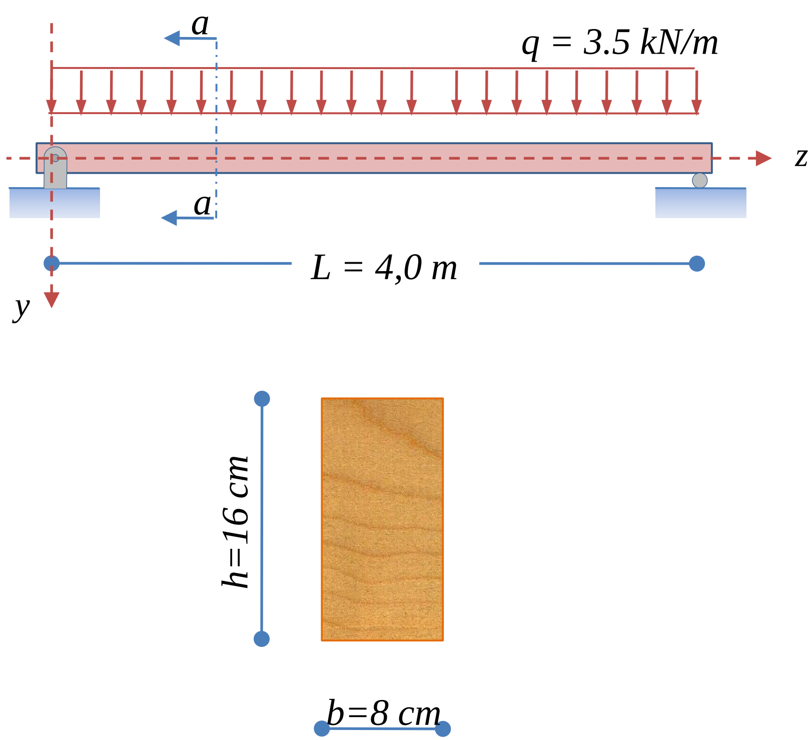
Verifica di una trave appoggiata-appoggiata

Applicazione del metodo dell'integrazione della linea elastica del quarto ordine

Metodo della linea elastica (del quarto ordine): esempio

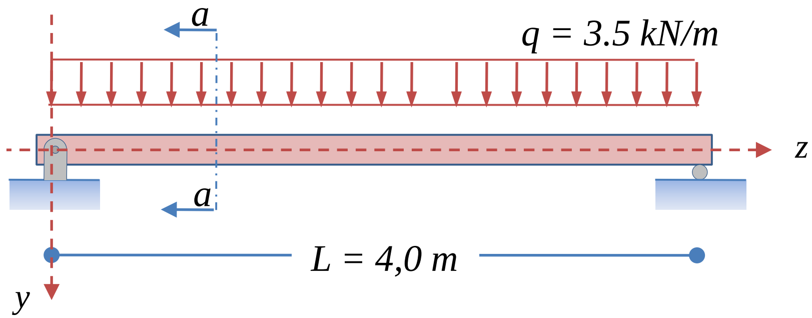


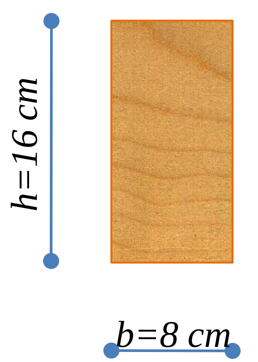
Sezione a-a

Al fine di evidenziare i vantaggi e gli svantaggi relativi alla applicazione dei metodi della integrazione delle equazioni differenziali della linea elastica del secondo e del quarto ordine, esemplifichiamo il metodo dell'integrazione della linea elastica del quarto ordine considerando nuovamente una trave appoggiata-appoggiata caricata da un carico uniformemente ripartito.

$$q(z) = q$$

Metodo della linea elastica (del quarto ordine): esempio





Sezione a-a

Integrando le equazioni di equilibrio si ottiene:

$$T(z) = -\int q(z)\,dz + c_1 = -q\,z + c_1$$

$$M(z) = \int T(z)\,dz + c_2 = -q\frac{z^2}{2} + c_1 z + c_2$$

Nella trave in esame non sono presenti distorsioni termiche, pertanto sostituendo la seconda delle (6) nella legge del legame costitutivo si ottiene:

$$\chi_x(z) = \frac{M_x(z)}{EI_x} + \chi_x^{(a)}(z) = \frac{1}{E\,I_x}\left(-q\frac{z^2}{2} + c_1 z + c_2\right)$$

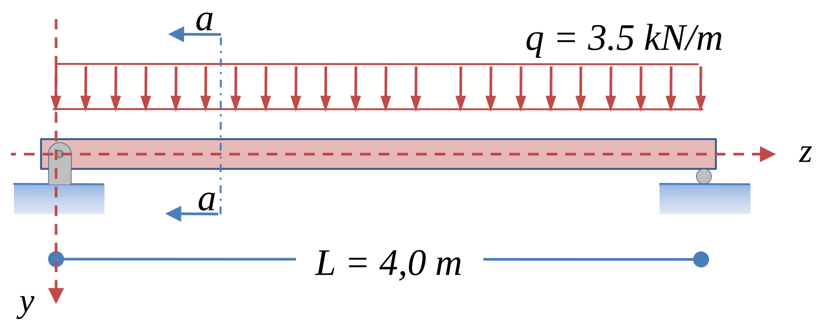
Sostituendo quindi la precedente nelle equazioni di congruenza si ha

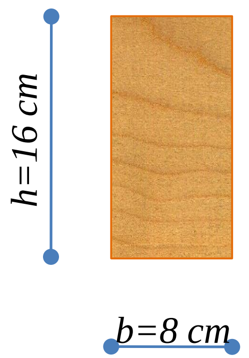
$$\varphi_x(z) = \int \chi_x(z)\,dz + c_3 = \frac{1}{E\,I_x}\left(-q\frac{z^3}{6} + c_1\frac{z^2}{2} + c_2 z\right) + c_3$$

$$v_0(z) \cong -\int \varphi_x(z)\,dz + c_4 = \frac{1}{E\,I_x}\left(q\frac{z^4}{24} - c_1\frac{z^3}{6} - c_2\frac{z^2}{2}\right) - c_3 z + c_4$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Metodo della linea elastica (del quarto ordine): esempio





Sezione a-a

Le quattro costanti di integrazione contenute nelle precedenti relazioni possono essere determinate attraverso quattro condizioni al contorno (C.C.) linearmente indipendenti tra loro. In particolare per la struttura in esame valgono le seguenti:

-C.C. cinematiche

$$v_0(z=0)=0 \rightarrow c_4=0$$

$$v_0(z=L)=0 \rightarrow \frac{1}{E\,I_x}\left(q\frac{L^4}{24}-c_1\frac{L^3}{6}-c_2\frac{L^2}{2}\right)-c_3L+c_4$$

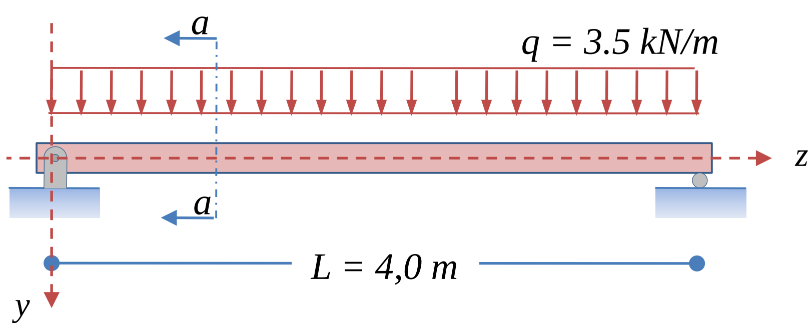
-C.C. statiche

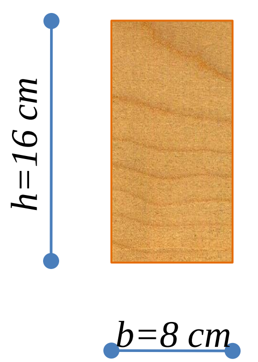
$$M(z=0)=0 \rightarrow c_2=0$$

$$M(z=L)=0 \rightarrow -q\frac{L^2}{2}+c_1L+c_2=0$$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Metodo della linea elastica (del quarto ordine): esempio





Sezione a-a

Le precedenti condizioni al contorno definiscono un sistema di quattro equazioni linearmente indipendenti la cui soluzione è la seguente

$$c_1 = \frac{q\,L}{2} \qquad c_2 = 0 \qquad c_3 = -\frac{q\,L^3}{24\,E\,I_x} \qquad c_0 = 0$$

Utilizzando le precedenti costanti, si ottengono le seguenti espressioni

$$v_0(z) = \frac{q\,z}{24\,E\,I_x}\left(L^3 - 2L\,z^2 + z^3\right)$$

$$\varphi_x(z) = -\frac{q}{24E\,I_x}\left(L^3 - 6L\,z^2 + 4\,z^3\right)$$

$$T(z) = \frac{q}{2}(L - 2z)$$

$$M(z) = \frac{q}{2}(L - z)z$$

Le quali coincidono con quelle ottenute precedentemente.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831