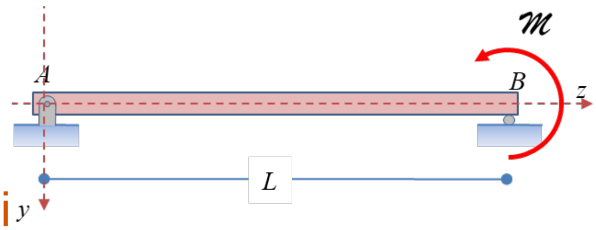
Analisi di una trave appoggiata-appoggiata, sollecitata da una coppia applicata in corrispondenza di una delle sezioni terminali



- definisco alcune variabili simboliche (inizializzazione)

```
syms q z c_1 c_2 c_3 c_4 El Ix chi_a L M_x
```

- carichi

```
chi_a = 0; % assenza di distorsioni termiche
q = 0;     % assenza di carico distribuito
```

- integrazione delle equazioni in gioco

```
% indefinite di equilibrio
T(z)   = - int(q,z) + c_1
```

T(z) = c_1

```
M(z)   =   int(T,z) + c_2
```

M(z) = $c_2 + c_1\,z$

```
% legame costitutivo
chi(z) = M(z)/(El*Ix) + chi_a
```

chi(z) =

$$\frac{c_2 + c_1\,z}{\mathrm{El}\,\mathrm{Ix}}$$

```
% congruenza
phi(z) = int(chi,z) + c_3
```

phi(z) =

$$c_3 + \frac{z\ (2\,c_2 + c_1\,z)}{2\,\text{El}\,\text{Ix}}$$

```
v0(z) = -int(phi,z) + c_4
```

v0(z) =

$$c_4 - c_3\,z - \frac{z\ \left(c_1\,z^2 + 3\,c_2\,z\right)}{6\,\text{El}\,\text{Ix}}$$

- calcolo delle costanti di integrazione attraverso le condizioni al contorno

```
[cs_1, cs_2, cs_3, cs_4] = ...
solve({v0(0) == 0;...
       M(0) == 0;...
       v0(L) == 0;...
       M(L)==M_x},...
       {c_1,c_2,c_3,c_4})
```

cs_1 =

$$\frac{M_x}{L}$$

cs_2 = 0

cs_3 =

$$-\frac{L\,M_x}{6\,\text{El}\,\text{Ix}}$$

cs_4 = 0

- sostituisco le costanti di integrazione determinate nelle funzioni taglio, momento flettente, curvatura, rotazione e spostamento

```
cs = [cs_1, cs_2, cs_3, cs_4];
cc = [c_1, c_2, c_3, c_4];

T(z)   = simplify(subs(  T(z),cc,cs))
```

T(z) =

$$\frac{M_x}{L}$$

```
M(z)   = simplify(subs(  M(z),cc,cs))
```

M(z) =

$$\frac{M_x\,z}{L}$$

```
chi(z) = simplify(subs(chi(z),cc,cs))
```

chi(z) =

$$\frac{M_x\, z}{\mathrm{El}\;\mathrm{Ix}\; L}$$

```
phi(z) = simplify(subs(phi(z),cc,cs))
```

phi(z) =

$$-\frac{M_x\,(L^2-3\,z^2)}{6\;\mathrm{El}\;\mathrm{Ix}\; L}$$

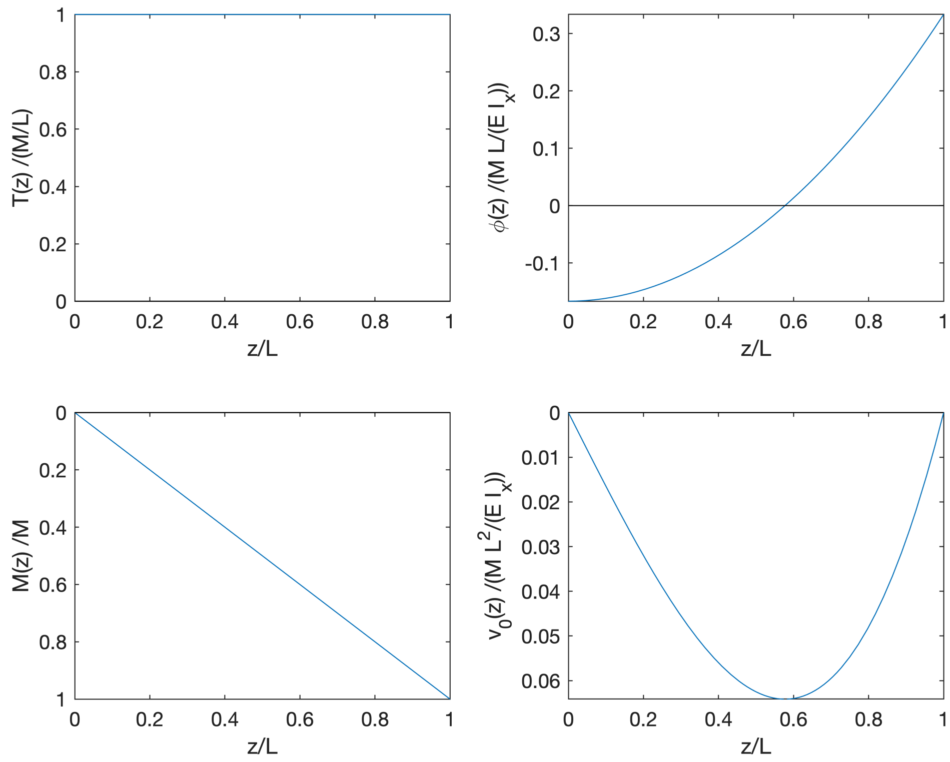
```
v0(z)  = simplify(subs( v0(z),cc,cs))
```

v0(z) =

$$\frac{M_x\, z\,(L^2-z^2)}{6\;\mathrm{El}\;\mathrm{Ix}\; L}$$

- diagrammi

```
figure
subplot(2,2,1)
fplot(subs(T(z)*L/M_x,[L],[1]),[0 1])
    line(xlim(), [0,0], 'Color', 'k');
    xlabel ('z/L'), ylabel('T(z) /(M/L)')
subplot(2,2,3)
fplot(subs(M(z)/M_x,[L],[1]),[0 1])
    set(gca,'Ydir','reverse')
    line(xlim(), [0,0], 'Color', 'k');
    xlabel ('z/L'), ylabel('M(z) /M')
subplot(2,2,2)
fplot(subs(phi(z)*El*Ix/(M_x*L),[L],[1]),[0 1])
    line(xlim(), [0,0], 'Color', 'k');
    xlabel ('z/L'), ylabel('\phi(z) /(M L/(E I_x))')
subplot(2,2,4)
fplot(subs(v0(z)*El*Ix/(M_x*L^2),[L],[1]),[0 1])
    set(gca,'Ydir','reverse')
    line(xlim(), [0,0], 'Color', 'k');
    xlabel ('z/L'), ylabel('v_0(z) /(M L^2/(E I_x))')
```



- spostamenti e rotazioni notevoli

```
fprintf('spostamento in mezzeria %s',v0(L/2))
```

```
spostamento in mezzeria (L^2*M_x)/(16*El*Ix)
```

```
fprintf('rotazione della sezione iniziale %s',phi(0))
```

```
rotazione della sezione iniziale -(L*M_x)/(6*El*Ix)
```

```
fprintf('rotazione della sezione finale %s',phi(L))
```

```
rotazione della sezione finale (L*M_x)/(3*El*Ix)
```

- calcolo dello spostamento massimo

```
zbar = solve(subs(phi(z)*El*Ix/(M_x*L),[L],[1])==0,z)
```

```
zbar =
```

$$\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} \end{pmatrix}$$

```
fprintf('spostamento massimo %s',simplify(v0(zbar(2))))
```

```
spostamento massimo (3^(1/2)*M_x*(L^2 - 1/3))/(18*El*Ix*L)
```

```
fprintf('  corrispondente alla seizone avente ascissa z = %s',zbar(2))
```

```
  corrispondente alla seizone avente ascissa z = 3^(1/2)/3
```