Strutture formate da travi snelle

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

Scuola di Architettura
Corso di Laurea Magistrale quinquennale c.u.

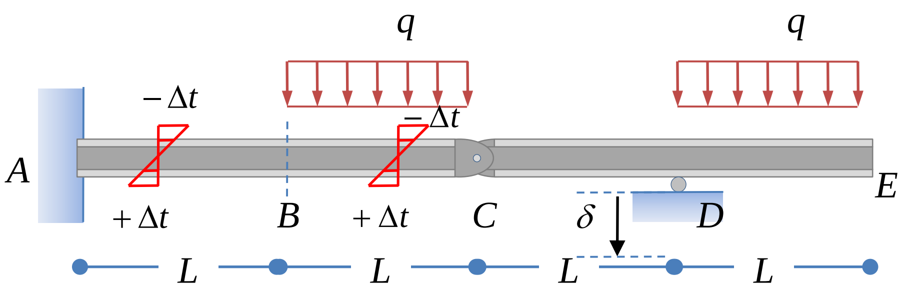
Sistemi isostatici di travi coassiali: calcolo di spostamenti attraverso il PLV

Sommario

Si considera un sistema caricato anche da cedimenti vincolari anelastici e distorsioni termiche “a farfalla”.

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio

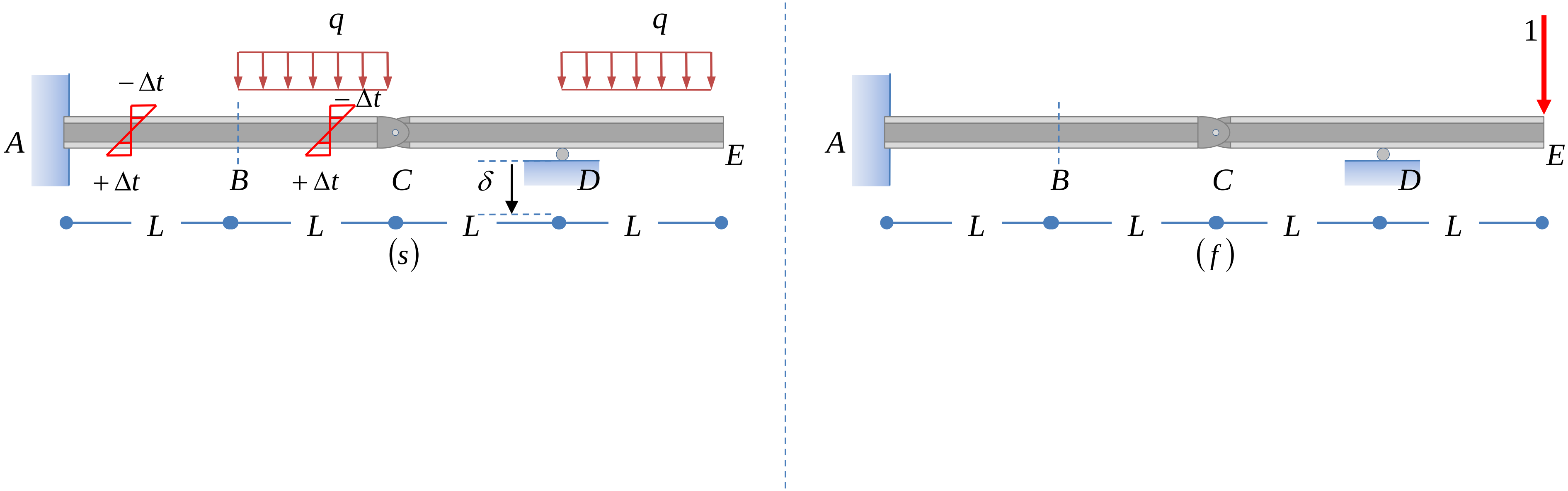


La trave in acciaio schematizzata in figura ha sezione trasversale IPE 160 ($E=210GPa$, $I_x=869{,}0cm^4$, $\alpha=11.7\ 10^{-6}/°C$). Si calcoli lo spostamento verticale della sezione E.

q = 10kN/m
Δt = 20°C
L = 1,5 m
δ = 10 mm

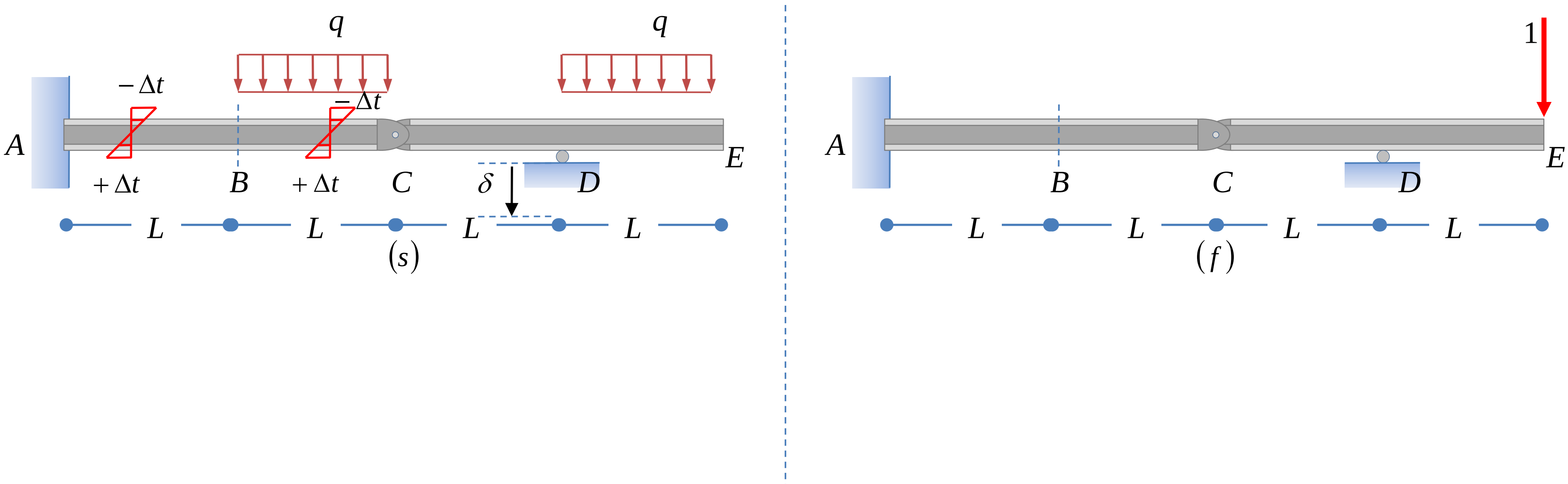
Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio



1. si definisce il sistema *forze (≡sistema fittizio)* caricando il sistema *reale (≡sistema spostamenti)* solo con una azione unitaria duale allo spostamento o alla rotazione da determinare;

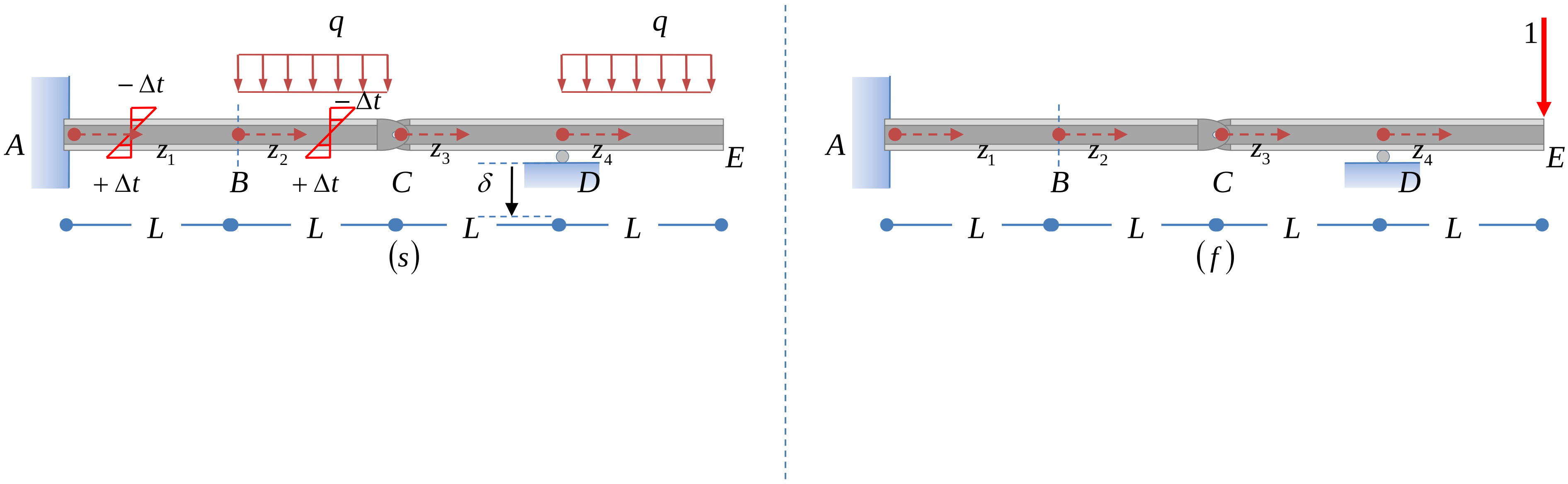
Esempio



2. si individuano i nodi (estremi di tratti omogenei o punti di discontinuità) dei sistemi *reale* e *fittizio*; per l'esempio in oggetto essi sono le sezioni A, B, C, D ed E indicate in figura;
3. si suddividono entrambi i sistemi strutturali in tratti delimitati da tutti i nodi determinati al punto precedente;

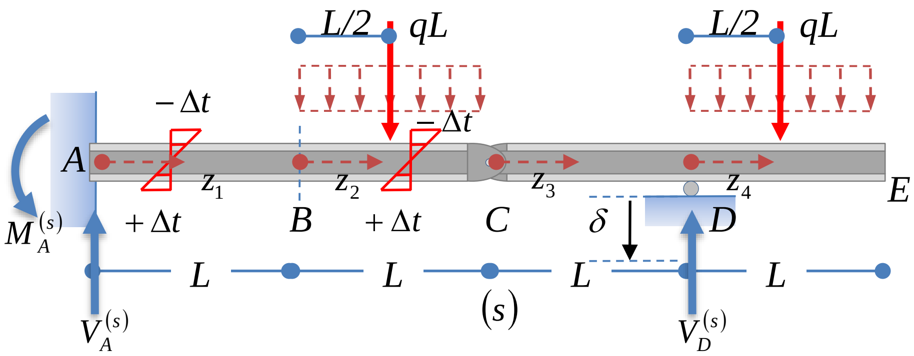
Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

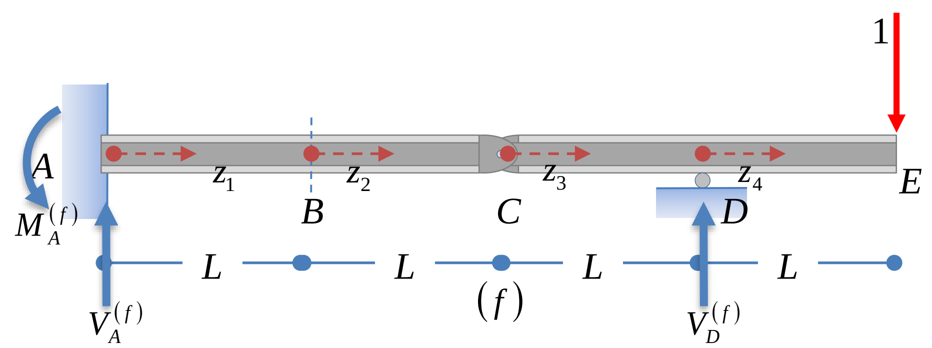
Esempio



4. si introducono i sistemi di riferimento rispetto ai quali scrivere le funzioni e si calcolano le leggi della curvatura nel sistema spostamento e del momento flettente nel sistema forze.
   I sistemi di riferimento rispetto ai quali verranno scritte le funzioni della curvatura e del momento flettente sono quelli indicati in figura.
   Il calcolo delle reazioni vincolari e delle funzioni della curvatura nel sistema reale e del momento flettente nel sistema fittizio è effettuato nelle prossime slide.

Esempio – calcolo delle reazioni vincolari (equazione ausiliaria)

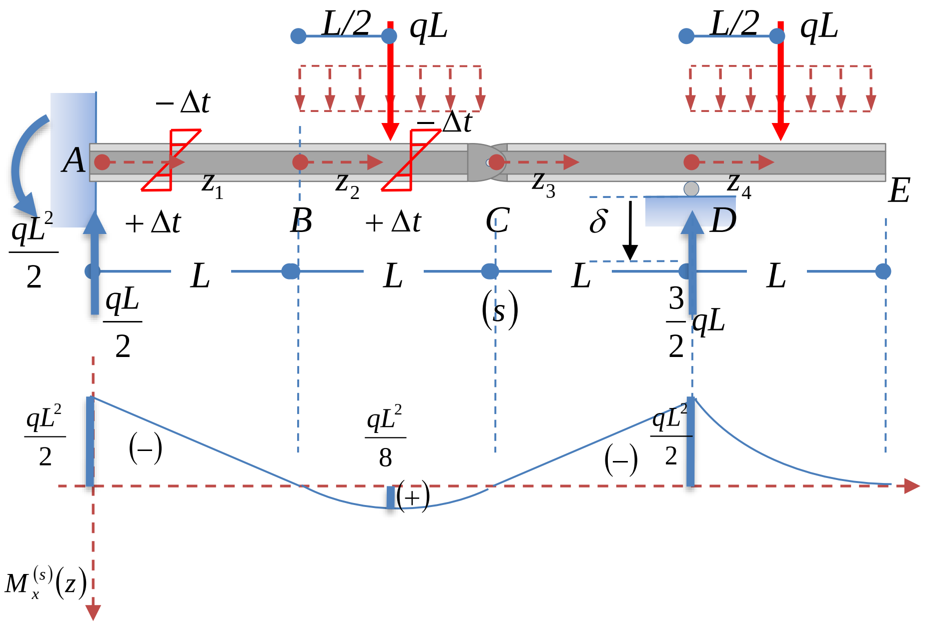


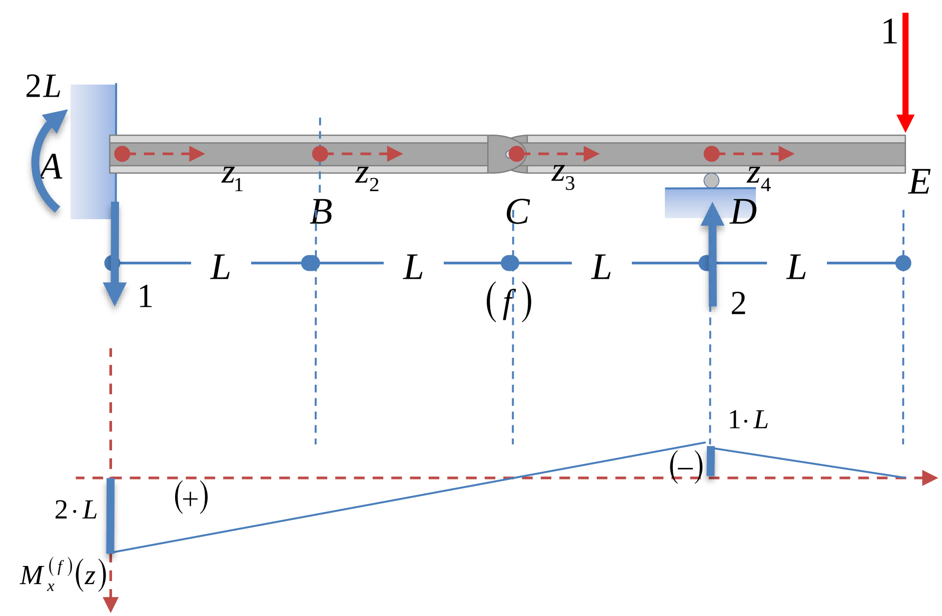


$$\begin{cases} V_A^{(s)} + V_D^{(s)} - 2qL = 0 \\ \sum M_{(A)} = 0 \rightarrow V_D^{(s)} 3L + M_A^{(s)} - qL\dfrac{3}{2}L - qL\dfrac{7}{2}L = 0 \\ \sum M_{(C)}^{(CE)} = 0 \rightarrow V_D^{(s)} L - qL\dfrac{3}{2}L = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_A^{(s)} = \dfrac{qL}{2} \\ V_D^{(s)} = \dfrac{3}{2}qL \\ M_A^{(s)} = \dfrac{qL^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_A^{(f)} + V_D^{(f)} - 1 = 0 \\ \sum M_{(A)} = 0 \rightarrow V_D^{(f)} 3L + M_A^{(f)} - 1 \cdot 4L = 0 \\ \sum M_{(C)}^{(CE)} = 0 \rightarrow V_D^{(f)} L - 1 \cdot 2L = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_A^{(f)} = -1 \\ V_D^{(f)} = 2 \\ M_A^{(f)} = -2L \end{cases}$$

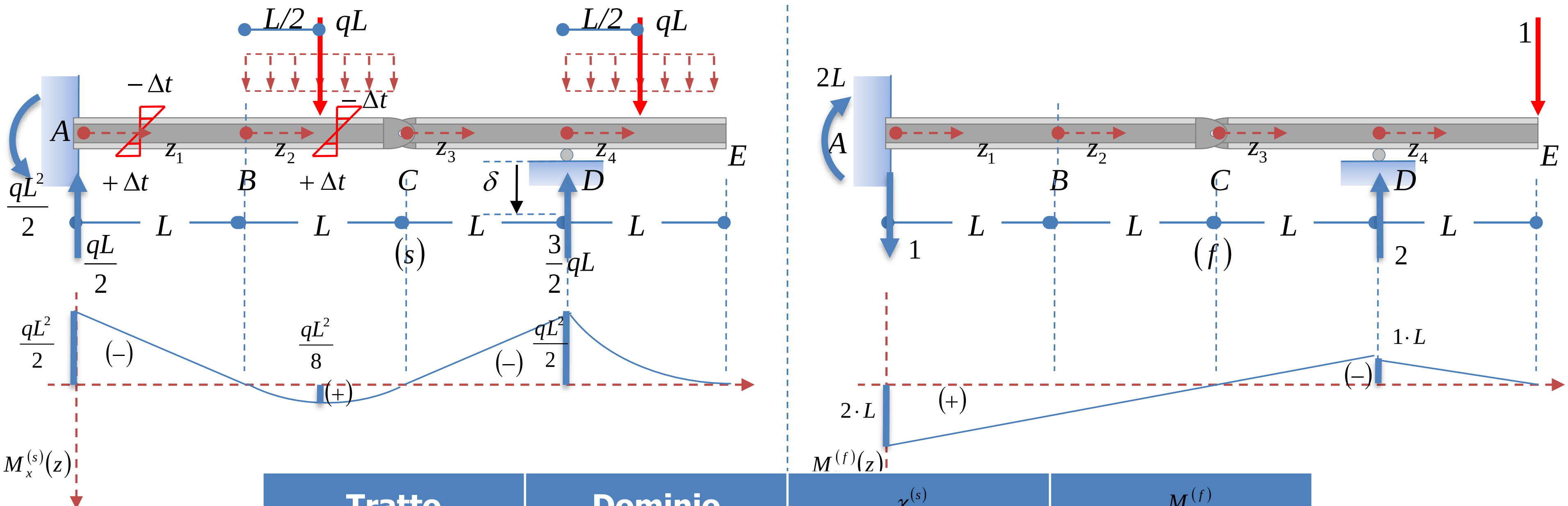
Esempio – diagrammi del momento flettente





Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

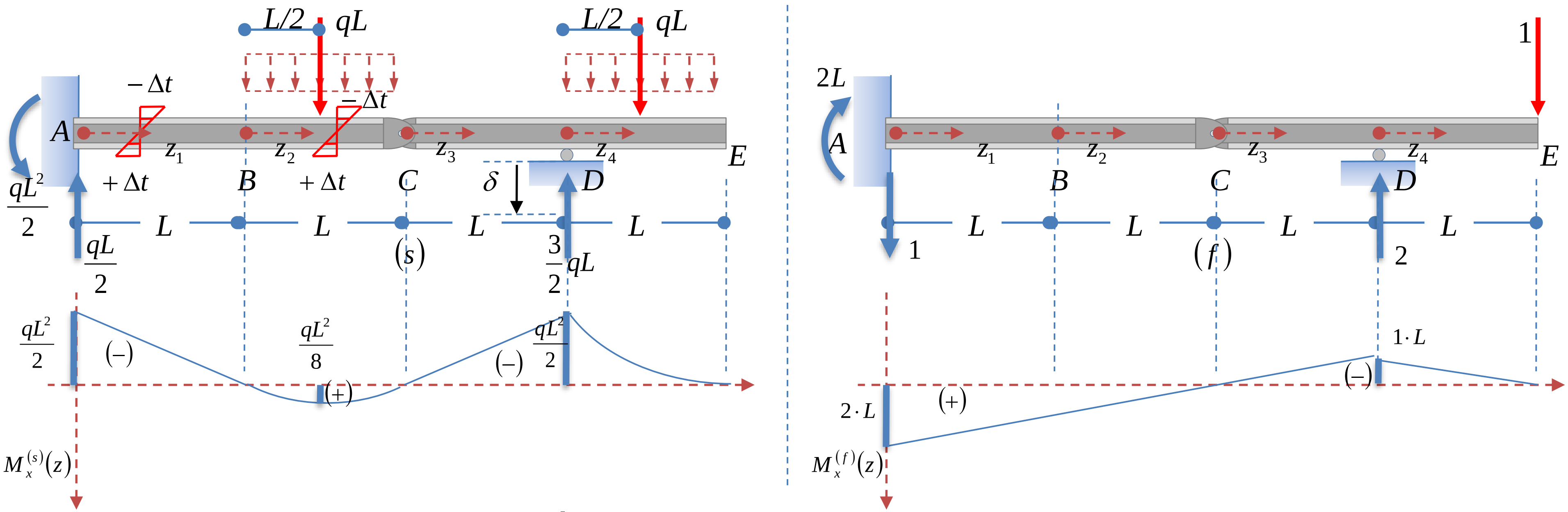
Esempio – leggi del momento (fittizio) e della curvatura (reale)



Tratto	Dominio	$\chi_x^{(s)}$	$M_x^{(f)}$
AB	$0 \le z_1 \le L$	$\frac{qL}{2EI_x}(z_1 - L) + \frac{2\alpha\,\Delta t}{h}$	$2L - z_1$
BC	$0 \le z_2 \le L$	$\frac{qz_2}{2EI_x}(L - z_2) + \frac{2\alpha\,\Delta t}{h}$	$L - z_2$
CD	$0 \le z_3 \le L$	$-\frac{qL}{2EI_x} z_3$	$-z_3$
DE	$0 \le z_4 \le L$	$-q\frac{(L - z_4)^2}{2EI_x}$	$z_4 - L$

Mario Fagone
Università di Firenze
e-mail: mario.fagone@unifi.it; tel. 055 2756831

Esempio – equazione dei lavori virtuali



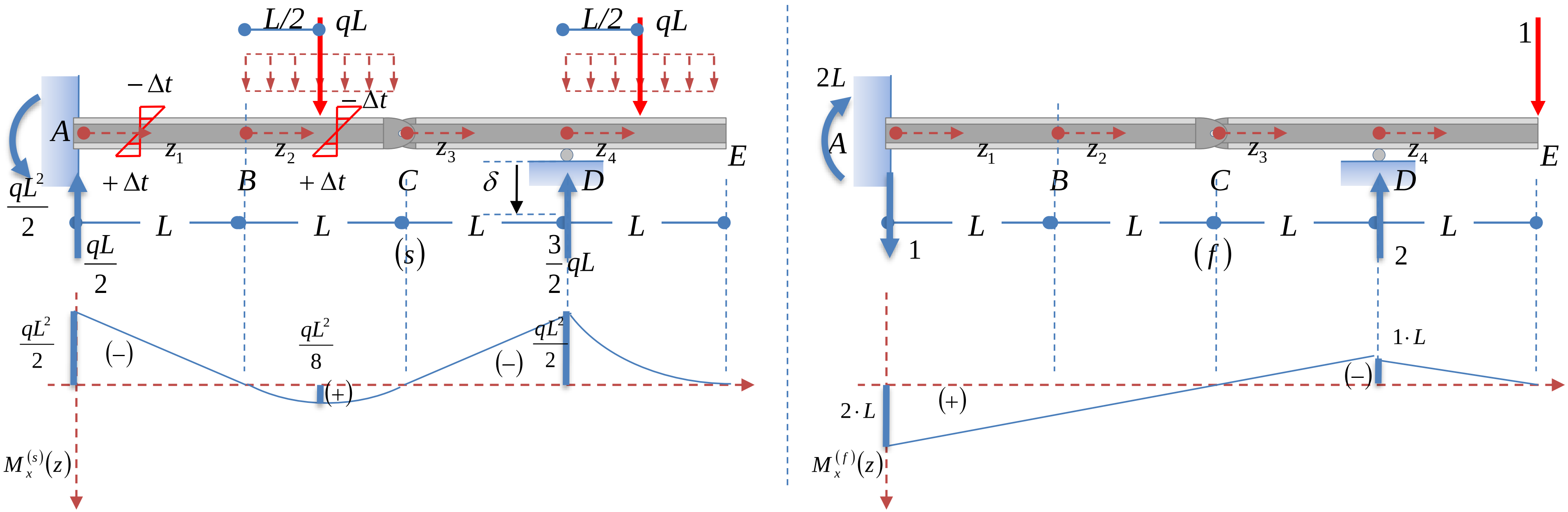
Omettendo i calcoli per brevità si ha:

$$L_{vi} = \sum_{i=1}^{4} \int_0^L M_x^{(f)}(z_i) \cdot \chi_x^{(s)}(z_i)\ dz_i = \frac{4\alpha\,\Delta t}{h} L^2 - \frac{qL^4}{12 E I_x}$$

effetto del cedimento del vincolo D: lavoro della reazione in D nel sistema fittizio per lo spostamento verticale di D nel sistema reale

$$L_{ve} = \int_0^L q^{(f)}(z) \cdot v_0^{(s)}(z)\,dz + \sum_j F_y^{(f)} \cdot v_0^{(s)} + \sum_h \mathcal{M}^{(f)} \cdot \varphi_x^{(s)} = 1 \cdot v_E - V_D^{(f)}\delta = 1 \cdot v_E - 2\delta$$

Esempio – equazione dei lavori virtuali



Eguagliando i lavori virtuali interno ed esterno si ha:

$$L_{ve} = L_{vi} \rightarrow v_E = \frac{4\alpha\,\Delta t}{h} L^2 - \frac{qL^4}{12 E\, I_x} + 2\delta = 30.9\,mm$$