Aste sollecitate da taglio (e momento)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

Scuola di Architettura
Corso di Laurea Magistrale quinquennale c.u.

Profili a parete sottile

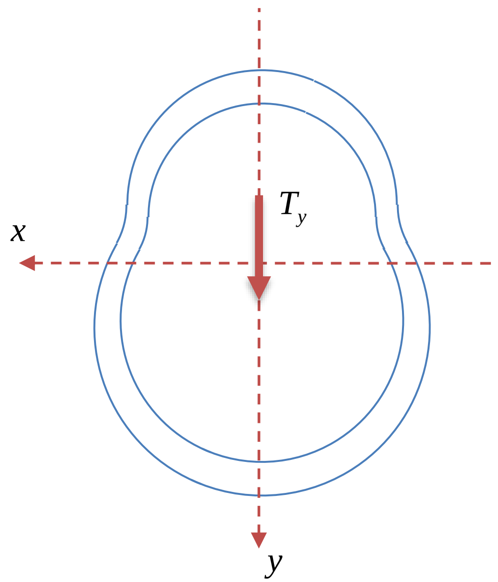
sezioni chiuse simmetriche

Sommario

Nella precedente lezione è stato definito il centro di taglio di una sezione e ne sono state descritte le principali proprietà. Anche se la sua definizione e le sue proprietà sono generali, è stata indicata una procedura operativa che ne consente la determinazione solo per profili aperti in parete sottile.

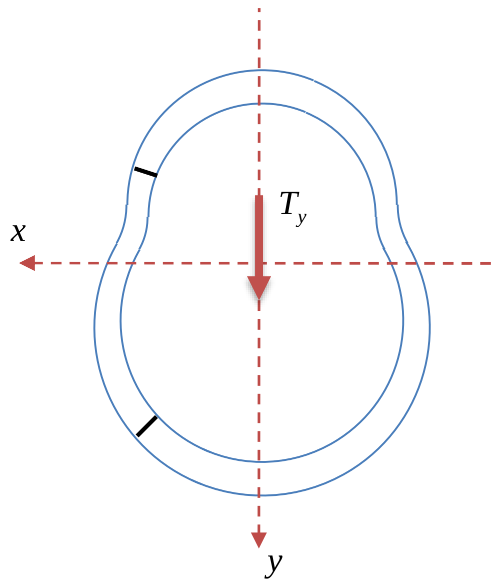
Di seguito verrà descritta una modalità utilizzabile per la determinazione delle tensioni tangenziali medie presenti in una sezione simmetrica, chiusa a parete sottile, sollecitata da una azione tagliante avente direzione coincidente con l'asse di simmetria della sezione stessa.

Profili chiusi a parete sottile



Si consideri una trave a sezione trasversale chiusa a parete sottile, caricata da una sollecitazione tagliante (naturalmente oltre ad una sollecitazione flessionale a cui essa è associata). L'applicazione della formula di Jourawsky prevede di suddividere idealmente la sezione in esame in due parti, in modo da isolarne una rispetto all'altra e imporre l'equilibrio alla traslazione assiale.

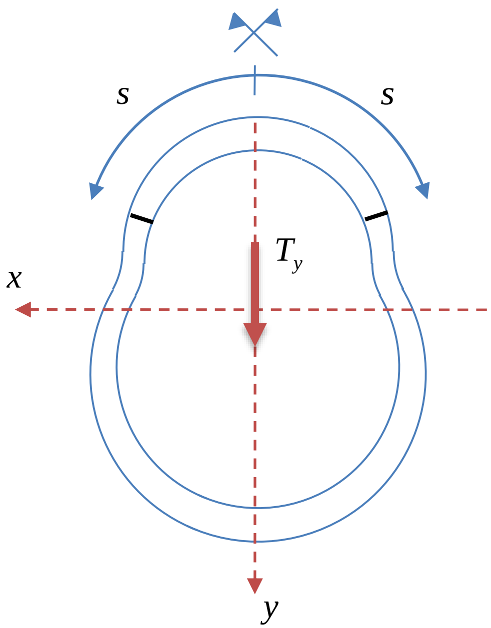
Profili chiusi in parete sottile



Per la sezione in esame si potrebbero considerare ad esempio le corde indicate in figura. In questo caso però la formula di Jourawsky permetterebbe di calcolare solo il valore medio delle tensioni tangenziali presenti in tutte e due le corde, senza poter distinguere la tensione tangenziale media presente su una delle due corde da quella presente sull'altra. La soluzione sarebbe allora troppo poco accurata.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Profili chiusi in parete sottile

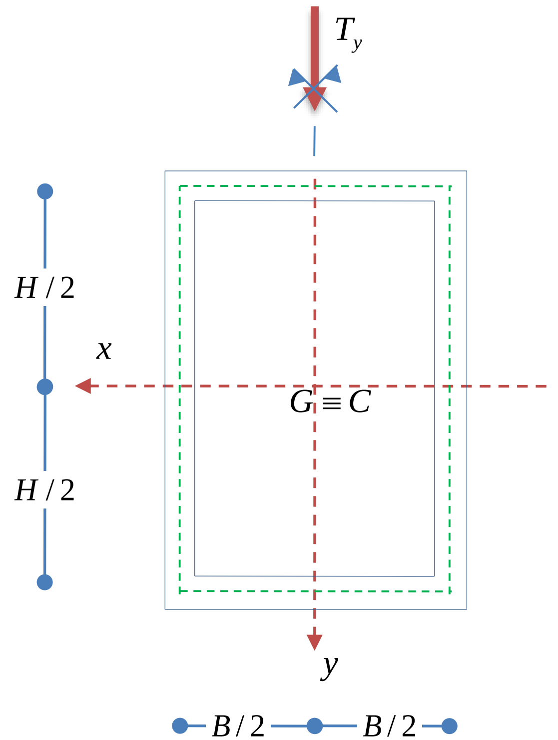


Tale problema può però essere “aggirato” per un profilo simmetrico caricato da una azione tagliante applicata in corrispondenza dell’asse di simmetria della sezione stessa come indicato in figura. Per la simmetria del problema infatti (sezione simmetrica simmetricamente caricata), le tensioni tangenziali presenti su due corde disposte simmetricamente sono uguali. Pertanto, per il caso in esame l’accuratezza della formula di Jourawsky è analoga a quella che si ha per il caso di profili aperti a parete sottile, e quindi generalmente accettabile per le usuali applicazioni ingegneristiche.

Si osservi che, essendo la direzione dell’azione tagliante coincidente con un asse di simmetria della sezione, essa passa sicuramente per il centro di taglio: non ci sono allora, in questo caso, effetti torsionali.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio: profilo scatolare



$B = 95\,mm$

$H = 175\,mm$

$\delta = 5\,mm$

Si analizza a titolo di esempio il profilo scatolare indicato in figura. Il profilo è doppiamente simmetrico e quindi il centro di taglio coincide con il baricentro della sezione.

Per semplicità supponiamo che il profilo in esame abbia spessore costante δ.

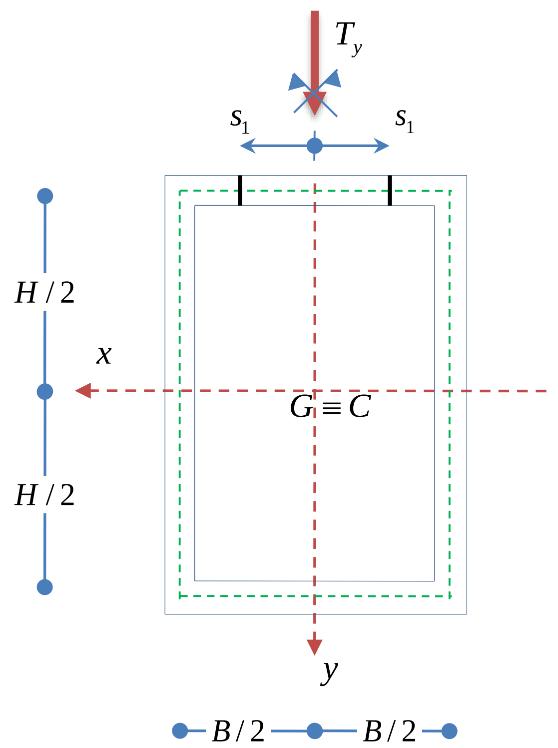
Il momento d'inerzia della sezione rispetto all'asse x può essere calcolato come segue (si trascurano i termini in δ^3)

$$I_x \cong 2\left(\frac{1}{12}\delta H^3 + B\delta\frac{H^2}{4}\right) = \frac{1}{6}\delta H^2(3B+H) \cong 11.74\,mm^4$$

Calcoliamo adesso le tensioni tangenziali medie presenti nelle corde della sezione in esame applicando la formula di Jourawsky (96) per tutti i tratti che idealmente compongono la sezione in esame.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio: profilo scatolare



$B = 95\,mm$

$H = 175\,mm$

$\delta = 5\,mm$

La formula di Jourawsky è la seguente

$$\bar{\tau}_{zs} = \frac{T_y S_x^{(A_2)}}{b I_x} = -\frac{T_y S_x^{(A_1)}}{b I_x}$$

Per la flangia superiore si ha:

$$I_x \cong \frac{1}{6}\delta H^2 (3B + H) \cong 11.74\,mm^4$$

$$b = 2 \cdot \delta = 10\,mm$$

Si indica ovviamente la lunghezza complessiva della corda e quindi la somma dei due tagli ideali riportati in figura

$$S_x(s_1) = -2\,s_1 \cdot \delta \cdot \frac{H}{2} = -\delta\,H\,s_1$$

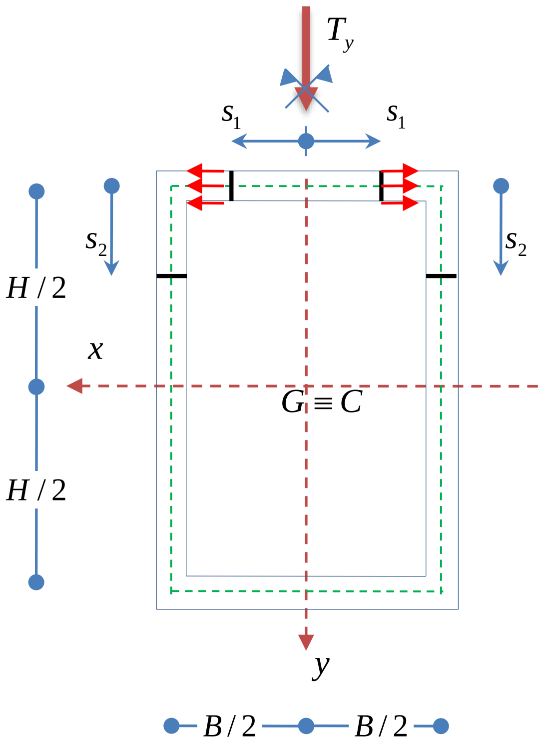
$$\bar{\tau}_{zs}(s_1) = -\frac{T_y S_x^{(A_1)}}{b I_x} = \frac{3T_y}{\delta\,H\,(3B+H)} \cdot s_1$$

Andamento lineare. Inoltre la tensione tangenziale è positiva e quindi uscente dalla sezione A_1

$$0 \le s_1 \le B/2$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio: profilo scatolare



$B = 95\,mm$

$H = 175\,mm$

$\delta = 5\,mm$

Per le due flange laterali si ha

$$I_x \cong \frac{1}{6}\delta H^2(3B+H) \cong 11.74\,mm^4$$

$$b = 2\cdot\delta = 10\,mm$$

Si indica ovviamente la lunghezza complessiva della corda e quindi la somma dei due tagli ideali riportati in figura

$$S_x(s_2) = -\left(B\delta\frac{H}{2} + 2\delta s_2\left(\frac{H}{2} - \frac{s_2}{2}\right)\right) = -\frac{\delta}{2}\left(BH + 2(H - s_2)s_2\right)$$

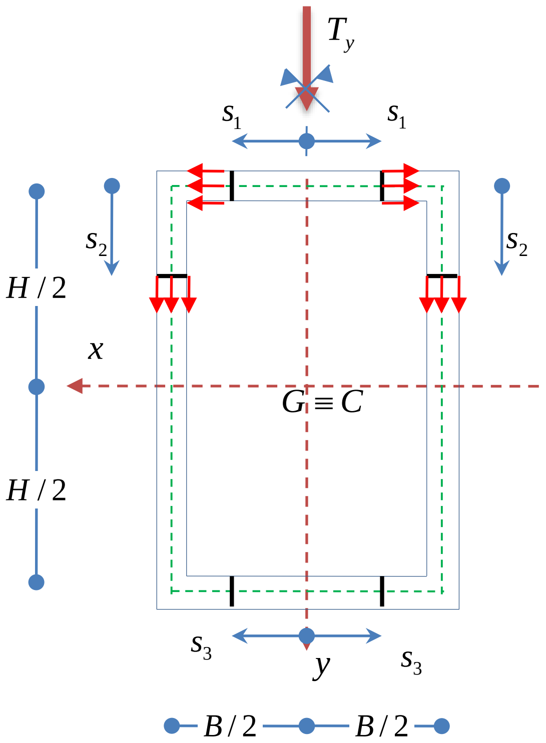
$$\bar{\tau}_{zs}(s_2) = -\frac{T_y S_x^{(A_1)}}{bI_x} = \frac{3T_y}{2\delta H^2(3B+H)}\cdot\left(BH + 2(H - s_2)s_2\right)$$

Andamento parabolico con massimo in corrispondenza dell'asse neutro ($s_2 = H/2$). Inoltre la tensione tangenziale è positiva e quindi uscente dalla sezione A_1

$$0 \le s_2 \le H$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio: profilo scatolare



$B = 95\,mm$

$H = 175\,mm$

$\delta = 5\,mm$

Per la flangia inferiore si ha

$$I_x \cong \frac{1}{6}\delta H^2 (3B + H) \cong 11.74\,mm^4$$

$$b = 2 \cdot \delta = 10\,mm$$

Si indica ovviamente la lunghezza complessiva della corda e quindi la somma dei due tagli ideali riportati in figura

$$S_x(s_3) = 2\,s_3\,\delta \frac{H}{2} = \delta\, H\, s_3$$

$$\bar{\tau}_{zs}(s_3) = -\frac{T_y S_x^{(A_1)}}{b I_x} = -\frac{3T_y}{\delta\, H\,(3B + H)} \cdot s_3$$

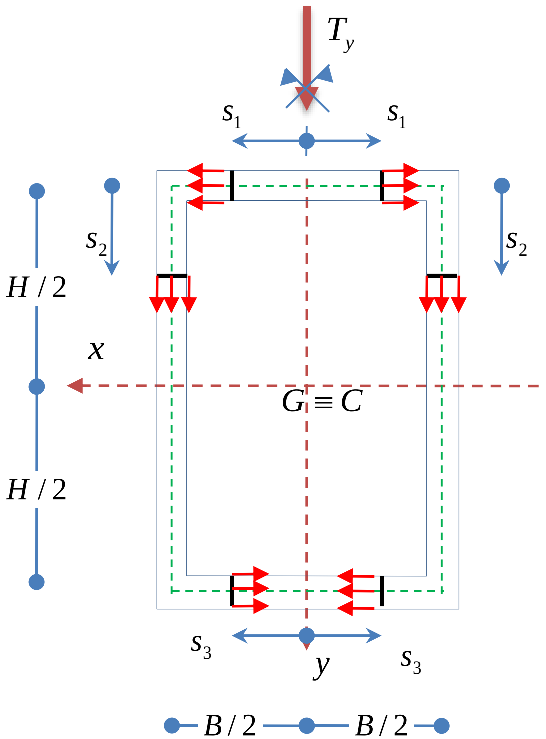
Andamento lineare. Inoltre la tensione tangenziale è negativa e quindi entrante nella sezione A_1

$$0 \le s_3 \le B/2$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio: profilo scatolare

In definitiva allora, le funzioni delle tensioni tangenziali medie presenti nella sezione in esame sono le seguenti:



$$\bar{\tau}_{zs}(s_1) = -\frac{T_y S_x^{(A_1)}}{b I_x} = \frac{3T_y}{\delta H (3B+H)} \cdot s_1 \qquad 0 \le s_1 \le B/2$$

$$\bar{\tau}_{zs}(s_2) = -\frac{T_y S_x^{(A_1)}}{b I_x} = \frac{3T_y}{2\delta H^2 (3B+H)} \cdot \left(BH + 2(H - s_2)s_2\right) \qquad 0 \le s_2 \le H \qquad (106)$$

$$\bar{\tau}_{zs}(s_3) = -\frac{T_y S_x^{(A_1)}}{b I_x} = -\frac{3T_y}{\delta H (3B+H)} \cdot s_3 \qquad 0 \le s_3 \le B/2$$

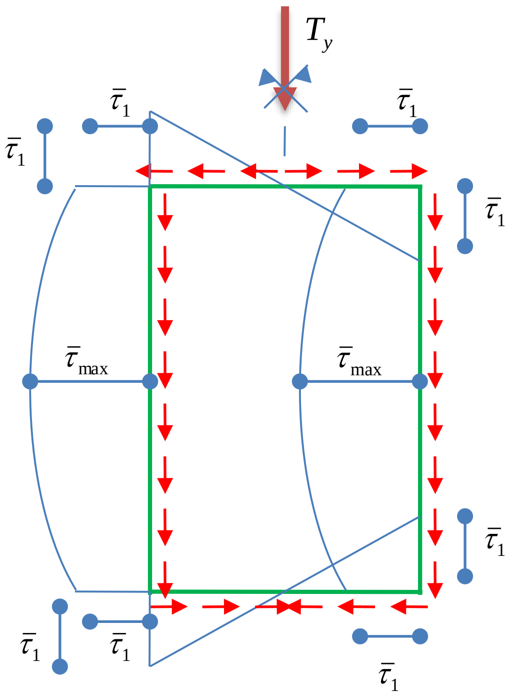
$B = 95\,mm$

$H = 175\,mm$

$\delta = 5\,mm$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio: profilo scatolare



$B = 95\,mm$

$H = 175\,mm$

$\delta = 5\,mm$

Tali leggi sono diagrammate nella figura a fianco sulla linea media della sezione in esame. I valori caratteristici di tali diagrammi sono i seguenti:

$$\bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_{zs}(s_1 = B/2) = \frac{3BT_y}{2\,\delta\,H\,(3B+H)}$$

$$\bar{\tau}_{max} = \bar{\tau}_{zs}(s_2 = H/2) = \frac{3(2B+H)T_y}{12B\,H\,\delta + 4\,H^2\delta} \tag{107}$$

Considerando per l'azione tagliante un valore di T_y=$10kN$, si ha

$$\bar{\tau}_1 = 3.5MPa$$

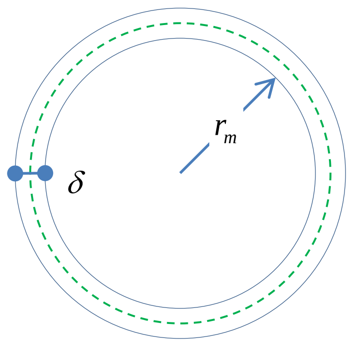
$$\bar{\tau}_{max} = 6.8MPa \tag{108}$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Aste sollecitate da taglio (e momento)

Tensioni tangenziali in un’asta tubolare: esercizio proposto

Profilo tubolare



$r_m = 50\ mm$

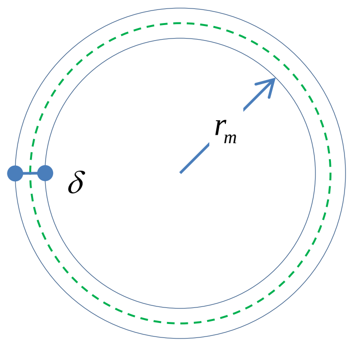
$\delta = 3\ mm$

Una trave avente la sezione trasversale indicata in figura è sollecitata da un taglio costante $Ty=15kN$. Si determini:

1. il valore delle tensioni tangenziali presenti nelle corde della sezione ortogonali alla linea media;
2. il massimo valore di tensione $\bar{\tau}_{\max}$ tangenziale e la corda su cui essa agisce;
3. la costante k nell'espressione seguente per la massima tensione tangenziale.

$$\bar{\tau}_{\max} = k\frac{V}{A}$$

Profilo a "C"



N.B.

Per la determinazione delle tensioni tangenziali può essere conveniente utilizzare come ascissa intrinseca l'angolo θ indicato in figura.

Se si riscontrassero difficoltà, si può consultare l'esempio svolto a p. 171 del libro di testo di Comi-Corradi.

$r_m = 50\ mm$

$\delta = 3\ mm$