

Secondo Esercizio

E' dato un disco di massa m e raggio R , vincolato a rotolare senza strisciare su un retta orizzontale. Un'asta di massa m e lunghezza $L > 2R$, ha l'estremo incernierato nel punto O della retta. L'asta è poi vincolata a scorrere dentro una corta guida (di massa trascurabile) incernierata nel centro C del disco, così da poter ruotare attorno a C stesso (v. figura). Una molla di rigidezza k e lunghezza a riposo nulla collega il centro del disco C col punto $A \equiv (0, R)$, come mostrato in figura. Il sistema è soggetto alla forza peso e tutti i vincoli sono lisci.

- (i). Si determini l'ascissa del punto di contatto B fra il disco e la retta in funzione dell'angolo φ che l'asta forma con la verticale (si consideri $\varphi > 0$, per rotazioni antiorarie).
- (ii). Detto θ l'angolo di rotolamento del disco ($\theta > 0$ in caso di rotolamento antiorario) si determini la relazione che lega θ e φ .
- (iii). Si calcoli l'energia cinetica del sistema.
- (iv). Si dimostri che $\varphi = 0$ è posizione di equilibrio e, posto $\alpha = \frac{mgL}{kR^2}$, si determini i valori di α per cui tale punto di equilibrio risulta stabile.

