

ISTITUZIONI DI MATEMATICHE

ESERCIZI DI PREPARAZIONE ALLA SECONDA PROVA PARZIALE

Problema 1. Data la funzione $f(x, y) = x^2 + 4xy + 3y^2$, si chiede di:

- determinare il campo di esistenza (o dominio) di f ;
- determinare l'equazione della quadrica che contiene il grafico di f ;
- determinare gli eventuali punti critici e classificarli;
- scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(0, 0, f(0, 0))$.

Problema 2. Data la funzione $f(x, y) = \frac{2+x^2+y^2}{4y}$, si chiede di:

- determinare il campo di esistenza (o dominio) di f ;
- determinare che tipo di conica è la linea di livello $f(x, y) = 1$;
- determinare gli eventuali punti critici e classificarli;
- scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(1, 1, f(1, 1))$.

Problema 3. Data la funzione $f(x, y) = y + \sqrt{4 - 4y - x^2}$, che è definita nell'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4y < 4 - x^2\}$, si chiede di:

- determinare l'equazione della conica che contiene la linea di livello $f(x, y) = 0$ e classificarla;
- determinare l'equazione della quadrica che contiene il grafico di f ;
- determinare gli eventuali punti critici e classificarli.

Problema 4. Data la funzione $f(x, y) = 3x^2 + 4xy + 8y$, si chiede di:

- determinare il campo di esistenza (o dominio) di f ;
- determinare l'equazione della quadrica che contiene il grafico di f ;
- determinare gli eventuali punti critici e classificarli;
- scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(1, 1/2, f(1, 1/2))$.

Problema 5. Data la funzione $f(x, y) = x^2 + 2y^2 + 4x + 3$, si chiede di:

- determinare il campo di esistenza (o dominio) di f ;
- determinare l'equazione della quadrica che contiene il grafico di f ;
- determinare gli eventuali punti critici e classificarli;
- scrivere l'equazione della circonferenza di raggio 3 con centro nell'origine;

- trovare i valori massimo e minimo di f nel cerchio chiuso C di raggio 3 e centro nell'origine. [*Suggerimento: per lo studio di f sulla circonferenza, ricavare y^2 dall'equazione trovata al punto precedente e sostituire tale valore nell'espressione di $f(x, y)$.*]

Problema 6. Data la funzione $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + 2xy + 1}$, che è definita nell'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 2xy + 1 \geq 0\}$, si chiede di:

- determinare l'equazione della conica che contiene la linea di livello $f(x, y) = 2$ e classificarla;
- determinare gli eventuali punti critici e classificarli;
- trovare i valori massimo e minimo di f nel triangolo T individuato dalle rette r_1, r_2, r_3 di equazioni $y = 0$, $x = 0$ e $y = -x + 1$. [*Suggerimento: per lo studio di f sul lato di T contenuto nella retta r_1 , effettuare la sostituzione $y = 0$ nell'espressione di $f(x, y)$; procedere analogamente per gli altri lati.*]