

Metodo degli spostamenti



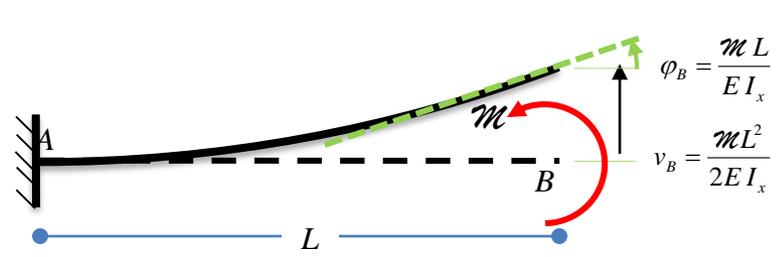
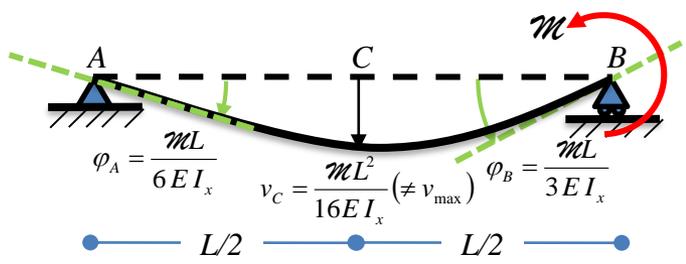
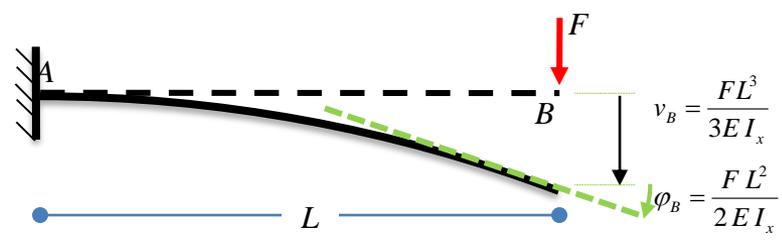
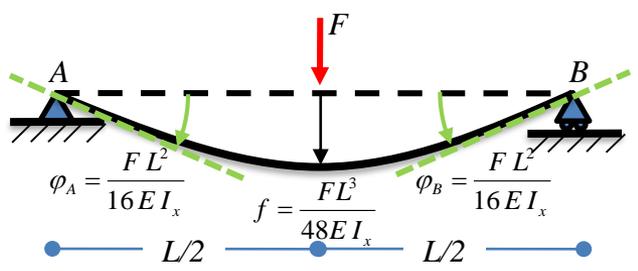
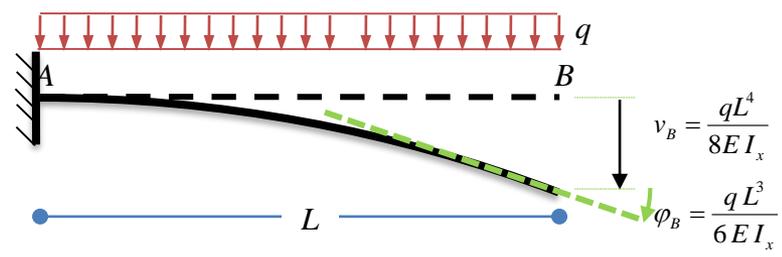
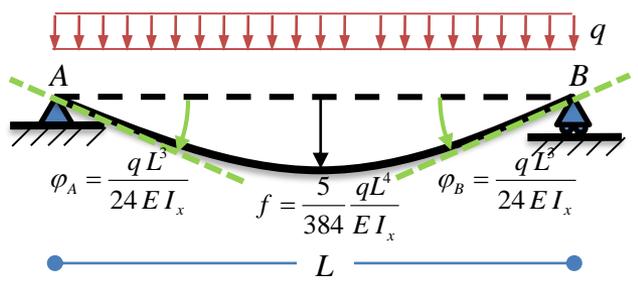
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

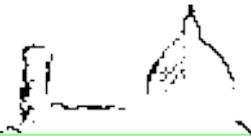
Scuola di Architettura
Corso di Laurea Magistrale quinquennale c.u.



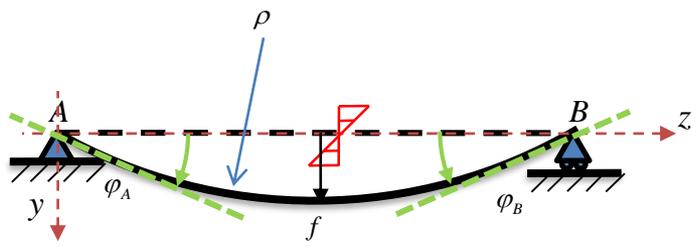


(REM.) Alcuni risultati notevoli (per metodo delle forze)





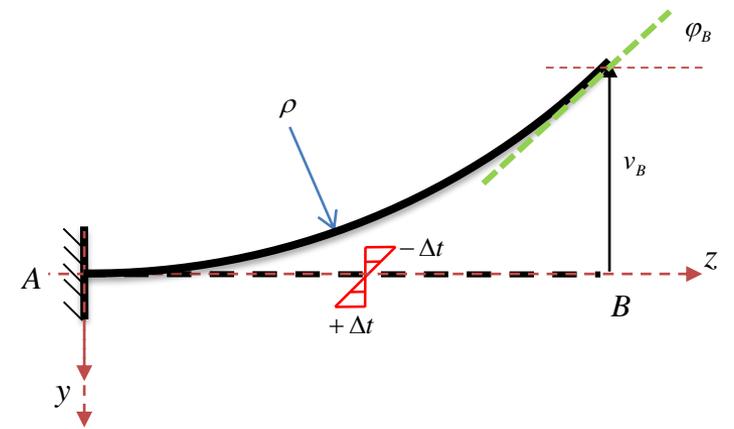
(REM.) Alcuni risultati notevoli (per metodo delle forze)



$$\varphi_A = \varphi_B = |\varphi_x(0)| = \frac{\alpha \Delta t}{h} L$$

$$f = v_0(z = L/2) = \frac{\alpha \Delta t}{h} \frac{L^2}{4}$$

$$\rho = \frac{1}{\chi_x(z)} = \frac{h}{2 \alpha \Delta t}$$



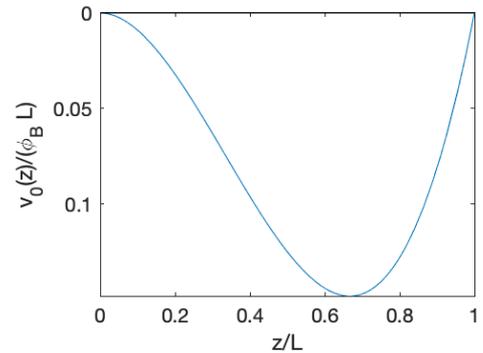
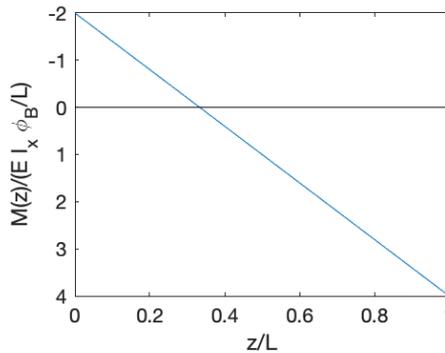
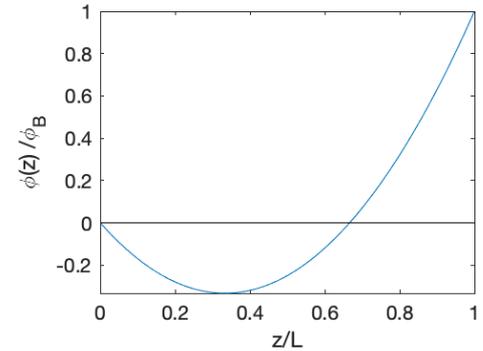
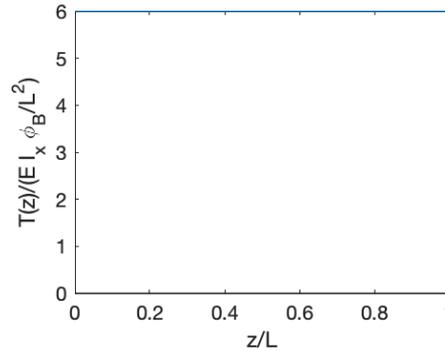
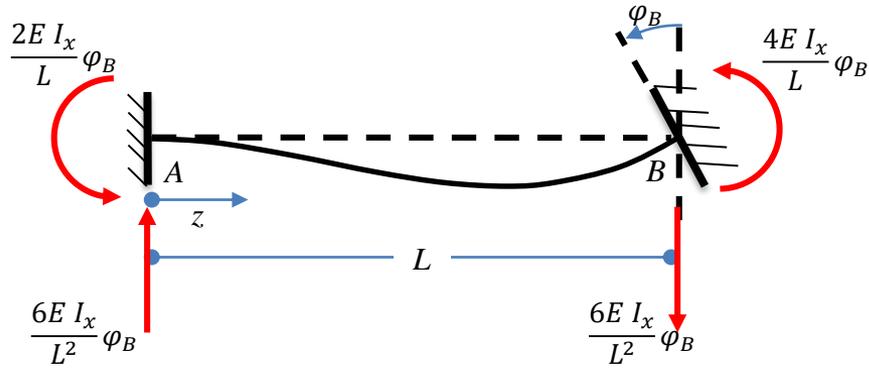
$$\varphi_B = \frac{2 \alpha \Delta t}{h} L$$

$$v_B = |v_0(z = L/2)| = \frac{\alpha \Delta t}{h} L^2$$

$$\rho = \frac{1}{\chi_x(z)} = \frac{h}{2 \alpha \Delta t}$$

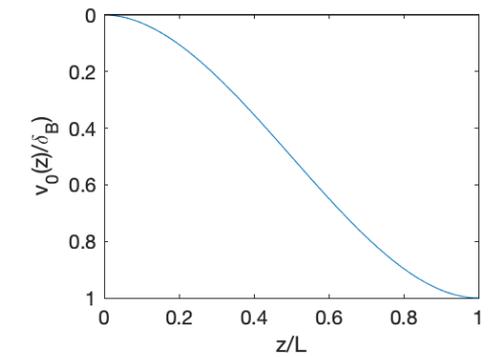
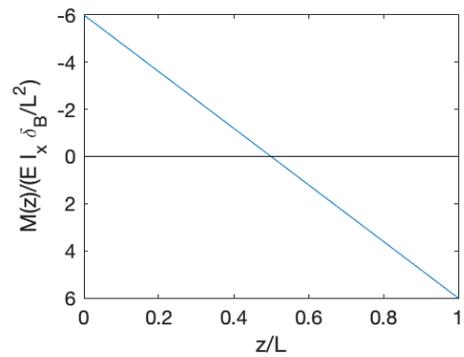
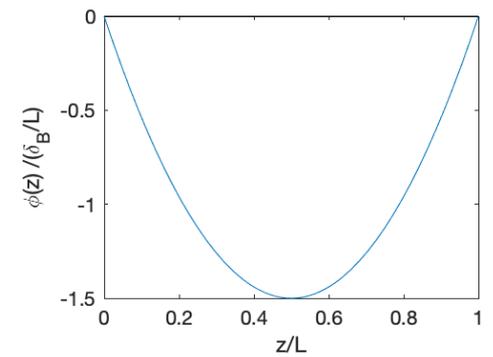
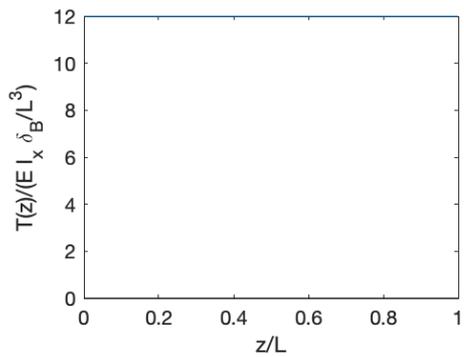
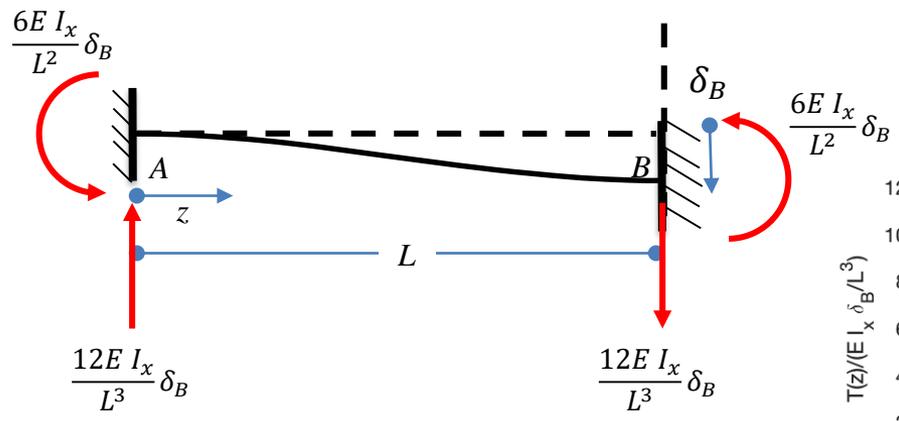


Alcuni risultati notevoli



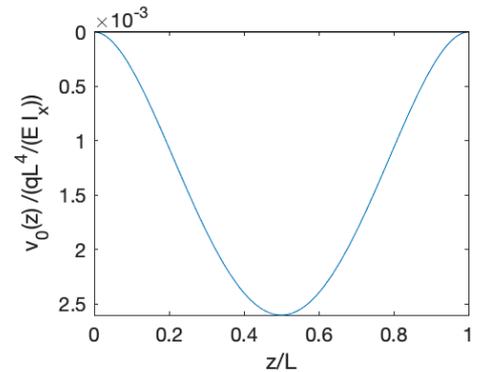
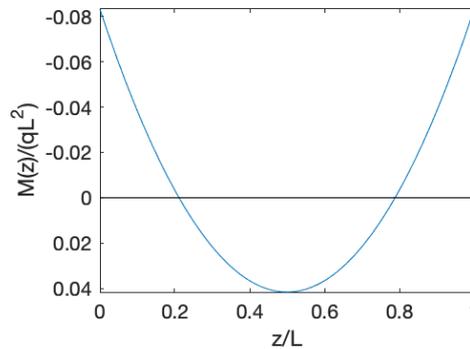
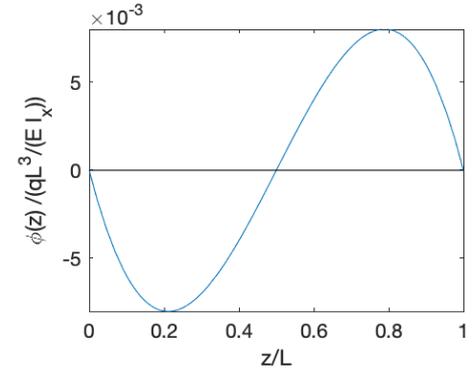
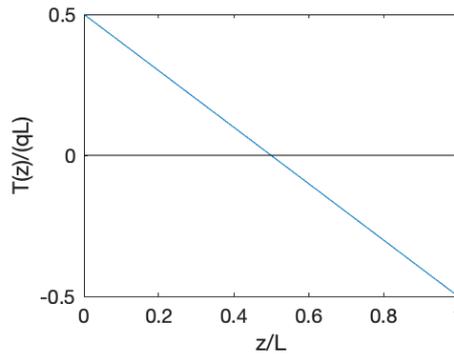
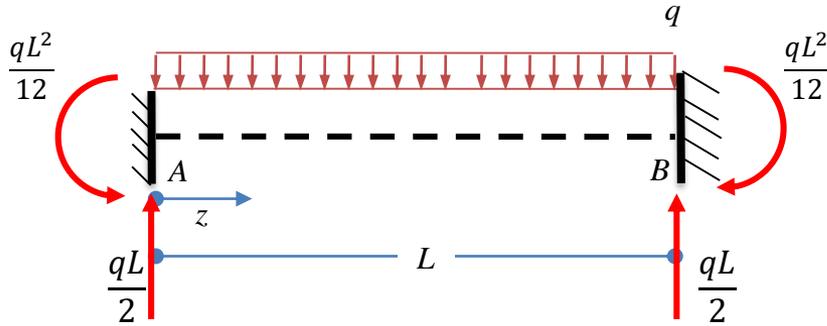


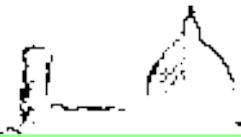
Alcuni risultati notevoli



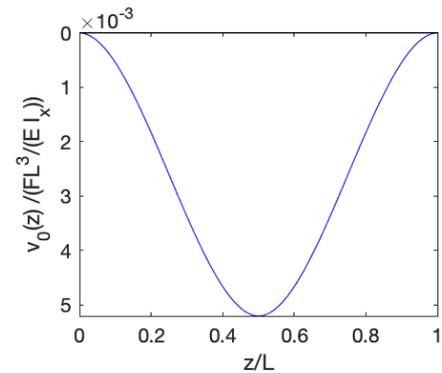
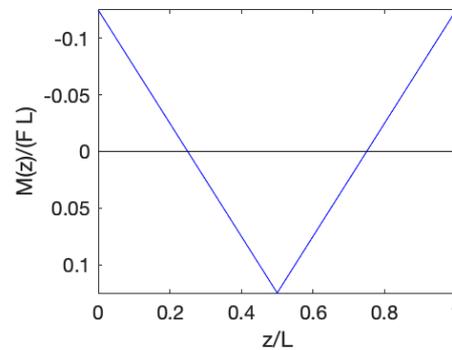
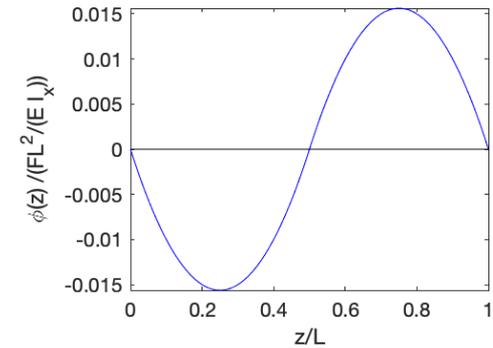
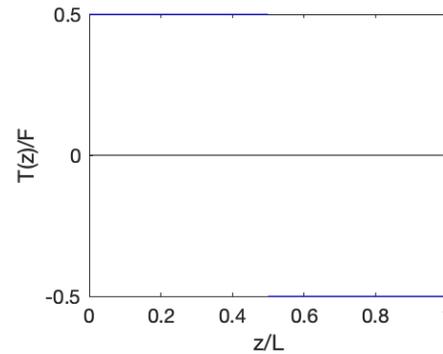
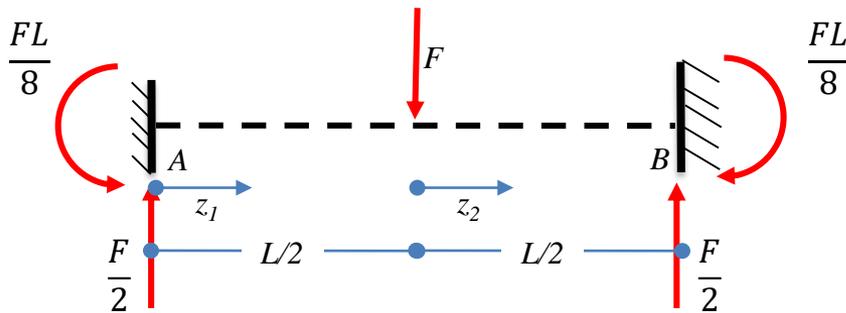


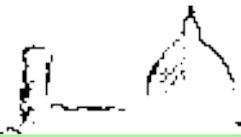
Alcuni risultati notevoli



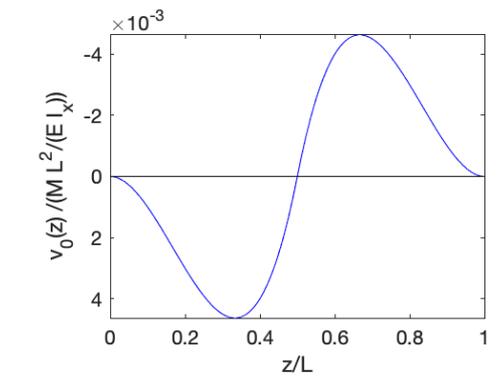
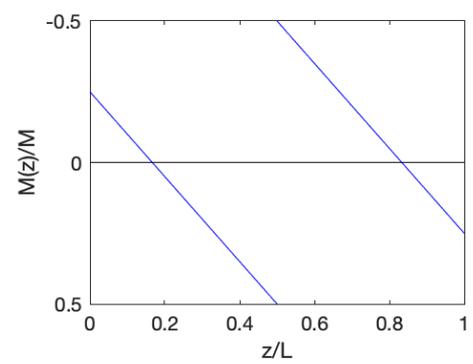
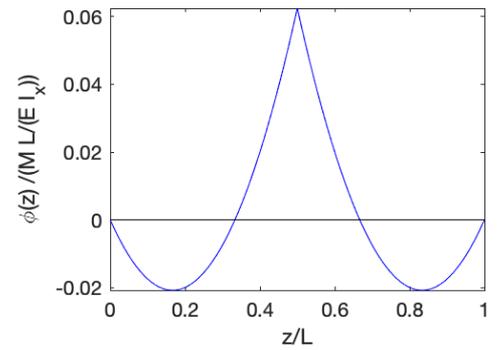
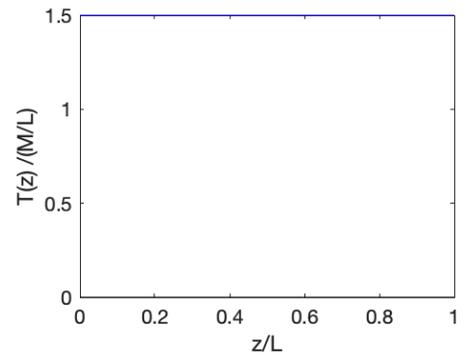
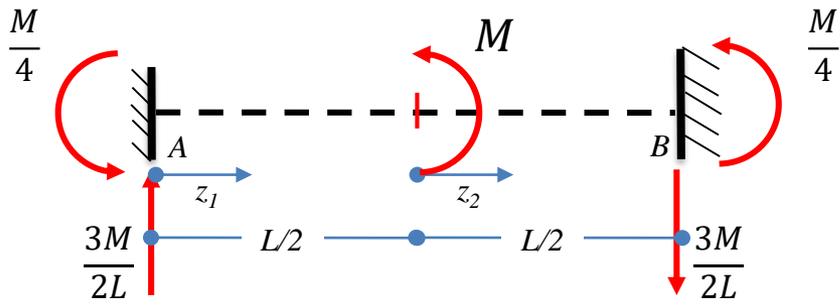


Alcuni risultati notevoli



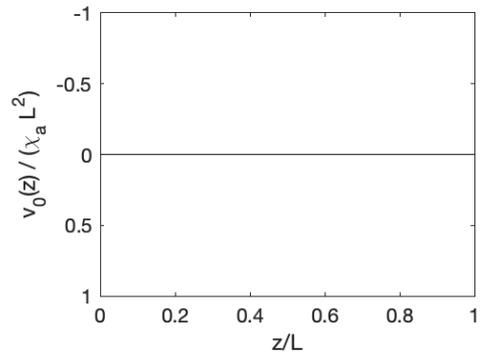
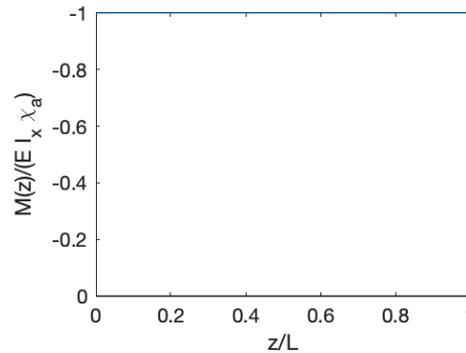
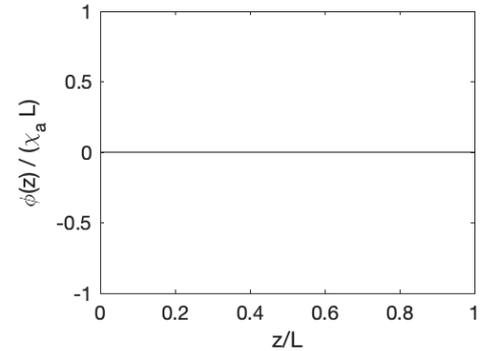
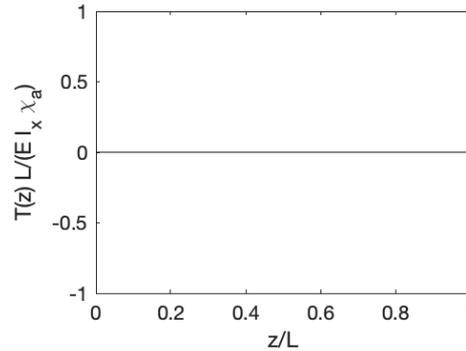
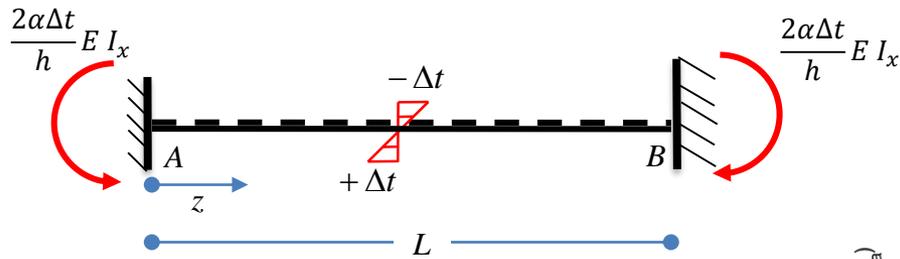


Alcuni risultati notevoli



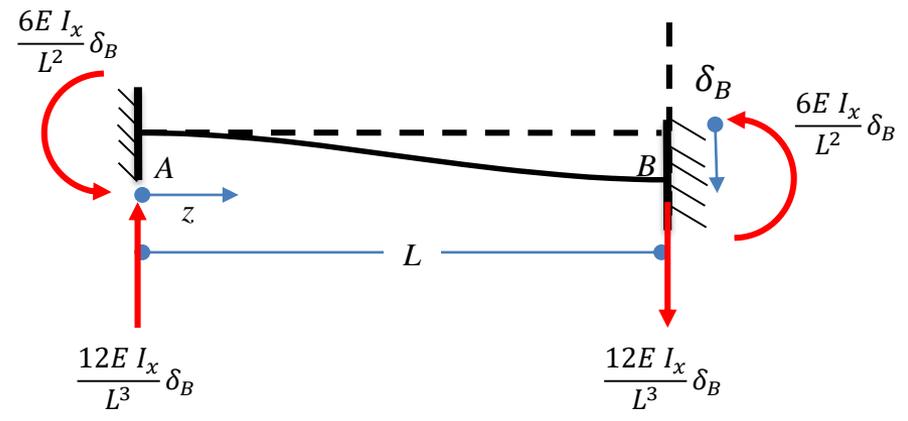
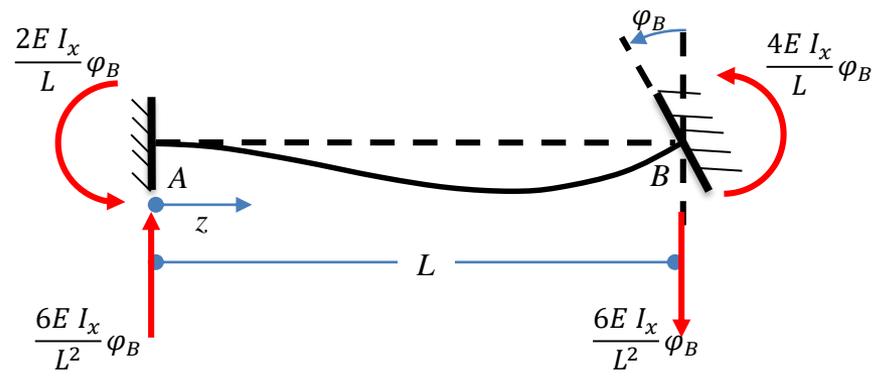


Alcuni risultati notevoli



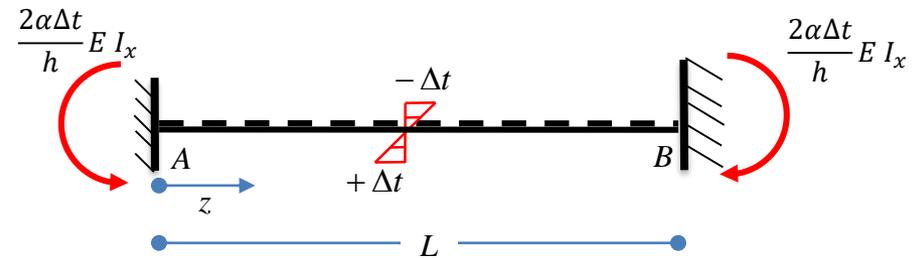
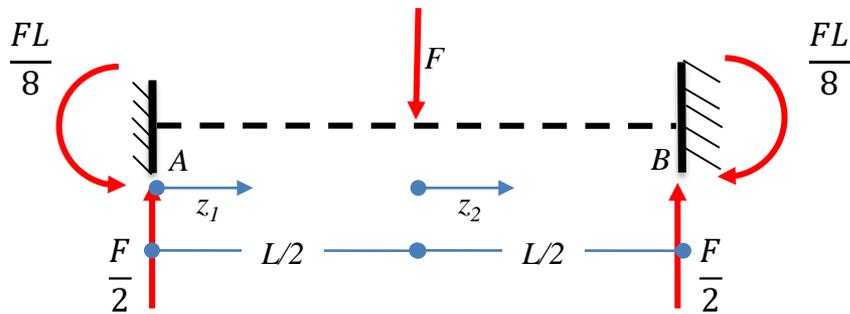
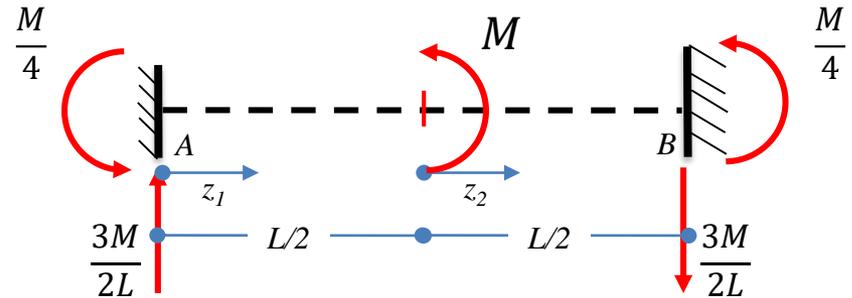
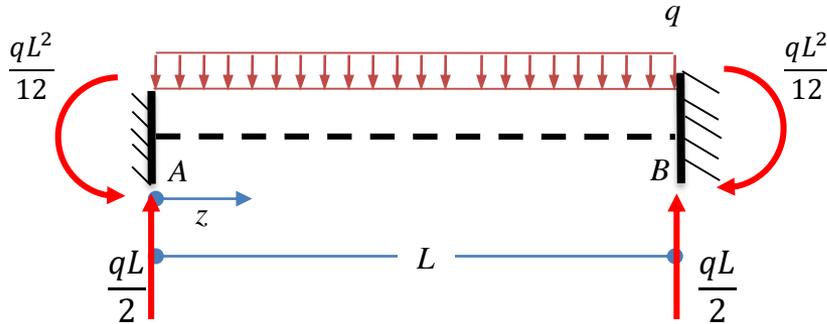


Alcuni risultati notevoli (metodo degli spostamenti)





Alcuni risultati notevoli (metodo degli spostamenti)





Il metodo degli spostamenti: strategia di soluzione

1. Si individuano i parametri di spostamento nodale (gradi di libertà) della struttura; in questa fase si consiglia di esplicitare la convenzione sui segni di tali parametri utilizzata dallo studente;
2. si risolve la struttura, caricata dai parametri di spostamento incogniti;
3. si risolve la struttura principale, ossia la struttura con nodi "bloccati" (tutti i parametri di spostamento incogniti sono posti uguali a zero), caricata dalle azioni date; per ogni trave che compone la struttura (considerabile separatamente), si calcolano quindi le reazioni di "incastro perfetto";
4. si impongono le equazioni di equilibrio "duali" ai parametri di spostamento da determinare; formalmente, in questa fase si risolve il sistema di equazioni di equilibrio

$$[K][u] = [F] - [F_0]$$

dove: $[K]$ = matrice di rigidezza

$[u]$ = colonna contenente i parametri di spostamento da determinare

$[F]$ = forze (generalizzate) applicate sui nodi

$[F_0]$ = reazioni di incastro perfetto



Il metodo degli spostamenti: strategia di soluzione

N.B. In

$$[K][u] = [F] - [F_0]$$

dove: $[K]$ = matrice di rigidezza
 $[u]$ = colonna contenente i parametri di spostamento da determinare
 $[F]$ = forze (generalizzate) applicate sui nodi
 $[F_0]$ = reazioni di incastro perfetto

- le azioni direttamente applicate sui nodi $[F]$ sono positive se concordi con la convenzione sui segni utilizzata per i parametri di spostamenti;
- i termini dipendenti da $[K][u]$ e $[F_0]$ sono positivi se, considerati applicati agli estremi delle aste del sistema (uguali e opposti, quindi, alle corrispondenti azioni applicate sui nodi) sono concordi con la convenzione sui segni utilizzata per i parametri di spostamenti



Il metodo degli spostamenti: strategia di soluzione

Utilizzando

$$[K][u] = [F] - [F_0]$$

si calcola (*)

$$[u] = [K]^{-1}([F] - [F_0])$$

(*) si dimostra che la matrice di rigidezza $[K]$ (reale, simmetrica e definita positiva) è invertibile; per i teoremi di esistenza e unicità si ha che la soluzione del problema dell'equilibrio elastico lineare esiste ed è unica; si osservi che, eseguendo le operazioni precedentemente elencati nei punti da 1 a 4, si impongono le condizioni di congruenza, di legame costitutivo e di equilibrio.



Il metodo degli spostamenti: strategia di soluzione

E POI?



- si considerano le singole travi del sistema caricate da:
 - azioni direttamente applicate su di esse
 - reazioni di incastro perfetto
 - sollecitazioni corrispondenti agli spostamenti calcolati
- si calcolano le caratteristiche della sollecitazione presenti nelle singole aste del sistema (verifica o progetto per resistenza - SLU)
- si calcola lo spostamento delle sezioni trasversali – linea elastica
 - (verifica o progetto per deformabilità - SLE)

OSS. Spesso, il metodo degli spostamenti viene applicato per l'analisi di telai inflessi trascurando la deformabilità assiale delle travi (ip. travi rigide assialmente). In questi casi, utilizzando il metodo degli spostamenti si riescono a determinare "direttamente" solo le sollecitazioni flessionali e taglianti.