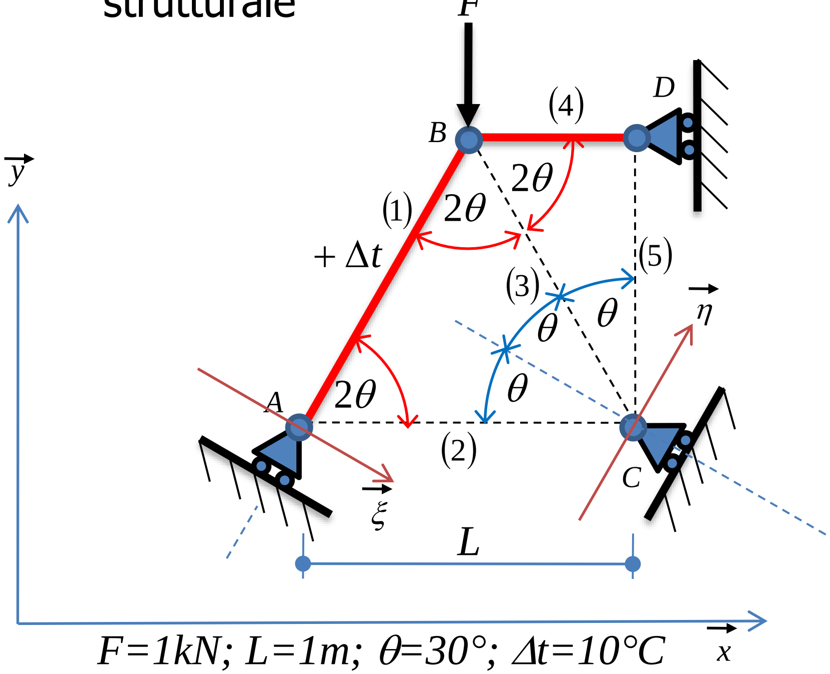
Dal sistema di equazioni di equilibrio si ricavano i seguenti valori di sforzo normale nelle aste:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \end{bmatrix} = \left[C_f\right]^{-T} \underline{F} = \begin{bmatrix} -2\sqrt{3}/3 \\ 0 \\ 0 \\ -\sqrt{3}/3 \\ 0 \end{bmatrix} F \cong \begin{bmatrix} -1.155 \\ 0 \\ 0 \\ -0.577 \\ 0 \end{bmatrix} kN$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.1 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni non vincolate esternamente

Sinteticamente

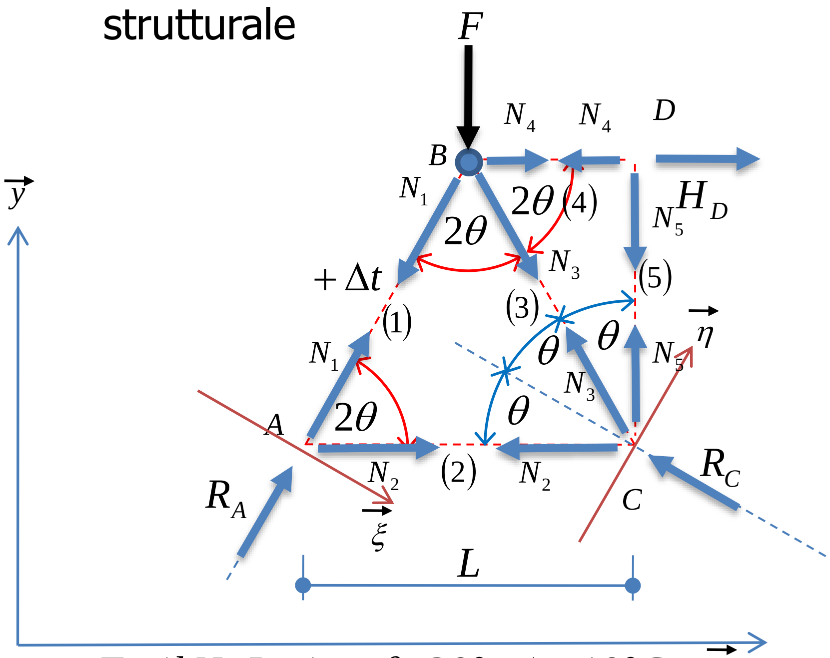
Asta	N	Tirante Puntone
(1)	$-2\sqrt{3}/3 \cong -1.155kN$	P
(2)	0	/
(3)	0	/
(4)	$-\sqrt{3}/3 \cong -0.577kN$	P
(5)	0	/

Nel sistema in esame allora, solo le aste *(1)* e *(4)* sono efficaci (sono sollecitate) e quindi hanno funzione portante per il carico applicato al sistema.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.2 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni vincolate esternamente

$$
\begin{cases}
\sum\limits_{nodo\ A} F_{\perp\xi} = 0 \rightarrow R_A + N_1 + N_2 \sin(\theta) = 0 \\
\sum\limits_{nodo\ C} F_{\perp\eta} = 0 \rightarrow R_C + N_2 \cos(\theta) + N_3 \cos(\theta) + N_5 \cos(2\theta) = 0 \\
\sum\limits_{nodo\ D} F_x = 0 \rightarrow H_D - N_4 = 0
\end{cases}
$$

In forma matriciale

$$
\underline{R} = \begin{bmatrix} R_A \\ R_C \\ H_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \end{bmatrix}
$$

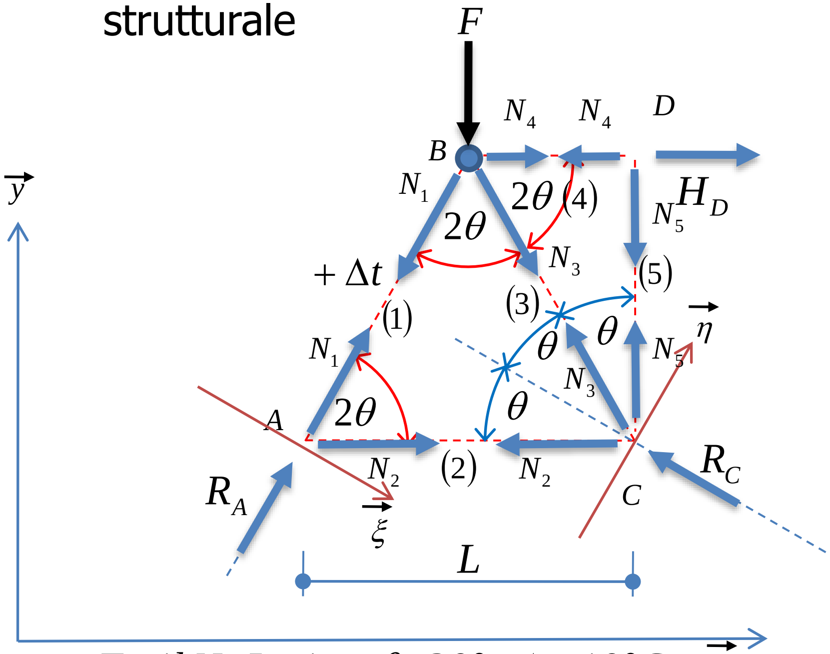
ossia

$$
\underline{R} = [C_v]^T \underline{N}
$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

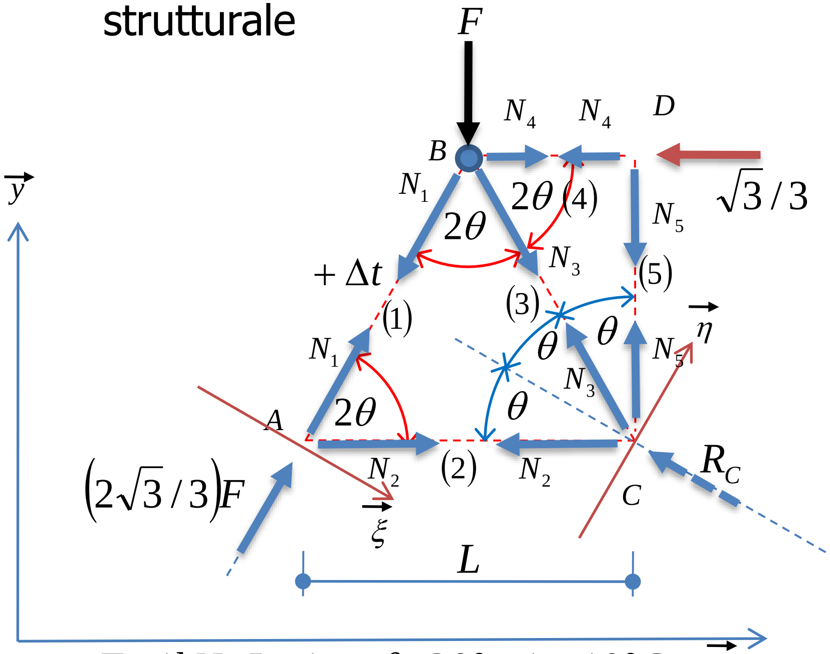
2.2 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni vincolate esternamente

Dalle precedenti relazioni si ricavano le reazioni vincolari come segue

$$\underline{R}=\begin{bmatrix}R_A\\R_C\\H_D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\sqrt{3}/3\\0\\-\sqrt{3}/3\end{bmatrix}F\cong\begin{bmatrix}1.155\\0\\-0.577\end{bmatrix}kN$$

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.2 Equazioni di equilibrio dei nodi nelle direzioni vincolate esternamente

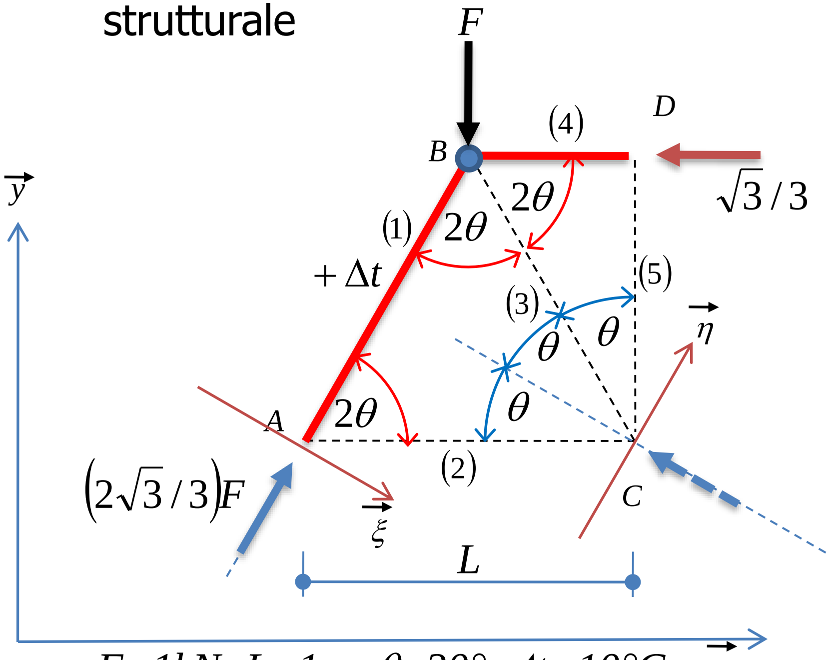
Dalle precedenti relazioni si ricavano le reazioni vincolari come segue

$$\underline{R}=\begin{bmatrix}R_A\\R_C\\H_D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\sqrt{3}/3\\0\\-\sqrt{3}/3\end{bmatrix}F\cong\begin{bmatrix}1.155\\0\\-0.577\end{bmatrix}kN$$

Le reazioni vincolari sopra determinate sono riportate in figura indicandone il verso corretto

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

2.3 Verifica delle equazioni di equilibrio globale

Si disegna un diagramma di corpo libero della struttura indicando i versi corretti delle reazioni vincolari esterne e si verifica l'equilibrio globale

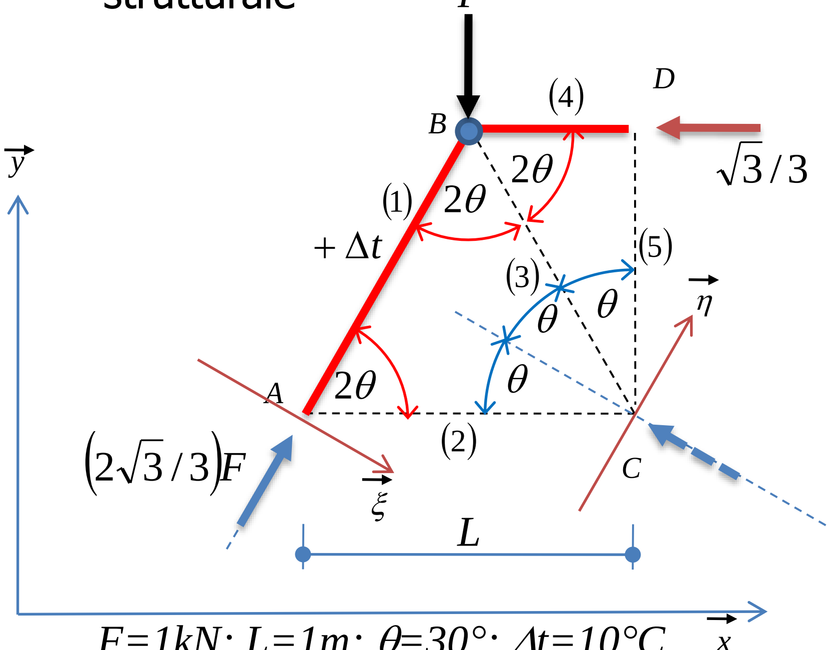
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow \left(2\sqrt{3}/3\right)F\sin(\theta) - \sqrt{3}/3 = 0 \rightarrow 0 = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow \left(2\sqrt{3}/3\right)F\cos(\theta) - F = 0 \rightarrow 0 = 0 \\ \sum M_{(B)} = 0 \rightarrow 0 = 0 \end{cases}$$

Le equazioni di equilibrio globale sono allora identicamente soddisfatte.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equilibrio

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

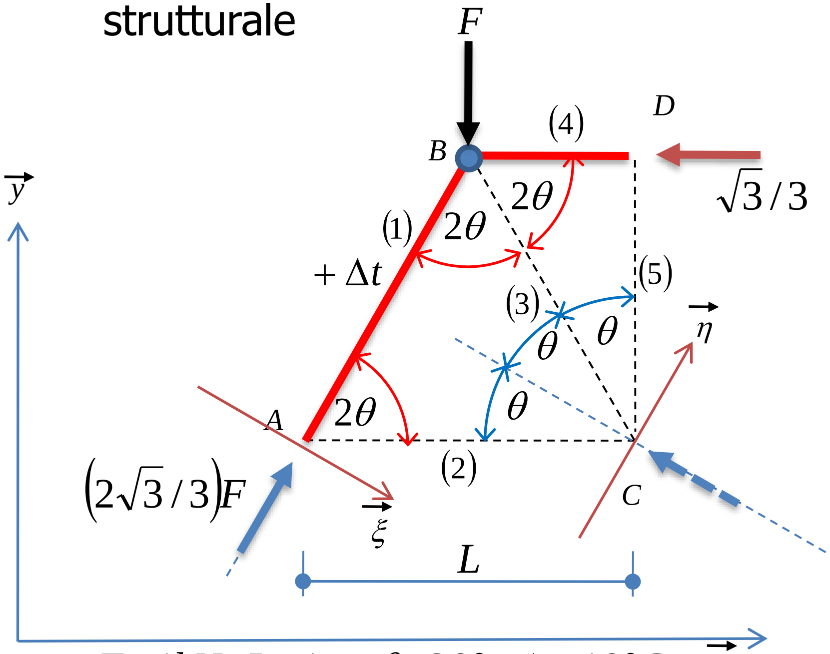
NOTA

Si osservi che i valori delle sollecitazioni presenti nelle aste del sistema nonché le reazioni dei vincoli sono indipendenti dalla distorsione termica.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – legami costitutivi

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

3. Legami costitutivi

Si definisce il vettore degli allungamenti assiali in maniera duale al vettore degli sforzi normali

$$\underline{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \end{bmatrix}$$

Si calcolano gli allungamenti nelle aste utilizzando la seguente relazione

$$\underline{\delta} = [D]\underline{N} + \underline{\delta_a}$$

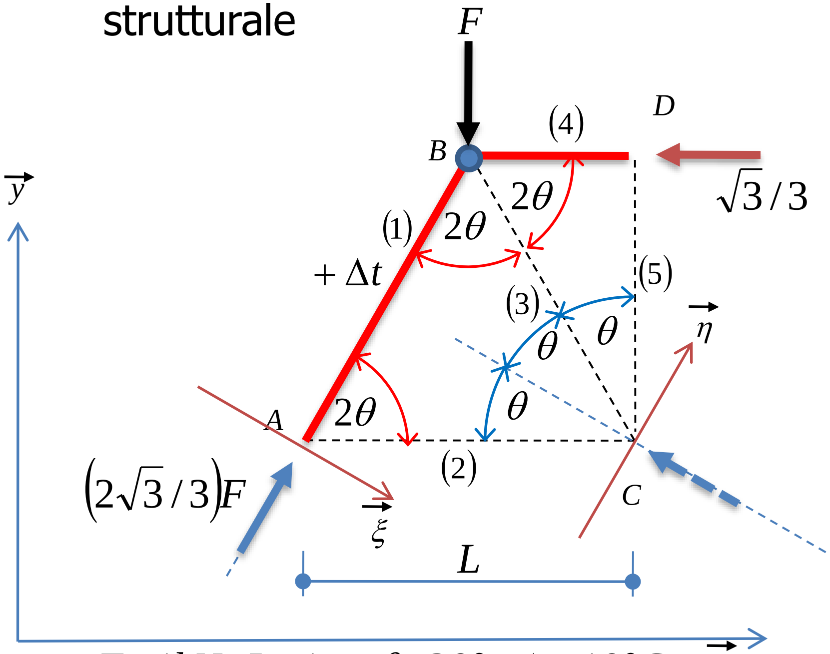
dove

$$[D] = \text{matrice di deformabilità assiale} = diag\left[\left(\frac{L}{EA}\right)_i\right]$$

$$(\delta_a)_i = (\alpha\,\Delta t\,L)_i$$

Esempio – legami costitutivi

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa,\ \alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

3. Legami costitutivi

Tutte le aste della struttura hanno $E=210GPa,\ \alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$ ed $A=\pi r^2\cong79mm^2$ per cui dalla precedente relazione si ottiene

$$\begin{bmatrix}\delta_1\\ \delta_2\\ \delta_3\\ \delta_4\\ \delta_5\end{bmatrix}=\frac{L}{EA}\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1/2&0\\0&0&0&0&\sqrt{3}/2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}N_1\\N_2\\N_3\\N_4\\N_5\end{bmatrix}+\alpha\begin{bmatrix}\Delta t\,L\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\cong\begin{bmatrix}0.046\\0\\0\\-0.018\\0\end{bmatrix}mm$$

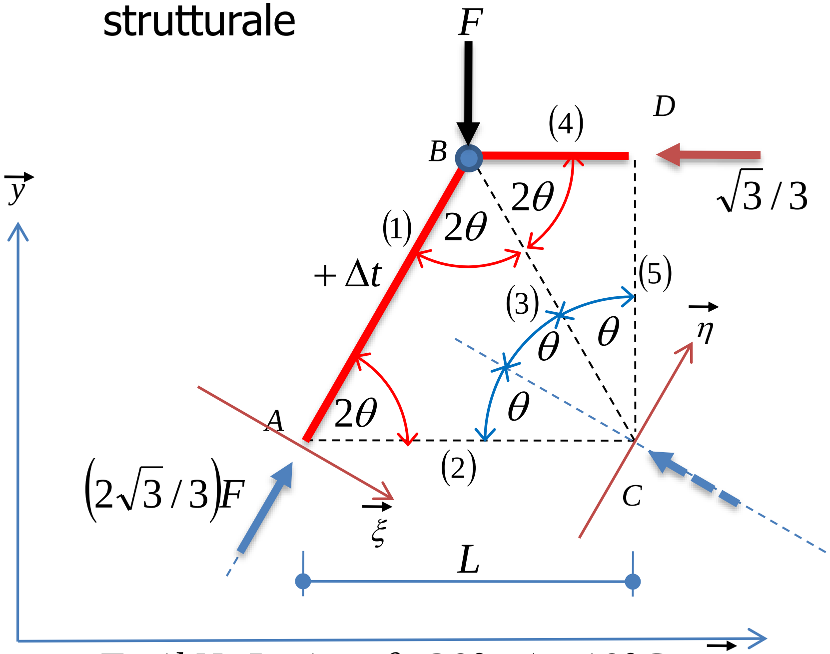
OSS.

L'asta (1) è compressa e pertanto subisce un accorciamento elastico. Globalmente però si allunga in quanto alla contrazione elastica si sovrappone la dilatazione dovuta all'incremento di temperatura $+\Delta t$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – congruenza

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

4. Equazioni di congruenza

Si definisce il vettore degli spostamenti nodali in maniera duale al vettore delle forze esterne. Si assumono quindi positivi gli spostamenti concordi con gli assi dei sistemi di riferimento indicati in figura

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} F_\xi^A \\ F_x^B \\ F_y^B \\ F_\eta^C \\ F_y^D \end{bmatrix} \rightarrow \underline{u}_f = \begin{bmatrix} u_\xi^A \\ u_x^B \\ u_y^B \\ u_\eta^C \\ u_y^D \end{bmatrix}$$

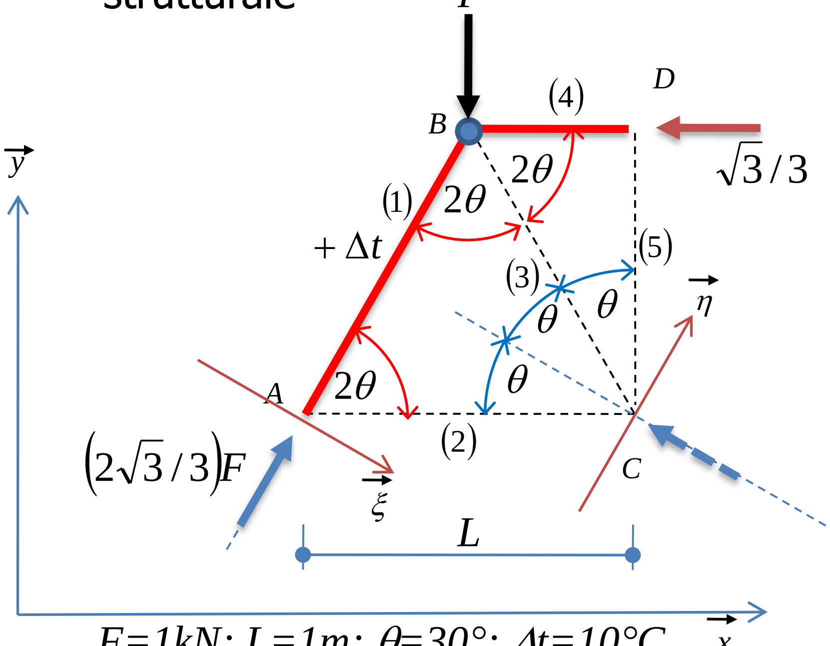
Così facendo si ha che l'operatore algebrico di congruenza è il trasposto dell'operatore algebrico di equilibrio per cui si può scrivere

$$\underline{\delta} = [C_f]\underline{u}_f + \cancel{[C_v]\underline{\Delta}}$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – congruenza

Il sistema strutturale schematizzato in figura è formato da aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi tutte sezione trasversale circolare di diametro pari a $10mm$. Si risolva il sistema strutturale



$F=1kN;\ L=1m;\ \theta=30°;\ \Delta t=10°C$

4. Equazioni di congruenza

Dalla precedente relazione si ricava

$$\underline{u}_f = \left[C_f\right]^{-1}\underline{\delta} \rightarrow \begin{bmatrix} u_\xi^A \\ u_x^B \\ u_y^B \\ u_\eta^C \\ u_y^D \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 0.033 \\ 0.018 \\ 0.043 \\ 0.057 \\ 0.049 \end{bmatrix} mm$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Verifica delle tensioni normali presenti nelle aste

Asta	N	Tirante Puntone	Area $[mm^2]$	Tensione normale $\sigma=N/A$ $[MPa]$	Tensione di snervamento σ_y $[MPa]$	$s=\sigma_y/\sigma$
(1)	-1155N	P	79	-14.7	±235	16.0
(2)	0	/	79	0	±235	0
(3)	0	/	79	0	±235	0
(4)	-577N	P	79	-7.4	±235	0
(5)	0	/	79	0	±235	32.0

La tensione normale presente nelle sezioni trasversali delle aste del sistema reticolare analizzato è allora molto più bassa della tensione limite di snervamento dell'acciaio.

Come descritto nella precedente lezione, la verifica effettuata nella precedente tabella è lecita solo in quanto le aste del sistema reticolare sono sollecitate in maniera analoga a quanto viene fatto nella prova monoassiale. Inoltre la precedente verifica tiene conto solo della resistenza del materiale e non vengono presi in considerazione problemi relativi alla stabilità dell'equilibrio i quali verranno trattati nella parte finale del corso.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

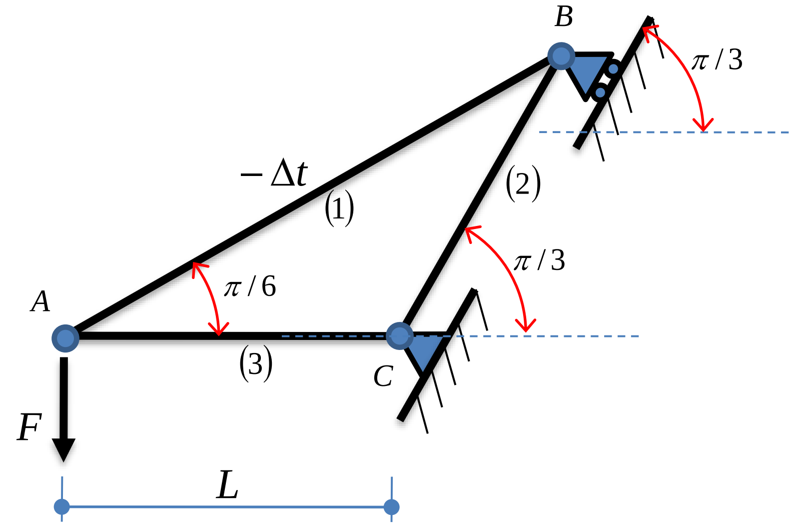
Esercizio proposto

Il sistema reticolare in figura è realizzato mediante tre aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\ °C^{-1}$) aventi sezione trasversale circolare di diametro rispettivamente pari a

$$\phi_1 = 10mm$$
$$\phi_2 = \phi_3 = 40mm$$

Seguendo la metodologia di soluzione indicata nella sessione teorica della presente lezione si risolvi il sistema reticolare piano schematizzato in figura.

Si osservi che l'asta *(1)* è sottoposta ad un <u>raffreddamento</u> di 15°C



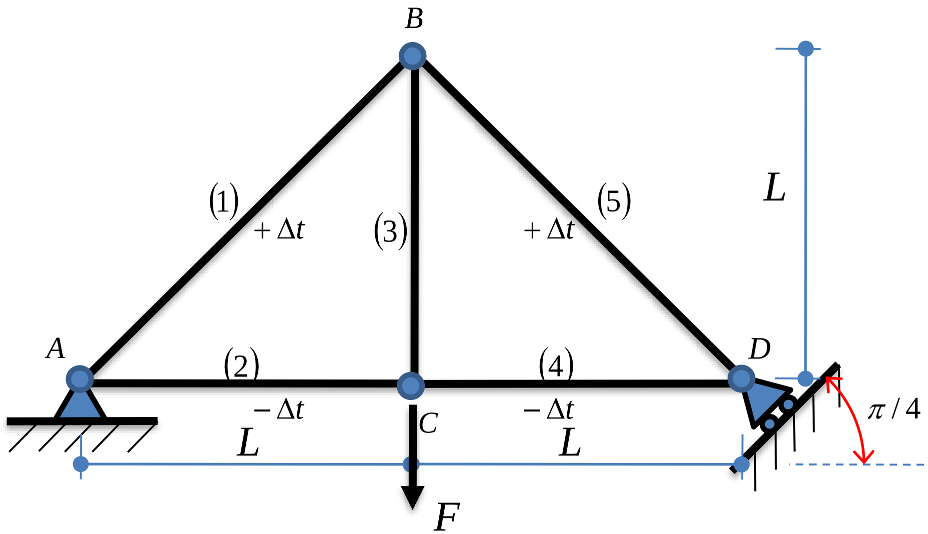
$F=2kN;\ L=1.5m;\ \Delta t=15°C$

Esercizio proposto

Il sistema reticolare in figura è realizzato mediante aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi sezione trasversale circolare di diametro rispettivamente pari a

$$\phi_1=\phi_5=30mm$$
$$\phi_2=\phi_3=\phi_4=20mm$$

Seguendo la metodologia di soluzione indicata nella sessione teorica della presente lezione si risolvi il sistema reticolare piano schematizzato in figura.



$F=2kN;\ L=2m;\ \Delta t=10°C$

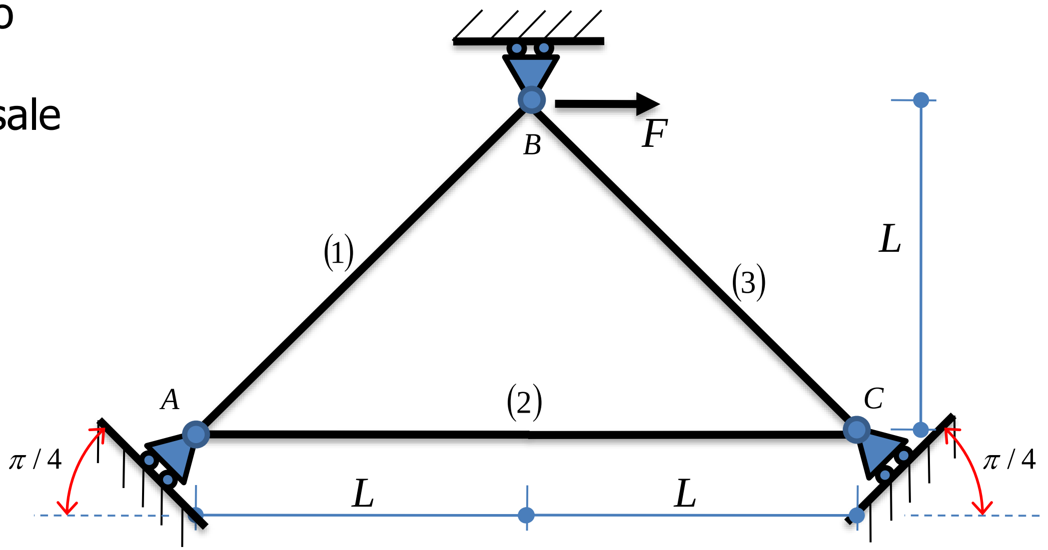
Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esercizio proposto

Il sistema reticolare in figura è realizzato mediante aste in acciaio ($E=210GPa$, $\alpha=11.6\times10^{-6}\,°C^{-1}$) aventi sezione trasversale circolare di diametro pari a

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = 30mm$$

Dopo averne verificato l'isostaticità, si risolva il sistema strutturale.



$F=2kN;\ L=2m;\ \Delta t=10°C$