

ESERCIZI SULLA CONTINUITÀ

(5)

(1) per $n \in \mathbb{N}$ $f(x) = \begin{cases} \frac{n^n}{n!} (x^2-1)^n & x \geq 0 \\ 2 + n \sin(\frac{x}{n}) & x < 0 \end{cases}$. Trovare $n \in \mathbb{N}$ t.c. $f \in C^0(\mathbb{R})$

(2) $f(x) = \begin{cases} 1 - (\frac{1}{x}-1)^{2/3} & x \neq 0 \\ \ln(1/2) & x = 0 \end{cases}$. Dire se $f \in C^0(\mathbb{R})$.
 . Trovare $(a,b) \subset \mathbb{R}$: $f \in C^0(a,b)$.

(3) $f(x) = \begin{cases} (\frac{\arctg(x^n)}{nx})^n & x < 0 \\ \frac{(x-3)^{2(n+1)}}{n^n} & x \geq 0 \end{cases}$. Trovare, se esiste, $n \in \mathbb{N}$ t.c. $f \in C^0(\mathbb{R})$

(4) $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{1/\sqrt{x}} & x > 0 \\ e & x = 0 \\ (1-\sqrt{x})^{x^2} & -1 < x < 0 \end{cases}$. Trovare l'intervallo massimale di continuità per f

(5) $f(x) = \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 11x - 6 & x \in \mathbb{R} \\ 0 & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{R} \end{cases}$. Studiare la continuità di f per $x \in \mathbb{R}$

(6) $f(x) = \begin{cases} 2 \cos x & x \leq c \\ ax^2 + b & x > c \end{cases}$ per b, c fissati in \mathbb{R} . Determinare $a \in \mathbb{R}$: $f \in C^0(\mathbb{R})$

(7) Sia $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$: $|f(u) - f(v)| \leq (u-v)$ $\forall u, v \in [a,b]$ allora $f \in C^0([a,b])$
 . se inoltre f è integrabile allora $|\int_a^b f(x) dx - (b-a)f(a)| \leq \frac{(b-a)^2}{2}$

(8) $f = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ polinomio di grado n : $a_0 \cdot a_n < 0$. Allora $\exists x > 0$ t.c. $f(x) < 0$

(9) Sia $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$: $f \in C^0([0,1])$, $0 \leq f \leq 1$ $\forall x \in [0,1] \Rightarrow \exists c \in [0,1]$: $f(c) = c$

(10) $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$: $f \in C^0([a,b])$, $f(a) \leq a$, $f(b) \geq b \Rightarrow \exists c \in [a,b]$: $f(c) = c$.

(11): $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{se } |x| > 1 \end{cases}$; $g(x) = \begin{cases} 2-x^2 & \text{se } |x| \leq 2 \\ 2 & \text{se } |x| > 2 \end{cases}$. Stabilire la continuità delle funzioni $g \circ f(x)$

(12) Sia $f \in C^0([a,b])$: $f \geq 0$ $\forall x \in [a,b] \Rightarrow g(x) = \sqrt{f(x)}$ è continua in $[a,b]$

(13) Estendere con continuità a tutto \mathbb{R} la funzione $f(x) = 1 - x \sin(\frac{1}{x})$.

(14) Estendere con continuità a tutto \mathbb{R} la funzione $f(x) = \arctg(\frac{1}{x-2})$

(15) Ogni polinomio di grado dispari possiede almeno una radice reale. Dimostrarlo.

(16) L'eq.ne $x^3 - 3x + 1 = 0$ possiede una radice reale $\in (1,2)$.
 Calcolarne un'approssimazione con un errore $< 1/100$.