

## ISTITUZIONI DI MATEMATICHE

### ESERCIZI DI PREPARAZIONE ALLA SECONDA PROVA PARZIALE

**Problema 1.** Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

- $\int \sin(e^{2t})e^{2t} dt$
- $\int \cos^3(x) \sin(x) dx$
- $\int \frac{\exp \sqrt{y+4}}{\sqrt{y+4}} dy$
- $\int \frac{\ln|t|+11}{t} dt$
- $\int x \cos(-x) dx$
- $\int e^y(y^2 + 3y + 1) dy$
- $\int \tan(s) \cos(s) ds$
- $\int \frac{5t^5+2t+7}{t} dt$
- $\int \frac{1}{3x-10} dx$
- $\int \frac{y+2}{y^2+5y-6} dy$
- $\int \frac{1}{4t^2-4t+1} dt$

**Problema 2.** Per ciascuna delle seguenti funzioni  $f$  e rette  $r$ , si trovi l'area compresa tra il grafico di  $f$  e la retta  $r$ :

- $f(x) = \sin(x)$ ,  $r : y = x$
- $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ,  $r : y = 0$
- $f(x) = -x^2 + 4$ ,  $r : y = x + 2$

**Problema 3.** Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = -x^2 - y^2 + 3.$$

- Si descriva la linea di livello  $f(x, y) = 1$ .
- Si calcoli il volume del solido compreso tra il piano di equazione  $z = 1$  e il grafico di  $f$ .

**Problema 4.** In  $\mathbb{R}^2$ , sia  $D$  la figura delimitata dalla retta  $x - 1 = 0$ , dalla retta  $x/3 - y - 1 = 0$  e dall'arco di circonferenza  $y = \sqrt{1 - (x - 2)^2}$ . Si consideri la funzione  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = xy.$$

- Si disegni  $D$  nel piano  $\mathbb{R}^2$ . Si esprima  $D$  come dominio normale rispetto all'asse  $x$ , ovvero si determinino due valori  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$  e due funzioni  $g_1(x)$  e  $g_2(x)$  in modo che

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } a \leq x \leq b \text{ e } g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\}.$$

- Si calcoli  $\iint_D f(x, y) dx dy$ .

**Problema 5.** Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = -\sqrt{x^2 + y^2}.$$

- Si descriva la linea di livello  $f(x, y) = -2$ .
- Si calcoli, mediante un opportuno integrale doppio, il volume del solido compreso tra il piano di equazione  $z = -2$  e il grafico di  $f$ .

**Problema 6.** In  $\mathbb{R}^2$ , sia  $C$  il settore circolare delimitato dal semiasse positivo delle  $x$ , dalla retta  $y = x$  e dalla circonferenza  $x^2 + y^2 = 4$ . Si consideri la funzione  $f : C \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \frac{x}{1 + y}.$$

- Si disegni il settore  $C$  nel piano  $\mathbb{R}^2$ . Si esprima  $C$  come dominio normale rispetto all'asse  $y$ , ovvero si determinino due valori  $a$  e  $b \in \mathbb{R}$  e due funzioni  $g_1(y)$  e  $g_2(y)$  in modo che
$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } a \leq y \leq b \text{ e } g_1(y) \leq x \leq g_2(y)\}.$$
- Si calcoli il volume del solido compreso tra il grafico di  $f$  e il piano  $(x, y)$ .