RIPRENDIAMO L'ESEMPIO iniziato in classe
(lezione merc. 28·11·2018)

$$\int_a^b \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{(1+\sqrt[5]{x})^2}}\,dx \;=$$

$m = 1/3$
$n = 1/5$
$p = -2/3 \notin \mathbb{Z}\ ;\ p_2 = 3$

$\frac{m+1}{n} = \left(\frac{1}{3}+1\right)5 = \frac{20}{3} \notin \mathbb{Z}$

$\frac{m+1}{n} + p = \frac{20}{3} - \frac{2}{3} = \frac{18}{3} \in \mathbb{Z}$ ✓

quindi opero la sostituzione $\boxed{t^3 = 1 + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}}$

cioè $\sqrt[5]{x} = \frac{1}{1+t^3} \Rightarrow \sqrt[5]{x} + 1 = \sqrt[5]{x}\, t^3 = \frac{t^3}{1+t^3}$

$x = \frac{1}{(1+t^3)^5}$

$dx = \frac{-5\cdot 3t^2}{(1+t^3)^6}\,dt$

dove $\xi_a = \sqrt[3]{1+\frac{1}{\sqrt[5]{a}}}$

$\xi_b = \sqrt[3]{1+\frac{1}{\sqrt[5]{b}}}$

$$= \int_{\xi_a}^{\xi_b} \frac{1}{(1+t^3)^{5/3}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{t^3}{1+t^3}\right)^{2/3}} \cdot \frac{(-15)\,t^2}{(1+t^3)^6}\,dt =$$

$$= \int_{\xi_a}^{\xi_b} \frac{(-15)}{(1+t^3)^{5/3}}\ \frac{(1+t^3)^{2/3}}{(1+t^3)^6}\,dt = \int_{\xi_a}^{\xi_b} \frac{(-15)}{(1+t^3)^{\frac{5}{3}-\frac{2}{3}+6}}\,dt = \underline{\int_{\xi_a}^{\xi_b} \frac{(-15)}{(1+t^3)^7}\,dt}$$

$\frac{5}{3}-\frac{2}{3}+6 = 7 \in \mathbb{N}$

abbiamo quindi ottenuto un integrale razionale

$$\frac{1}{(1+t^3)^7} = \underbrace{\frac{1}{(1+t)^7}}_{\text{una radice molteplicità}=7} \cdot \underbrace{\frac{1}{(1-t+t^2)^7}}_{\text{nessuna radice}} \ \ldots$$

BASTAVA CREDERCI e FARE IL CALCOLO FINO IN FONDO! :)