

# La sicurezza strutturale



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE

Scuola di Architettura  
Corso di Laurea Magistrale quinquennale c.u.



## Criteri di rottura per materiali fragili



## Criterio di rottura (materiali fragili): Galileo, Rankine e Navier

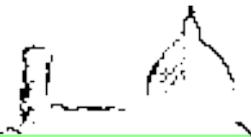
Si è visto nelle precedenti lezioni che alcuni materiali a comportamento fragile, come ad esempio il calcestruzzo o i mattoni, se sottoposti ad alcune prove meccaniche (assiale, di torsione, ...) si rompono in corrispondenza di giaciture sulle quali si ha il massimo valore di tensione normale. Questo fa supporre che la rottura di tali materiali avvenga a causa del raggiungimento di un valore limite di tensione normale. Tali materiali manifestano inoltre una tensione di rottura per trazione molto inferiore (in valore assoluto) di quella che si ha per compressione.

Per questa classe di materiali è possibile utilizzare il criterio di resistenza associato ai nomi di *Galileo*, *Rankine* e *Navier*, che utilizza come indicatori dello stato di sollecitazione presente in un punto materiale della struttura i valori massimi e minimi di tensione normale. In particolare, indicando con  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  e  $\sigma_{III}$  gli autovalori del tensore di Cauchy e con  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$  rispettivamente il massimo ed il minimo autovalore di tensione in un punto materiale, il criterio in esame assume che lo stato tensionale sia "di sicurezza" se i precedenti valori risultano contenuti all'interno dell'intervallo definito dai valori di resistenza a compressione e a trazione del materiale:

$$\sigma_C \leq \sigma_{min} \quad \sigma_{max} \leq \sigma_T \quad (1)$$

o, in maniera equivalente,

$$\sigma_C \leq \sigma_\alpha \leq \sigma_T, \quad \alpha = I, II, III \quad (2)$$



## Criteri di rottura per materiali fragili: Galileo, Rankine e Navier

Al fine di poter confrontare stati tensionali fra loro differenti è necessario, come si è detto, poter misurare il livello di sicurezza, ossia la "distanza" tra lo stato di sollecitazione presente in un punto materiale ed il corrispondente valore di crisi.

Per il criterio di Galileo si definisce a tal fine un *coefficiente di sicurezza* pari al rapporto tra il valore di tensione normale presente nel punto materiale in esame ed il corrispondente valore di tensione di rottura. Visto che i materiali (fragili) a cui si applica tale criterio presentano, in generale, tensioni di rottura a trazione molto inferiori, in valore assoluto, alle tensioni di rottura a compressione, è necessario definire due coefficienti di sicurezza, rispettivamente per tensioni di trazione e di compressione. In particolare si definisce

$$s_T = \begin{cases} \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} & \text{per } \sigma_{\max} > 0 \\ \infty & \text{per } \sigma_{\max} \leq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c} \text{Si escludono tensioni (massime o} \\ \text{minime) discordi con il segno delle} \\ \text{tensioni limite a cui si riferisce il} \\ \text{coefficiente di sicurezza.} \end{array} \quad s_C = \begin{cases} \frac{\sigma_C}{\sigma_{\min}} & \text{per } \sigma_{\min} < 0 \\ \infty & \text{per } \sigma_{\min} \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Si assume come coefficiente di sicurezza il seguente:

$$s = \min\{s_C, s_T\} \quad (4)$$

Uno stato tensionale "di sicurezza" corrisponde ovviamente a valori del precedente coefficiente maggiori di uno. Valori del coefficiente di sicurezza pari ad uno corrispondono ad uno stato di crisi nel materiale, mentre valori minori di uno sono incompatibili con il criterio descritto.

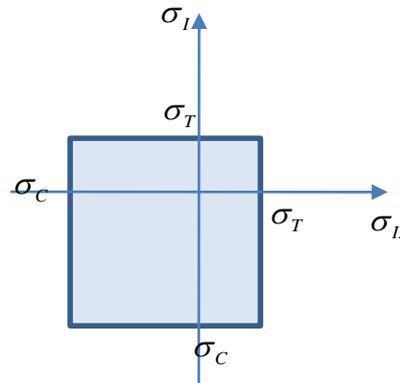


## Criteri di rottura per materiali fragili: Galileo, Rankine e Navier

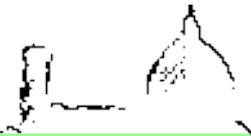
Per gli stati tensionali piani un autovalore di tensione è nullo (es.  $\sigma_{III}=0$ ) e pertanto delle (2) risultano significative solamente le seguenti relazioni:

$$\sigma_C \leq \sigma_I \leq \sigma_T, \quad \sigma_C \leq \sigma_{II} \leq \sigma_T \quad (5)$$

le quali definiscono il dominio illustrato di seguito nel piano delle tensioni principali.

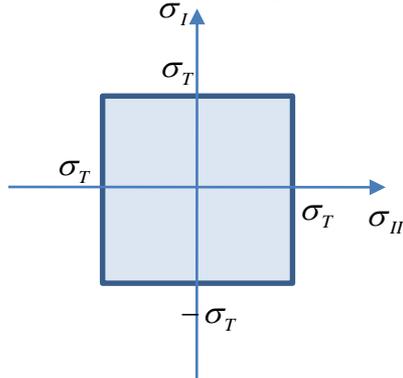


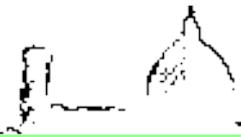
Secondo il criterio di Galileo, gli stati tensionali "ammissibili" per il materiale sono quelli interni al dominio indicato in figura. Gli stati tensionali relativi alla frontiera del dominio corrispondono a stati di crisi nel materiale. Si osservi che le (2) definiscono un dominio cubico nello spazio tridimensionale delle tensioni principali.



## Criteri di rottura per materiali fragili: Galileo, Rankine e Navier

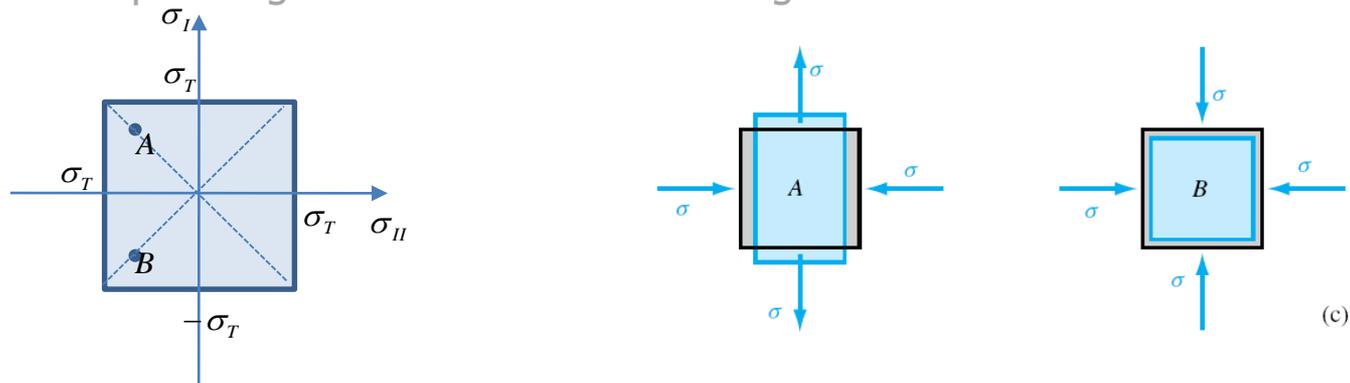
Si osservi che per materiali aventi uguali valori (assoluti) di resistenza a trazione e compressione, il domino di resistenza relativo al criterio di Galileo si posiziona simmetricamente rispetto agli assi come indicato di seguito.





## Criteri di rottura per materiali fragili: Galileo, Rankine e Navier

Si osservi che per materiali aventi uguali valori (assoluti) di resistenza a trazione e compressione, il domino di resistenza relativo al criterio di Galileo si posiziona simmetricamente rispetto agli assi come indicato di seguito.



Si dimostra facilmente, applicando direttamente le (3), che in questo caso il criterio di Galileo attribuisce il medesimo coefficiente di sicurezza (e quindi lo stesso livello di pericolosità) agli stati tensionali indicati con A e B in figura. Intuitivamente, nonché in accordo con le evidenze sperimentali, lo stato tensionale B appare meno gravoso dello stato tensionale A: nello stato tensionale di tipo A le tensioni normali di segno opposto producono deformazioni assiali concordi che quindi agevolano la rottura dell'elemento, mentre in B le tensioni di segno concorde producono deformazioni di segno discorde che si contrastano a vicenda.



## **Criteri di rottura per materiali fragili: Galileo, Rankine e Navier**

Pertanto, nei casi di materiali fragili aventi valori (assoluti) di tensione di rottura a trazione ed a compressione paragonabili, il criterio di Galileo può cadere in difetto in quanto stima un livello di pericolosità analogo in corrispondenza di stati tensionali del tipo indicato nella precedente slide. In questi casi sono applicabili altri criteri di resistenza basati ad esempio sulle deformazioni assiali (criterio di Grashof) che non vengono considerati in questa sede.