

Homework 3 - Algebra Lineare e geometria analitica

(Dott.ssa D. Bubboloni)

Assegnato 8 Novembre 2017 - consegna martedì 14 Novembre 2017.

1. Determina in \mathbb{R}^3 l'equazione cartesiana dei due Span seguenti:

$$S_1 = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

e

$$S_2 = \text{Span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

In base a quanto ottenuto si può concludere che $S_1 \subseteq S_2$?

2. Mostrare che le soluzioni del seguente sistema costituiscono un sottospazio di \mathbb{R}^4

$$\begin{cases} x - y = z + t \\ x - z = y + 2t \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

e trovarne una base.

3. Discutere al variare di $a \in \mathbb{R}$ il seguente sistema

$$\begin{cases} x + ay - z = 0 \\ 2x - y - az = a - 2 \\ x - 3y - z = 0 \end{cases}$$

Successivamente, dire se esistono valori di a per cui il sistema è omogeneo e in tal caso esplicitarne le soluzioni.

4. Risolvi simultaneamente i sistemi

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ -y - z = 2 \\ 3x - 5y + 2z = -1 \end{cases}$$

e

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ -y - z = -2 \\ 3x - 5y + 2z = 0 \end{cases}$$

usando l'algoritmo di Gauss nei due versi.

5. Risolvi in \mathbb{Q}^4 il sistema

$$\begin{cases} x + y + 2z + 7t = 0 \\ -y - z + x - 4 = 0 \\ x + 5y + 8z + 21t - 8 = 0 \end{cases}$$

scrivendo esplicitamente l'insieme delle soluzioni S .

6. Dire se i seguenti vettori di \mathbb{Q}^4 ,

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

formano una base.

7. Provare che l'insieme

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid xy = z^2 \right\}$$

non è un sottospazio di \mathbb{R}^3 , mentre lo è

$$Z = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid x - 3z = 0, y + 2t = 0 \right\}.$$