



Risultati notevoli e sovrapposizione degli effetti



Introduzione

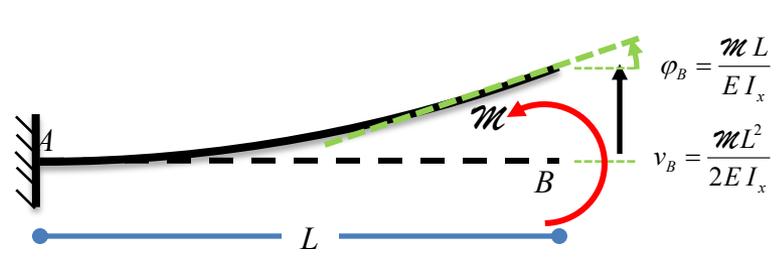
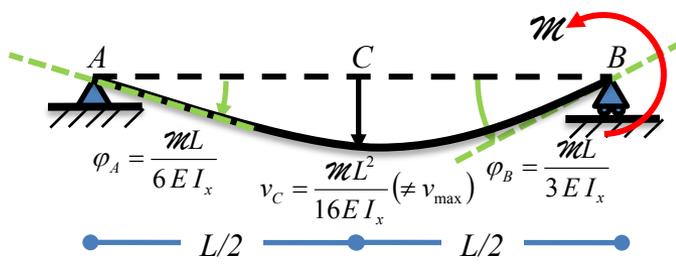
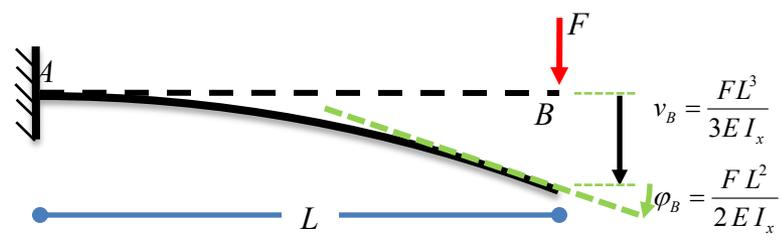
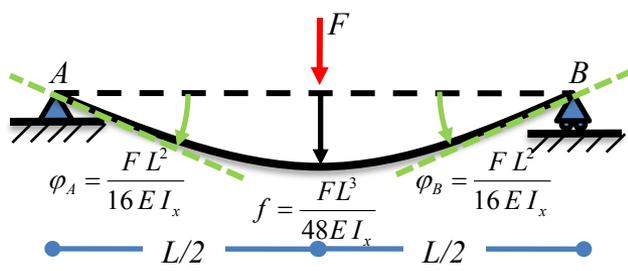
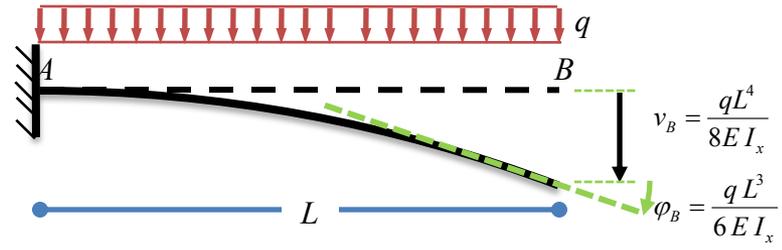
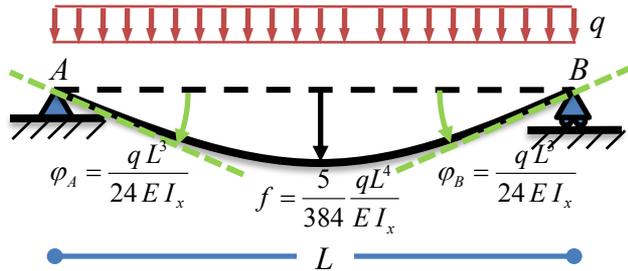
In precedenza abbiamo risolto dei problemi riguardanti la verifica di resistenza e di rigidità di semplici sistemi strutturali (trave appoggiata-appoggiata, mensola). Il progetto o la verifica per resistenza e/o per rigidità delle strutture rappresenta di fatto la finalità principale delle analisi strutturali oggetto del corso di Scienza delle Costruzioni. Si invitano gli studenti a tenere sempre presenti queste finalità "operative" (professionali) anche quando, per necessità organizzative, gli esercizi proposti nel corso riguarderanno solo una parte (es. analisi della sollecitazione o della deformazione) del problema strutturale complessivo.

Si osservi che la definizione di problemi di rigidità o di resistenza comporta necessariamente l'introduzione di criteri (locali o globali, basati sulle evidenze sperimentali) secondo i quali effettuare le verifiche o il progetto.

Nelle scorse lezioni abbiamo analizzato travi appoggiate-appoggiate e travi a mensola sottoposte a particolari (ma molto comuni) condizioni di carico. Per tali strutture sono stati determinati i valori "notevoli" di spostamento e di rotazione schematizzati nella prossima slide.



Alcuni risultati notevoli





Introduzione

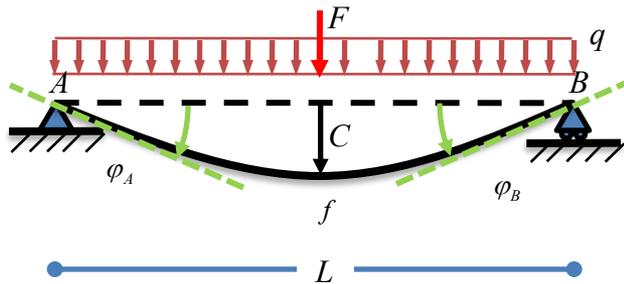
Si osservi che, ovviamente, i precedenti risultati sono validi se sono verificate le ipotesi su cui si basa la teoria che stiamo considerando (Teoria Tecnica della Trave) ed in particolare:

- conservazione delle sezioni trasversali piane, sezioni trasversali rigide nel proprio piano;
- piccole deformazioni;
- materiale omogeneo ed a comportamento elastico lineare (in direzione assiale).

Sotto tali ipotesi vale il principio di sovrapposizione degli effetti: i precedenti risultati possono quindi facilmente essere utilizzati per l'analisi di strutture sollecitate da una qualunque combinazione dei carichi indicati nella precedente slide.



Esempio 1



Si calcoli lo spostamento verticale della sezione di mezzeria e la rotazione delle sezioni di estremità della struttura schematizzata in figura.

SOLUZIONE

$$f = f_{(q)} + f_{(F)} = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI_x} + \frac{FL^3}{48EI_x}$$

$$\varphi_A = \varphi_{A(q)} + \varphi_{A(F)} = \frac{qL^3}{24EI_x} + \frac{FL^2}{16EI_x}$$

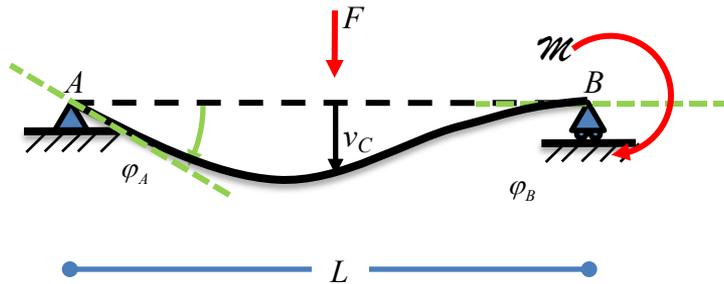
Per la simmetria della struttura si ha inoltre

$$\varphi_B = \varphi_A = \frac{qL^3}{24EI_x} + \frac{FL^2}{16EI_x}$$

Si osservi che i precedenti valori rappresentano i moduli dei vettori di spostamento e di rotazione il cui verso è indicato in figura.



Esempio 2



Si calcoli il valore della coppia \mathcal{M} tale che la rotazione della sezione B sia nulla. Si determinino i corrispondenti valori di spostamento verticale della sezione di mezzeria e di rotazione della sezione A .

SOLUZIONE

$$\varphi_B = \varphi_{B(F)} + \varphi_{B(\mathcal{M})} = \frac{F L^2}{16 E I_x} - \frac{\mathcal{M} L}{3 E I_x} = 0 \rightarrow \mathcal{M} = \frac{3}{16} F L$$

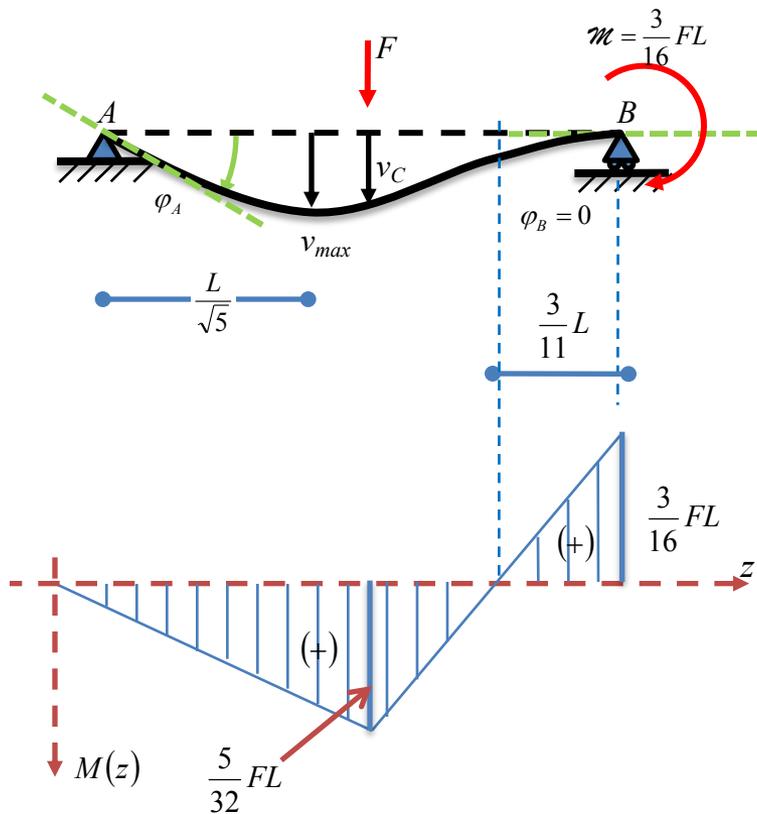
a cui corrispondono i seguenti valori

$$\varphi_A = \varphi_{A(F)} + \varphi_{A(\mathcal{M})} = \frac{F L^2}{16 E I_x} - \frac{\mathcal{M} L}{6 E I_x} = \frac{F L^2}{32 E I_x}$$

$$v_c = v_{c(F)} + v_{c(\mathcal{M})} = \frac{F L^2}{16 E I_x} - \frac{\mathcal{M} L}{6 E I_x} = \frac{7}{768} \frac{F L^3}{E I_x}$$



Esempio 2



OSSERVAZIONE 1

Si osservi che lo spostamento verticale massimo per la struttura in figura non è quello della sezione di mezzeria. Si ha infatti

$$v_{max} = \frac{FL^3}{48\sqrt{5}EI_x}$$

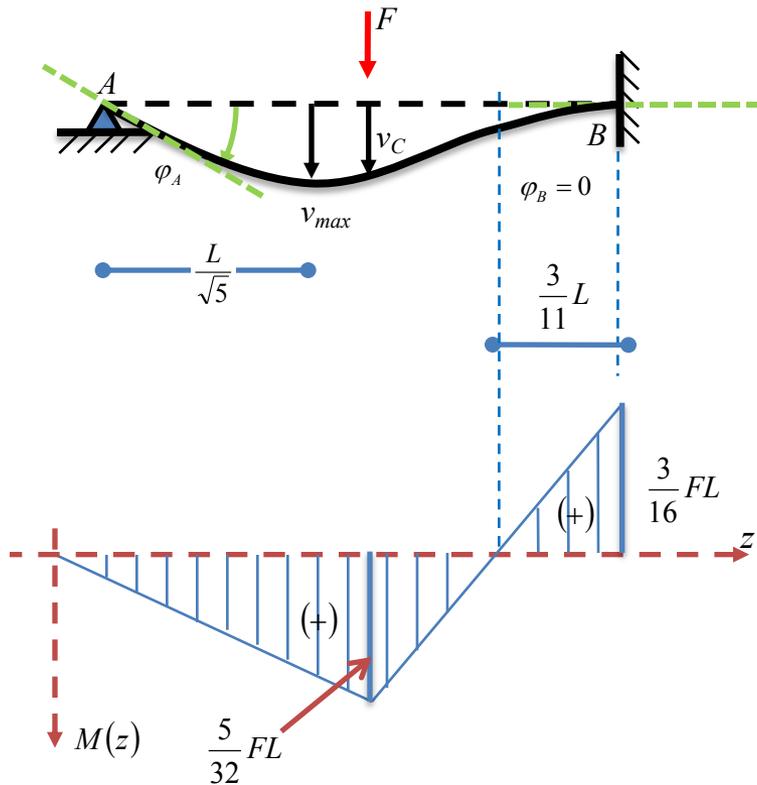
in corrispondenza della sezione posta ad una distanza di $L/\sqrt{5}$ dall'estremo A.

OSSERVAZIONE 2

La linea elastica presenta un cambio di segno della curvatura (punto di flesso) in corrispondenza della sezione in cui si ha momento nullo.



Esempio 2



OSSERVAZIONE 3

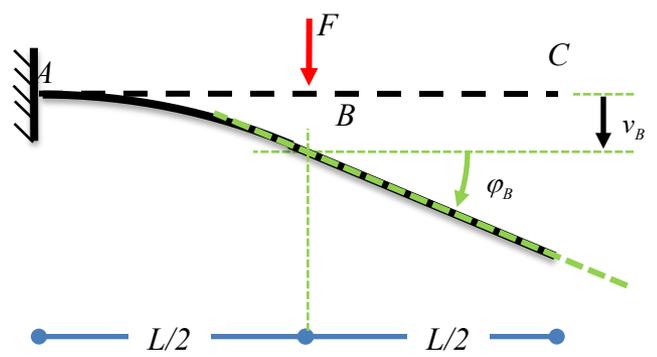
Il valore del momento esterno che abbiamo determinato è tale che

$$\varphi_B = 0$$

Pertanto la struttura che abbiamo esaminato è equivalente ad una trave appoggiata-incastata come indicato in figura.



Esempio 3



Si determini lo spostamento verticale e la rotazione delle sezioni B e C della trave schematizzata in figura.

SOLUZIONE

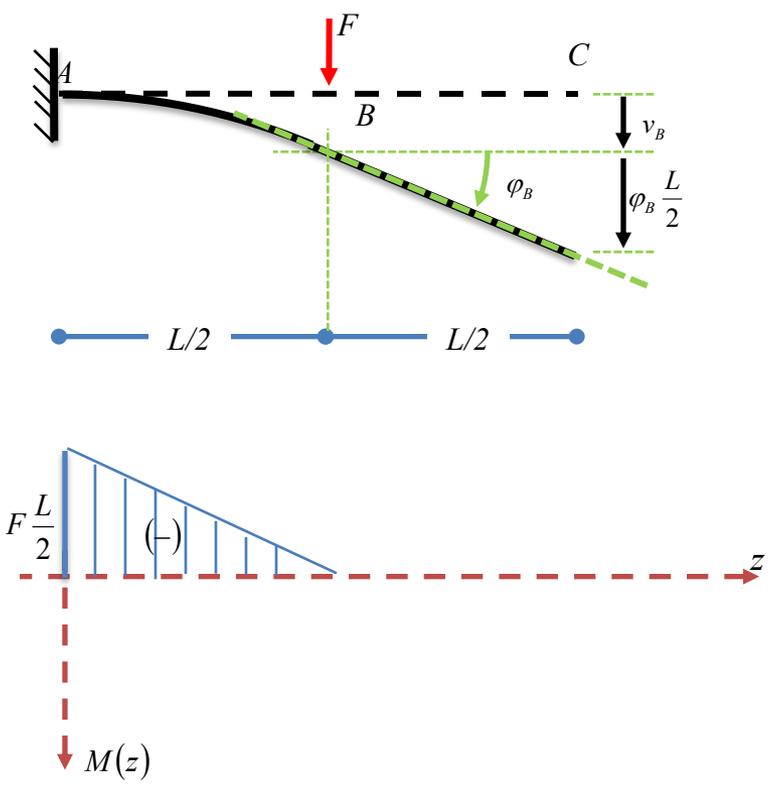
Sezione B:

utilizzando i risultati notevoli indicati in tabella si ottiene:

$$\varphi_B = \frac{F(L/2)^2}{2EI_x} = \frac{FL^2}{8EI_x} \qquad v_B = \frac{F(L/2)^3}{3EI_x} = \frac{FL^3}{24EI_x}$$



Esempio 3



Si determini lo spostamento verticale e la rotazione delle sezioni B e C della trave schematizzata in figura.

SOLUZIONE

Sezione C:

nel tratto BC il momento (e quindi la curvatura) è nullo: esso allora si mantiene rettilineo e pertanto si ha

$$\varphi_C = \varphi_B = \frac{5}{48} \frac{FL^2}{EI_x}$$

$$v_C = v_B + \varphi_B \frac{L}{2} = \frac{FL^3}{24EI_x} + \frac{FL^3}{16EI_x}$$