

Strutture formate da travi snelle



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

Scuola di Architettura
Corso di Laurea Magistrale quinquennale c.u.

Sistemi isostatici di travi coassiali: calcolo
di spostamenti attraverso il PLV

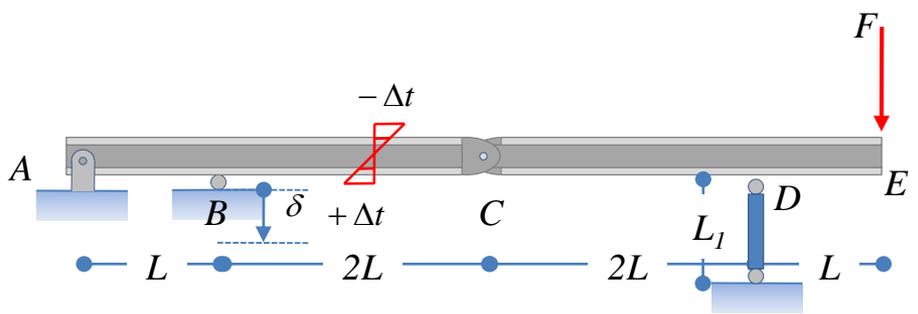


Sommario

Di seguito verrà mostrato come applicare l'equazione dei lavori virtuali per il calcolo di spostamenti o rotazioni relative tra due sezioni trasversali.



Esempio 2



- $F = 1,0 \text{ kN}$
- $\Delta t = 20^\circ\text{C}$
- $L = 1,0 \text{ m}$
- $\delta = 10 \text{ mm}$

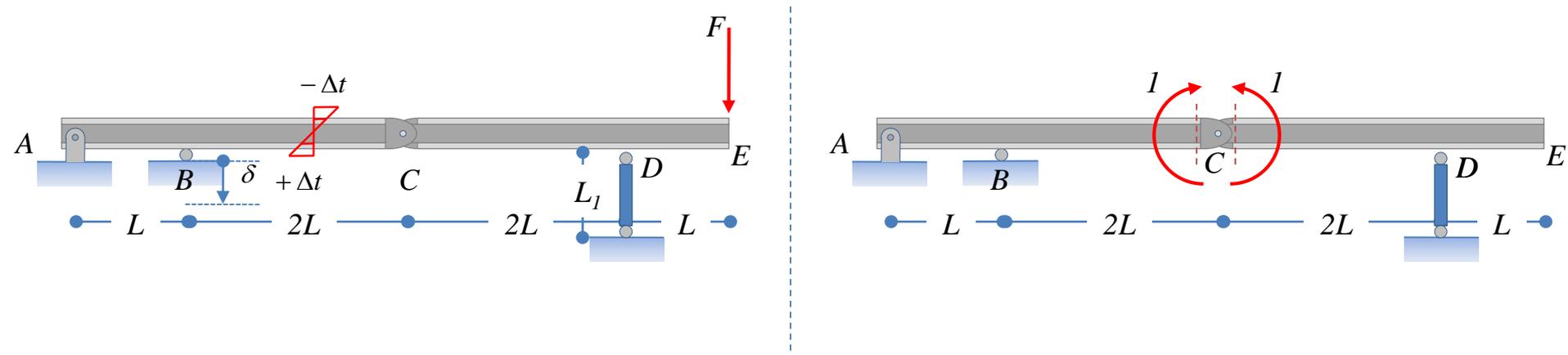
La trave in acciaio schematizzata in figura ha sezione trasversale IPE 160 ($E=210\text{GPa}$, $I_x=869,0\text{cm}^4$, $\alpha=11.7 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$). Sul tratto BC è presente una distorsione termica a farfalla. La cerniera A è fissa, mentre il carrello B presenta un cedimento anelastico. I supporto (pendolo) in D risulta elasticamente cedevole. Esso è realizzato in gomma ($E_g=10\text{MPa}$) ed ha sezione trasversale circolare di raggio pari a 60mm , ed altezza $L_1=100\text{mm}$.

Si calcoli la rotazione relativa tra le sezioni immediatamente a destra ed a sinistra della cerniera C.

$$\Delta\varphi_{xC} = \varphi_{xC}^{(d)} - \varphi_{xC}^{(s)}$$



Esempio 2 - soluzione



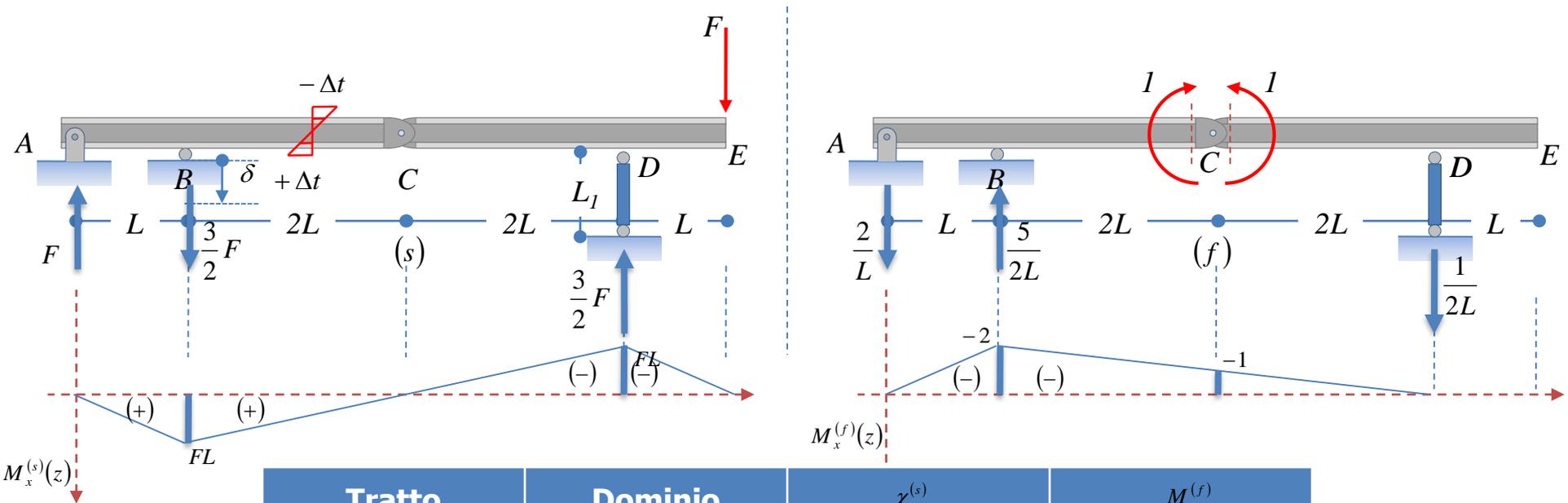
Il presente esercizio si risolve utilizzando una procedura analoga a quella descritta nella prima parte della lezione.

Il sistema spostamento ed il sistema forze sono quelli indicati in figura. Essi possono essere suddivisi negli stessi tratti omogenei considerati nell'esempio precedente.

Le reazioni vincolari e i diagrammi e le relative leggi della curvatura reale e del momento fittizio sono riportati nella prossima slide.



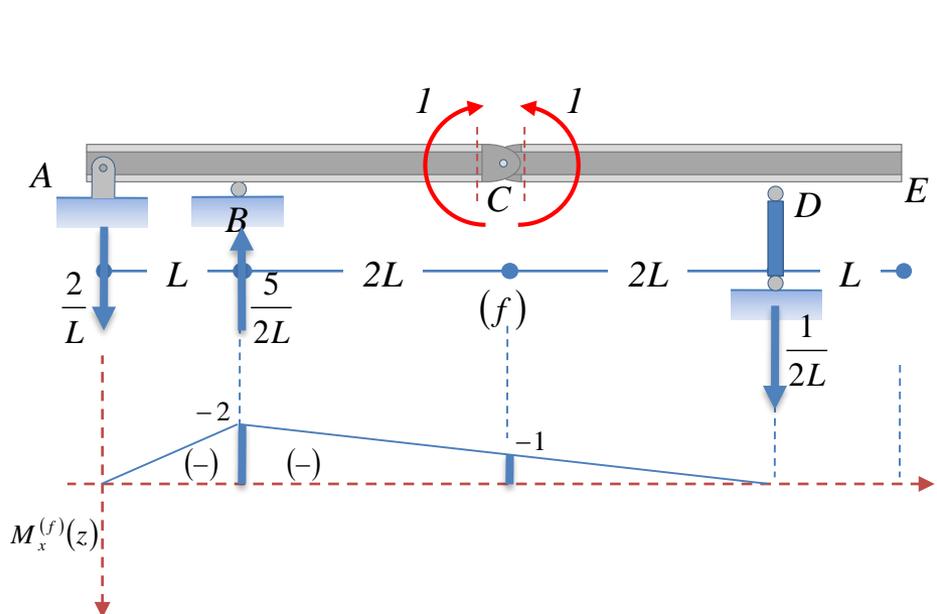
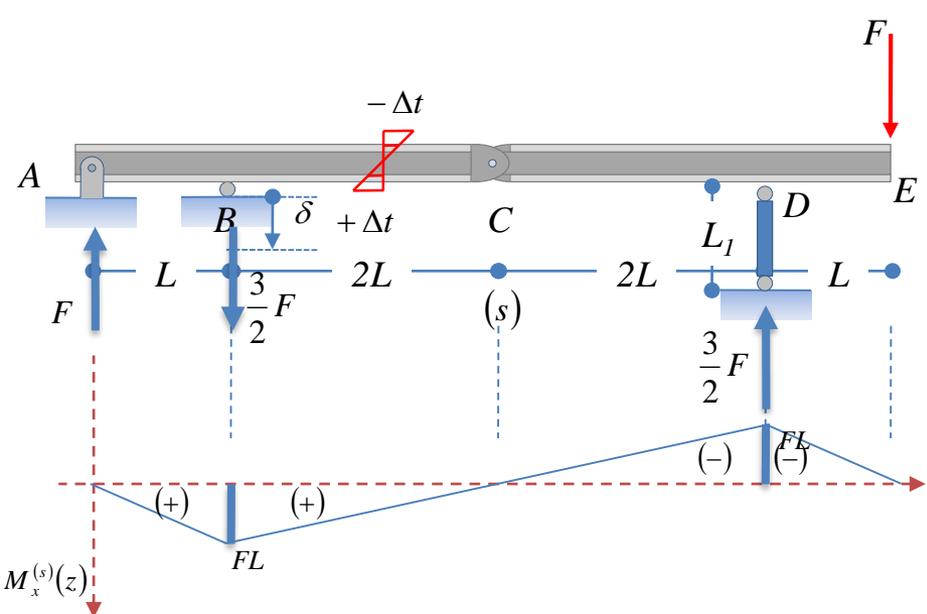
Esempio 2 – leggi del momento fittizio e della curvatura reale



Tratto	Dominio	$\chi_x^{(s)}$	$M_x^{(f)}$
AB	$0 \leq z_1 \leq L$	$\frac{F z_1}{EI_x}$	$-\frac{2}{L} z_1$
BC	$0 \leq z_2 \leq 2L$	$\frac{F}{2} \frac{2L - z_2}{EI_x} + \frac{2\alpha \Delta t}{h}$	$-2 + \frac{z_2}{2L}$
CD	$0 \leq z_3 \leq 2L$	$-\frac{F}{2} \frac{z_3}{EI_x}$	$-1 + \frac{z_3}{2L}$
DE	$0 \leq z_4 \leq L$	$-F \frac{L - z_4}{EI_x}$	0



Esempio 2 – equazione dei lavori virtuali



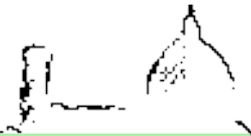
Omettendo i calcoli per brevità si ha:

$$L_{vi} = \sum_{i=1}^4 \int_0^L M_x^{(f)}(z_i) \cdot \chi_x^{(s)}(z_i) dz_i = -\frac{2FL^2}{EI_x} - \frac{6\alpha \Delta t}{h} L$$

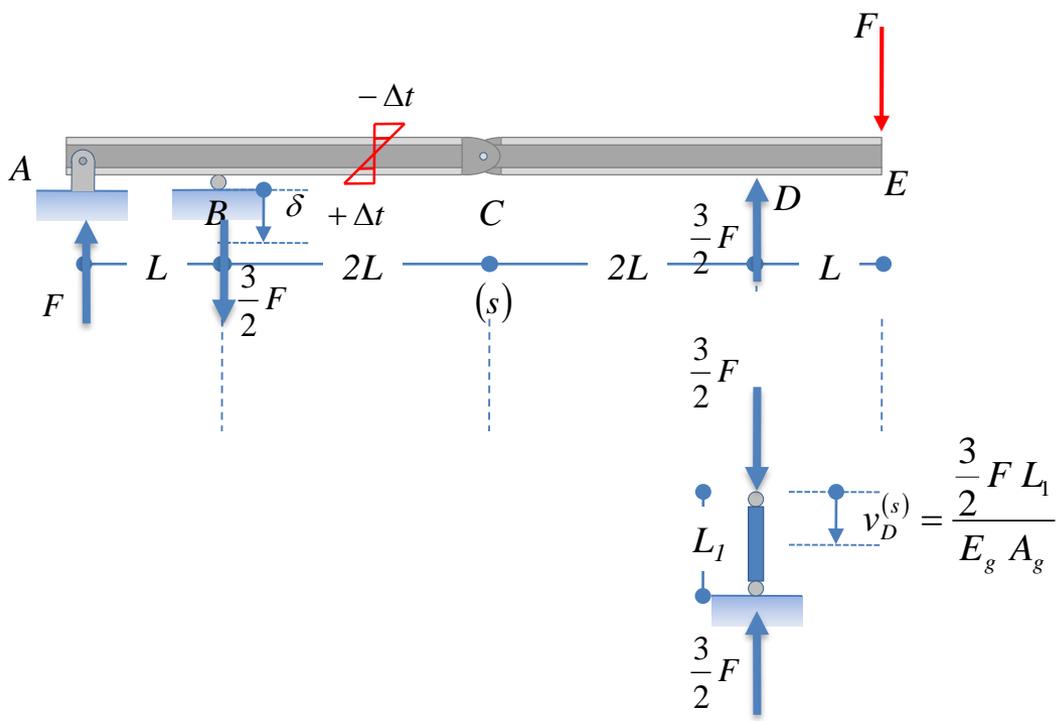
$$L_{ve} = \int_0^L q^{(f)}(z) \cdot v_0^{(s)}(z) dz + \sum_j F_y^{(f)} \cdot v_0^{(s)} + \sum_h \mathcal{M}^{(f)} \cdot \varphi_x^{(s)} = 1 \cdot \Delta \varphi_{xC} + V_B^{(f)} v_B^{(s)} + V_D^{(f)} v_D^{(s)} = 1 \cdot \Delta \varphi_{xC} - \frac{5}{2L} \delta + \frac{1}{2L} v_D^{(s)}$$

v. lezione precedente

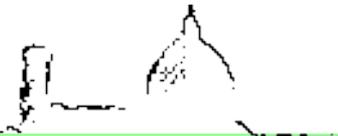
1/(2L) verso il basso



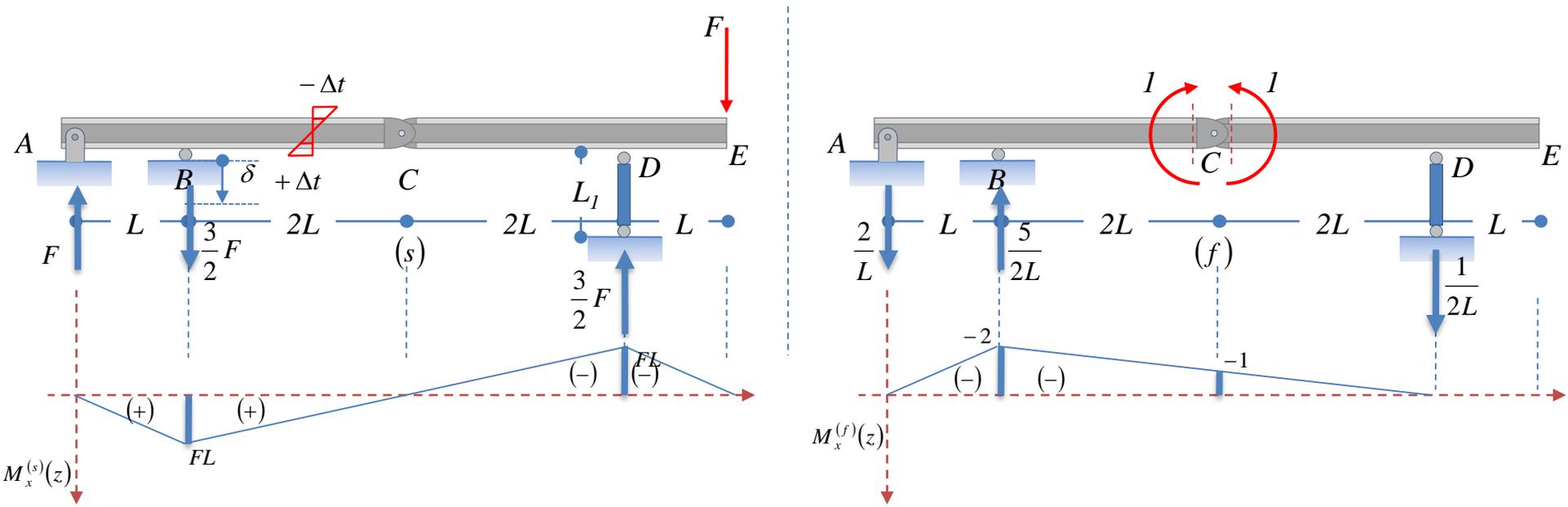
Esempio 2 – equazione dei lavori virtuali



I termini contenuti nell'espressione del lavoro virtuale interno riportata nella precedente slide sono tutti immediatamente determinabili. Vale la pena evidenziare comunque che, visto che il supporto C presente nel sistema reale è elasticamente cedevole, lo spostamento verticale del suo estremo superiore è discorde con la sua reazione sulla struttura ed è calcolabile come spostamento relativo tra gli estremi di un'asta deformabile come indicato in figura.



Esempio 2 – equazione dei lavori virtuali



Si ha allora

$$L_{vi} = \sum_{i=1}^4 \int_0^L M_x^{(f)}(z_i) \cdot \chi_x^{(s)}(z_i) dz_i = -\frac{2FL^2}{EI_x} - \frac{6\alpha \Delta t}{h} L$$

$$L_{ve} = 1 \cdot \Delta\varphi_{xC} - \frac{5}{2L} \delta + \frac{1}{2L} \frac{3}{2} FL_1$$

$$L_{vi} = L_{ve} \rightarrow 1 \cdot \Delta\varphi_{xC} = \frac{5}{2L} \delta - \frac{1}{2L} \frac{3}{2} FL_1 - \frac{2FL^2}{EI_x} - \frac{6\alpha \Delta t}{h} L = 12.5 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Il precedente valore è positivo e quindi la sezione a destra di C in questo caso ruota in senso antiorario rispetto alla sezione a sinistra della cerniera