



Fisica dello Stato Solido

Lezione n. 9

Proprietà dei materiali semiconduttori

Corso di Laurea Magistrale in
Ingegneria Elettronica
a.a.17-18

Sommario

Proprietà degli elettroni nelle bande energetiche di un semiconduttore

Velocità degli elettroni - massa efficace - elettroni e lacune - momento lineare e momento cristallino - bande di energia nello spazio k in tre dimensioni - confronto tra bande di energia di metalli, semiconduttori e isolanti - gap diretto e indiretto - superfici a energia costante nei semiconduttori

Famiglie di semiconduttori

semiconduttori binari - semiconduttori ternari e quaternari : le famiglie dell'As e dell'Sb - semiconduttori degeneri e non degeneri

Proprietà di elettroni e lacune liberi all'equilibrio

massa effettiva della densità degli stati in banda di conduzione e di valenza - calcolo della concentrazione di elettroni e lacune in banda di conduzione e valenza all'equilibrio termico - densità effettiva degli stati al minimo della banda di conduzione ed al massimo della banda di valenza

Semiconduttore intrinseco

concentrazione intrinseca dei portatori - posizione del livello di Fermi nel gap del semiconduttore intrinseco all'equilibrio - Andamento del gap con la temperatura - andamento della concentrazione intrinseca con la temperatura

Semiconduttore estrinseco

drogaggio n e p del semiconduttore - il modello idrogenoide per le impurezze superficiali - La condizione di neutralità del semiconduttore - concentrazione di portatori liberi in semiconduttore drogato nei regimi di congelamento, estrinseco ed intrinseco - posizione del livello di Fermi all'equilibrio nel gap del semiconduttore in funzione del drogaggio e della temperatura.

Elettrone in banda energetica: Velocità

Torniamo ad analizzare l'elettrone nel cristallo come pacchetto d'onda (vedere appendice 1). La funzione d'onda elettronica è data dallo sviluppo:
$$\varphi(\underline{r}) = \sum_{\underline{k}} C_{\underline{k}} e^{i\underline{k} \cdot \underline{r}}$$

La velocità del pacchetto d'onda elettronico sarà la velocità di gruppo:

$$\underline{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \underline{k}} \quad \text{e ricordando che: } \varepsilon = \hbar \omega \quad \text{allora:}$$
$$\underline{v}_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \underline{k}} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\underline{k}} \varepsilon$$

Considero un elettrone nel cristallo soggetto alla forza esterna \underline{F}

Utilizzando la legge di Newton l'espressione della forza diviene:

$$\underline{F} = m \underline{a} = m \frac{d\underline{v}_g}{dt} = m \frac{d\underline{v}_g}{d\underline{k}} \frac{d\underline{k}}{dt} = m \frac{d\underline{v}_g}{d\underline{k}} \frac{d\underline{k}}{dt} = \frac{m}{\hbar} \frac{d^2 \varepsilon}{d\underline{k}^2} \frac{d\underline{k}}{dt} = \frac{m}{\hbar^2} \frac{d^2 \varepsilon}{d\underline{k}^2} \frac{d\hbar \underline{k}}{dt}$$

Elettrone in banda energetica: massa

Poiché deve valere: $\underline{F} = m a = \frac{d \underline{p}}{dt}$ (legge di Newton)

Se vogliamo mantenere l'espressione per il momento:

$$\underline{p} = \hbar \underline{k} \quad (*)$$

Dobbiamo porre: $1 = \frac{m}{\hbar^2} \frac{d^2 \varepsilon}{d \underline{k}^2}$ e quindi otteniamo: $m^* = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{d^2 \varepsilon}{d \underline{k}^2} \right)}$

chiamo m^* = massa efficace dell'elettrone nel cristallo, generalmente diversa dalla massa dell'elettrone libero, $m_e = 0.911 \times 10^{-30} \text{kg}$. Utilizzando il concetto di massa efficace posso scrivere, per l'elettrone nel cristallo:

$$\underline{F} = m^* \underline{a} = \frac{d \hbar \underline{k}}{dt}$$

Momento lineare e Momento cristallino

Notiamo che l'espressione del momento dell'elettrone utilizzata nella trasparenza 7 (*) non è autovalore dell'autofunzione d'onda di Bloch per l'operatore quantistico momento lineare.

La definizione dell'operatore quantistico **MOMENTO** è infatti: $\underline{p} = \frac{\hbar}{i} \underline{\nabla}$

tale che: $\frac{\hbar}{i} \underline{\nabla} \varphi(\underline{r}) = \underline{p} \varphi(\underline{r})$

Per l'onda piana dell'elettrone libero: $\varphi_k(x) = Ae^{ikx}$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \varphi(x) = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} (Ae^{ikx}) = \frac{\hbar}{i} ikAe^{ikx} = \hbar kAe^{ikx} = \hbar k \varphi(x)$$

Quindi $p = \hbar k$ è autovalore dell'onda piana per l'operatore momento.

Per l'onda dell'elettrone di Bloch: $\varphi_k(\underline{r}) = u_k(\underline{r})e^{i\vec{k}\cdot\underline{r}}$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \varphi(x) = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} (u_k e^{ikx}) = \frac{\hbar}{i} ik u_k e^{ikx} + \frac{\hbar}{i} \frac{\partial u_k}{\partial x} e^{ikx} = \hbar k \varphi(x) + \frac{\hbar}{i} \frac{\partial u_k}{\partial x} e^{ikx}$$

Quindi $\underline{p} = \hbar \underline{k}$ **NON** è autovalore della funzione di Bloch per l'operatore momento. Per questo lo indichiamo con un'altra denominazione, **MOMENTO CRISTALLINO** appunto, dato che comunque esso mantiene il significato dinamico di quantità di moto definita dalla relazione di Newton:

$$\underline{F} = \frac{d\underline{p}}{dt} \quad \longrightarrow \quad F = \frac{d\hbar \underline{k}}{dt}$$

Lacune

Discutiamo ora il legame tra m^* e andamento delle funzione $\varepsilon(\mathbf{k})$:

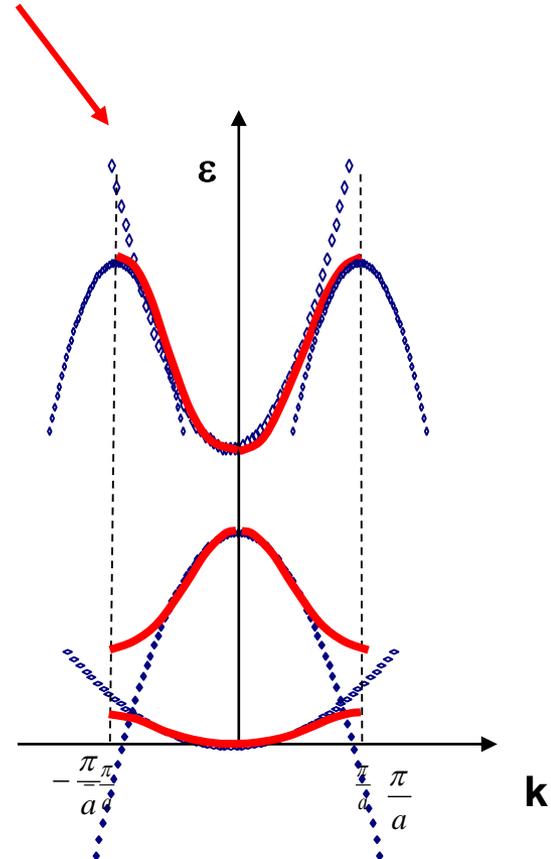
$$m^* = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{d^2 \varepsilon}{d\underline{k}^2}\right)}$$

Secondo il modello del potenziale periodico debole è possibile approssimare la banda di energia in funzione di k come una parabola con concavità negativa o positiva. Nelle regioni in cui questo vale la massa efficace non risulta dipendere da k e si può scrivere:

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

Dalla discussione precedente abbiamo visto come la massa efficace potrebbe essere interpretata come coefficiente di proporzionalità tra forza applicata ed accelerazione : $F = m^* a$.

Poiché però m^* è legata alla concavità della curva $\varepsilon(\mathbf{k})$ essa in questa definizione può essere sia negativa che positiva.

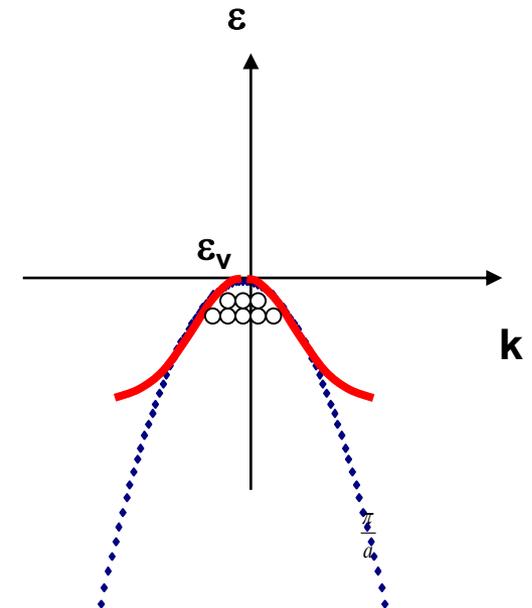


Lacune in banda di valenza

Quindi in questa descrizione ho un elettrone, particella di carica $q = -e$ che risponde alla sollecitazione del campo applicato:

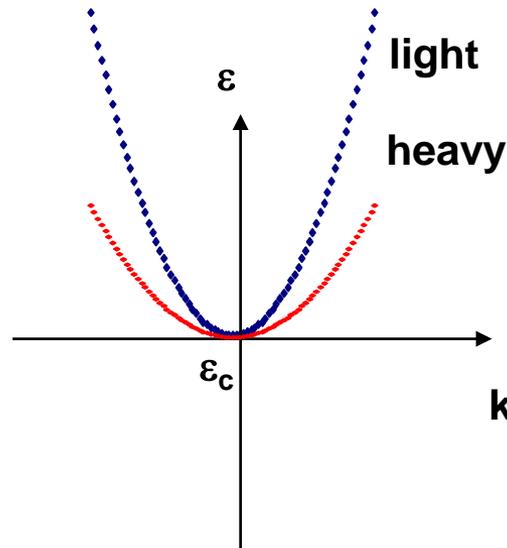
$$\underline{F} = q (\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) = m^* \underline{a}$$

con massa negativa m^* ! Interpreto questo risultato considerando che l'effetto dinamico è lo stesso che se avessi una carica positiva $q = +e$ con massa positiva $m = -m^* > 0$. Chiamo questa 'particella' LACUNA. Le lacune coincidono in realtà con gli stati elettronici vacanti in una banda. Nei semiconduttori si tratta tipicamente della banda di valenza, all'equilibrio le lacune si posizionano in prossimità dell' orlo di massima energia della banda.



Elettroni e lacune pesanti o leggere

Bande 'strette' presentano masse efficaci piccole (light) bande più larghe masse efficaci grandi (heavy).



Osserviamo inoltre che la massa efficace in generale è anisotropa:

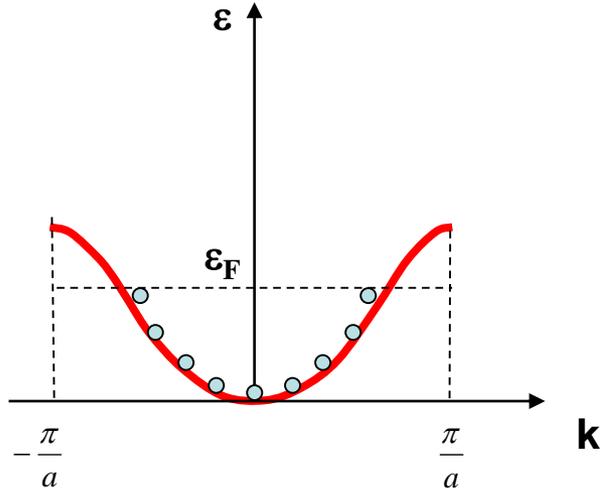
$$m_{ij} = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i \partial k_j}} \quad \mathbf{i,j = x,y,z}$$

Tabella Riassuntiva

	Sommerfeld	Bloch
Numeri quantici	\underline{k}	n, \underline{k}
valori dei n. quantici	$k = \frac{2\pi}{a} \frac{m}{N} \quad (1)$	n = set infinito di interi positivi \underline{k} = tutti i valori permessi dalla (1) entro la I zona di Brillouin
Funzione d'onda	$\varphi_k(\underline{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$	$\varphi_k(\underline{r}) = u_k(\underline{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ $u_k(\underline{r}) = u_k(\underline{r} + \underline{R})$ con \underline{R} vettore di reticolo cristallino
Energia	$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$	$\varepsilon_n(\underline{k}) = \varepsilon_n(\underline{k} + \underline{G})$ con \underline{G} vettore di reticolo cristallino
momento	$\hbar k$ momento elettronico	$\hbar k$ momento cristallino
massa	$m_e = 0.911 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$	$m = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{d^2 \varepsilon}{dk^2}\right)}$
Velocità	$\underline{v} = \frac{\hbar \underline{k}}{m}$	$\underline{v}_g = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon_n(\underline{k})}{\partial \underline{k}}$

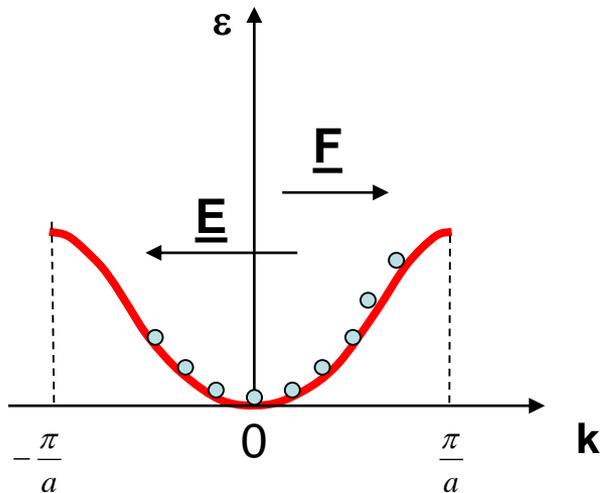
Osservazioni sui meccanismi di conduzione nel metallo

All'equilibrio, con campo applicato nullo $\underline{E} = 0$



Gli elettroni occupano gli stati più bassi della I zona di Brillouin in modo simmetrico. Non si ha corrente netta perché le onde piane progressive ($k > 0$) e regressive ($k < 0$) danno contributo uguale e opposto alla corrente.

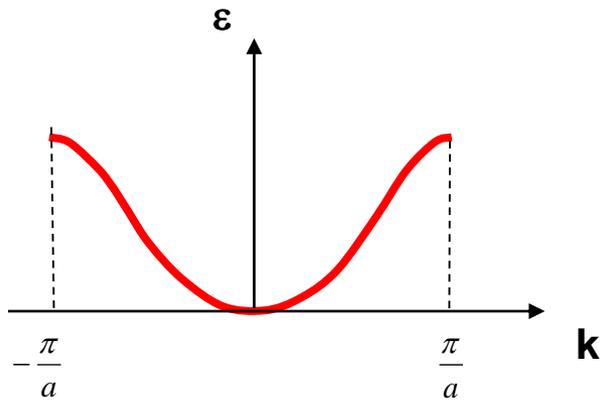
Applico $\underline{E} \neq 0$



$$\text{Si ha forza : } \underline{F} = -e\underline{E} = \hbar \frac{d\underline{k}}{dt}$$

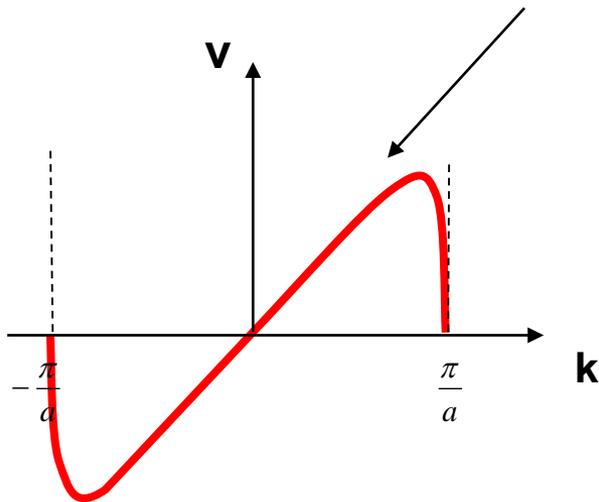
Gli elettroni aumentano \underline{k} in direzione di \underline{F} . Ne risulta una distribuzione asimmetrica degli elettroni nella banda. C'è corrente elettrica poiché si hanno più elettroni che si muovono in una direzione che in quella opposta.

Poiché:
$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon}{\partial k}$$

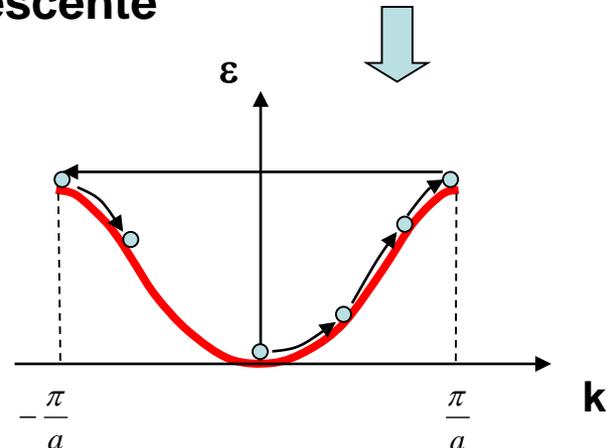


Derivando la funzione $\varepsilon(k)$ otteniamo

v



A bordo zona la velocità dell'elettrone è nulla. Questo è dovuto alla riflessione di Bragg (scattering a bordo zona). L'elettrone subisce riflessione passando da $k = \pi/a$ a $k = -\pi/a$ e quindi procedendo per k crescente



Bande di energia in tre dimensioni nello spazio \underline{k}

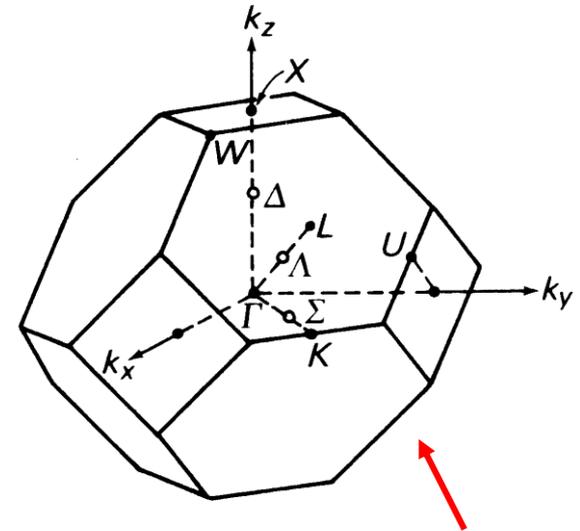
Raffiguriamo le bande di energia nel caso reale in cui $\underline{k} = (k_x, k_y, k_z)$. Per tracciare il grafico di $\varepsilon_n(\underline{k})$ è necessario scegliere un cammino significativo nello spazio \underline{k} .

Scegliamo alcuni punti particolari.

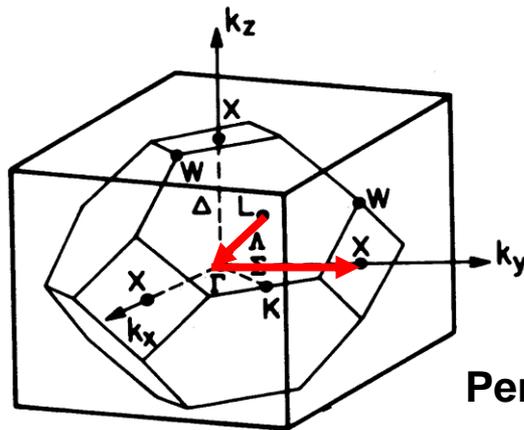
$\Gamma = (0;0;0)$ centro della I zona di Brilluoin

$L = \frac{2\pi}{a} \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ bordo della I zona di Brilluoin lungo la diagonale di corpo [111]

$X = \frac{2\pi}{a} (0;0;1)$ bordo della I zona di Brilluoin lungo lato k_z [001]

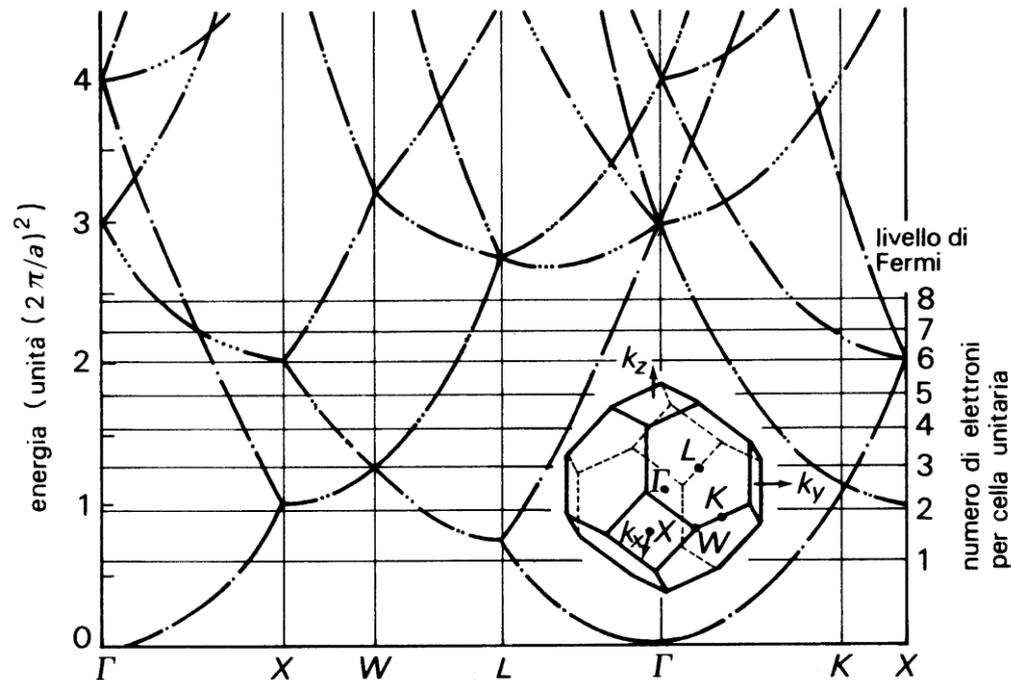


I zona di Brilluoin per fcc con indicati i punti contraddistinti da particolari proprietà di simmetria



Percorso L Γ X

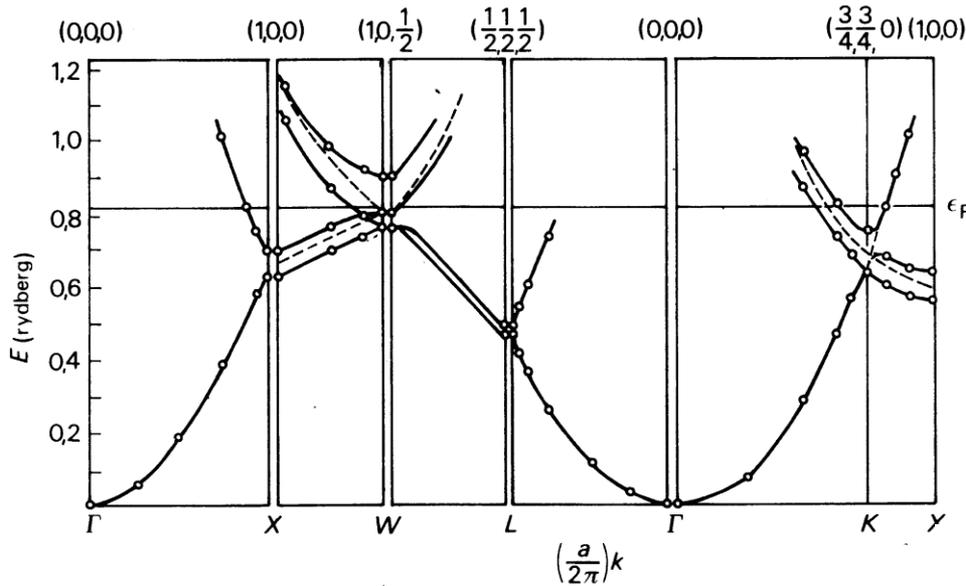
Bande di Energia di un metallo



Struttura a bande nell'approssimazione degli elettroni liberi per un metallo a struttura fcc (valido per Al, Cu, Ag, ..). a è costante reticolare. Il livello di Fermi è mostrato per diverse quantità di elettroni nella shell esterna per cella primitiva. La degenerazione di ogni segmento di banda (oltre a quella di spin) è indicata dal numero di punti sul segmento.

Da: F. Herman, Atomic Structure, in Atomistic Approach to the Nature and Properties of Materials, Wiley, NY, 1967

Struttura delle bande di energia dell' alluminio



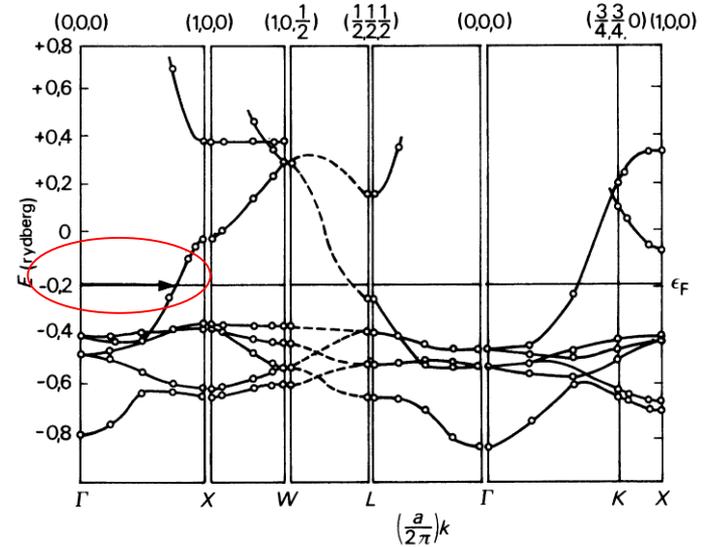
livello di Fermi ϵ_F

Struttura delle bande di energia del rame

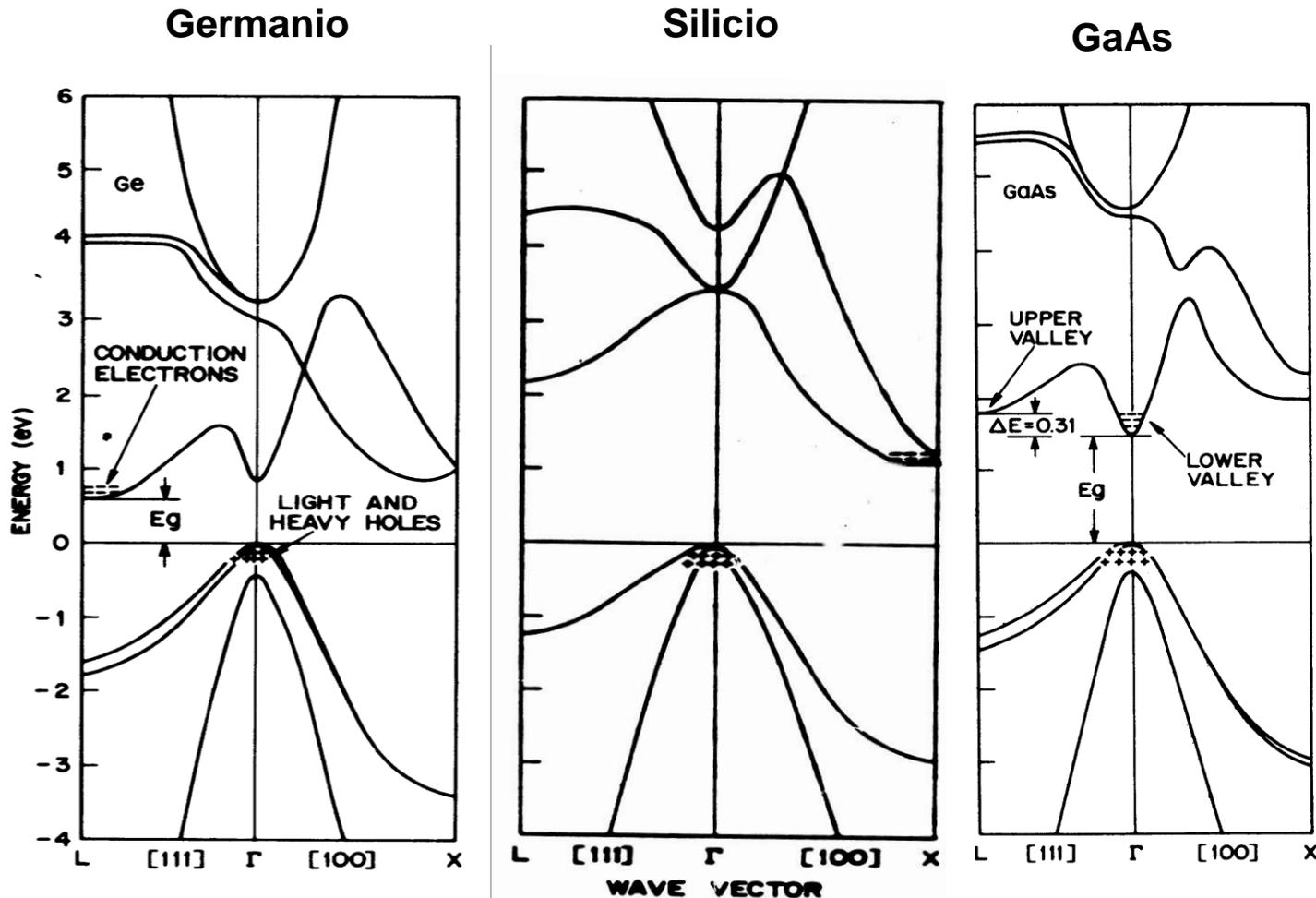
Rydberg = 13.53eV

Vettor d'onda di Fermi k_F nella direzione ΓX

B. Segall, Phys Rev 125, (1962) 109



Bande di energia dei semiconduttori



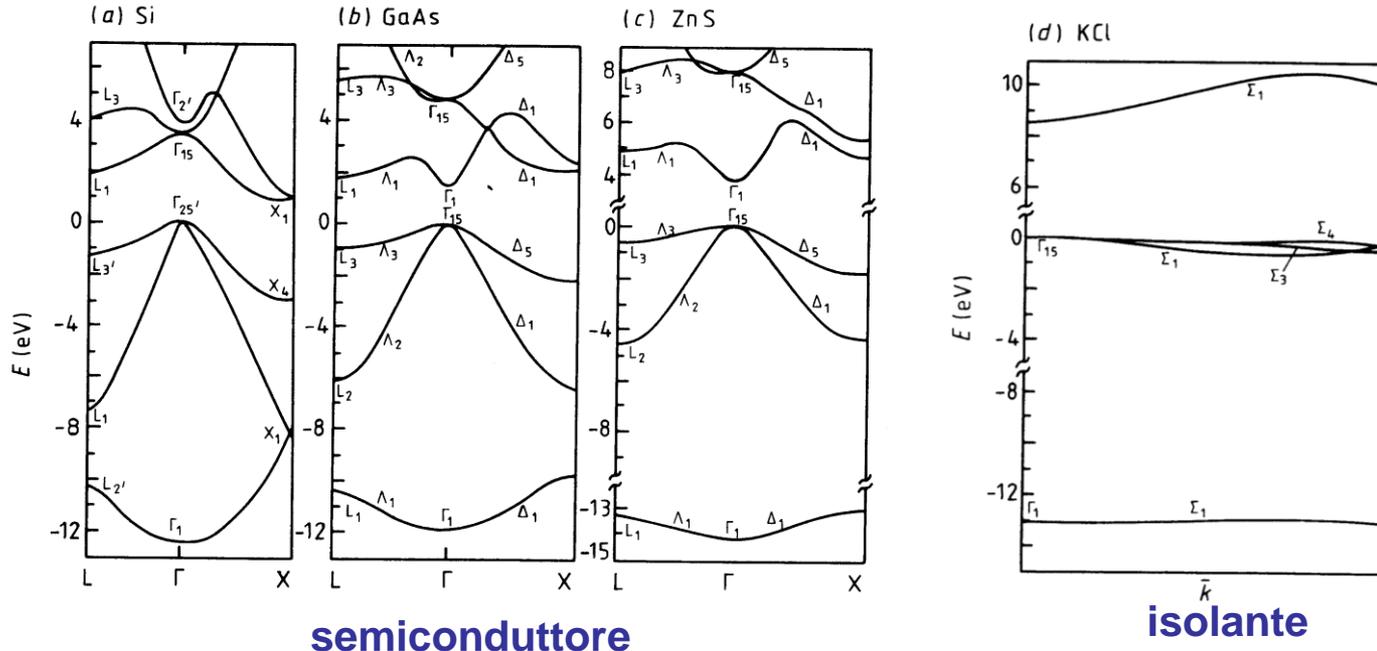
Chelikowsky & Cohen, Phys Rev B14, 556 (1976)

In Si il minimo della banda di conduzione si trova vicino a X, in Ge si trova nella posizione L mentre in GaAs si trova in Γ . Per tutti e tre i materiali a banda di valenza è doppia: due bande con stesso massimo posizionato in Γ ma di diversa curvatura.

Confronto tra bande di energia in semiconduttori ed isolanti

Nei cristalli covalenti come il Si le bande sono estese e del tipo ad elettroni liberi. Il gap principale è piccolo se confrontato con la larghezza della banda di valenza.

Carattere di ionicità frazionario dei legami



Si	0.00
Ge	0.00
GaAs	0.32
ZnS	0.62

Cohen & Heine, Solid State Physics 24, 38 (1970)

L'andamento da Si a KCl è fortemente legato all'aumento della ionicità del materiale. Nel KCl la completezza del trasferimento elettronico da un atomo (K) all'altro (Cl) porta a potenziale ionico molto elevato, quindi elevato bandgap (circa 10eV per KCl contro circa 1eV per Si) ed ad un elevato appiattimento delle bande .

Osservazioni

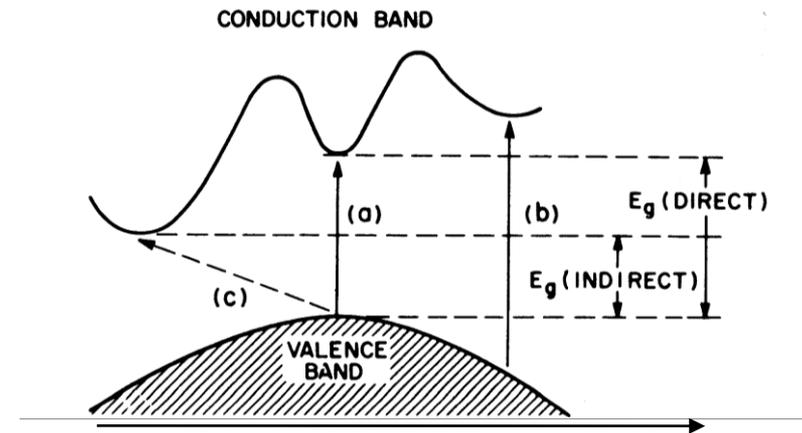
Nei metalli la correzione di potenziale periodico debole (apertura dei gaps in corrispondenza del bordo zona) è molto piccola (vedi caso dell'alluminio alla trasparenza 24). La correzione dovuta al potenziale periodico diventa forte nei semiconduttori ed isolanti, in particolare dipende dalla ionicità del legame.

In generale nell'intorno del massimo della banda di valenza e del minimo della banda di conduzione le bande paraboliche sono in accordo con l'approssimazione di potenziale periodico debole.

Nell'intorno del bordo zona le bande tendono ad avere pendenza nulla, in accordo con il modello di potenziale periodico debole.

GAP Diretto ed Indiretto

Nel caso il massimo della banda di valenza (E_v) ed il minimo della banda di conduzione (E_c) si trovi stesso k il materiale si dice a **GAP DIRETTO** (GaAs) altrimenti è a **GAP INDIRETTO** (Si, Ge). Il gap del semiconduttore è definito come $E_g = E_c - E_v$



Un fotone di energia $E = E_g$ o superiore può promuovere un elettrone nella banda di conduzione se il semiconduttore è a gap diretto. Nel caso di un semiconduttore a gap indiretto è necessario che l'elettrone, oltre all'energia, vari il suo momento e quindi il suo numero d'onda k . Facciamo l'esempio del silicio.

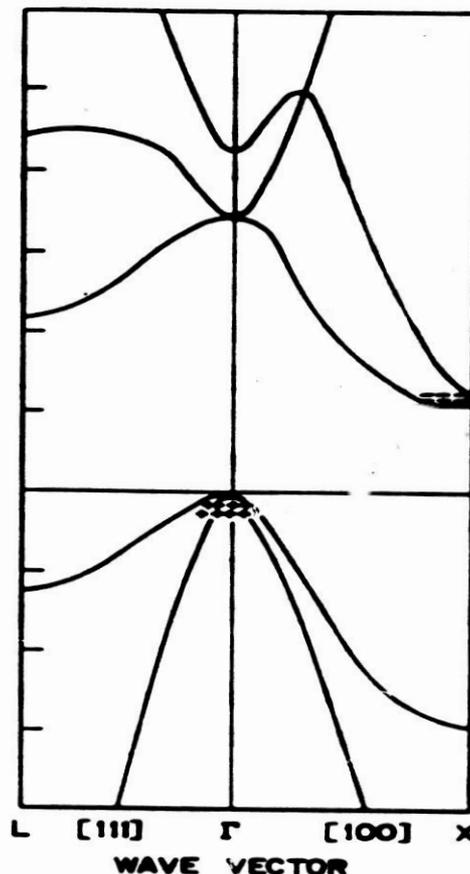
Il fotone di energia E_g nel silicio ha momento pari a $p = \hbar k = E/v$ con $v = c/\epsilon_r$, quindi :

$$k_{\text{fotone}} = \frac{E_g \epsilon_r}{\hbar c} = \frac{1.12 \times 1.602 \times 10^{-19} \times 12}{1.054 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 6.8 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Per passare dal massimo della banda di valenza al minimo della banda di conduzione il vettore d'onda dell'elettrone deve passare dal punto in Γ con $k = 0$ ad un punto vicino a X, dove $k' \sim \pi/a$. Per il silicio $a =$ costante reticolare $= 5.43 \text{ \AA}$. Perciò il salto di gap richiede un $\Delta k \sim 5.8 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$.

Il fotone di energia E_g è invece in grado di trasferire solo circa l'1.2% della variazione di k necessaria all'elettrone per fare il salto di banda, per questo senza un altro "agente" (fonone) in grado di fornire il Δk richiesto la transizione non ha luogo.

Questo problema non si presenta nel caso dei semiconduttori a gap diretto come il GaAs



Superfici ad energia costante nei semiconduttori.

Nel caso dei semiconduttori a $T > 0K$ la conduzione è data da quegli elettroni che vengono promossi dalla banda di valenza alla banda di conduzione. In questo processo essi lasciano degli stati vacanti, le lacune, in banda di valenza, che anch'esse contribuiscono alla conduzione. Il livello di Fermi si trova all'interno del gap proibito. In questo caso perciò, per studiare le proprietà di trasporto, siamo interessati alle superfici ad energia costante nelle vicinanze del minimo della banda di conduzione e del massimo della banda di valenza.

Ge: Minimo della banda di conduzione in L

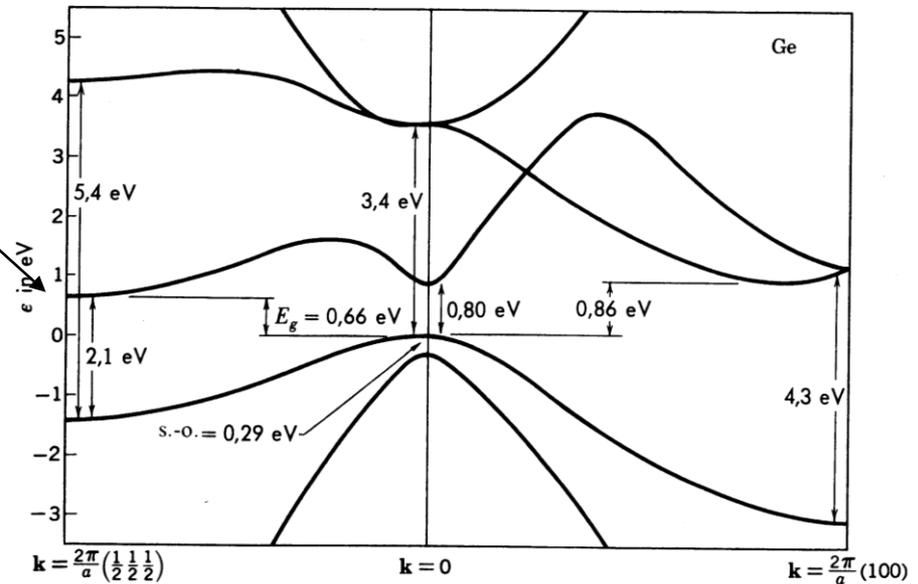


Figura 13 La struttura a bande del germanio vicino al gap. La separazione spin-orbita (s.-o.) della banda di valenza a $k=0$ è anch'essa mostrata. La struttura a bande calcolata da M. L. Cohen e T. K. Bergstresser è stata adattata lievemente per accordarsi con le separazioni sperimentalmente note.

Bande di energia per Si e Ge con valori dei gap diretti ed indiretti

Si: Minimo della banda di conduzione vicino X

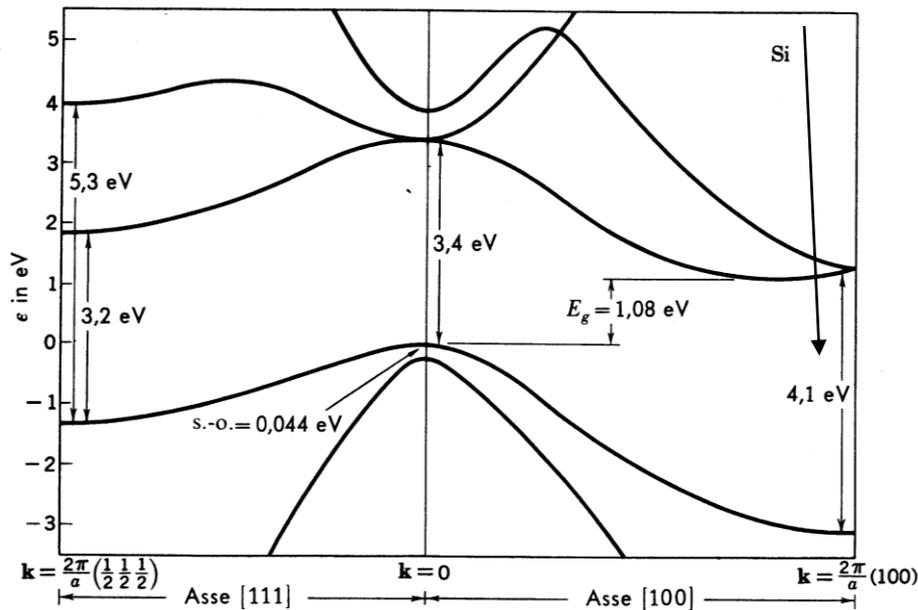


Figura 12 La struttura a bande del silicio vicino al gap. La separazione spin-orbita (s.-o.) della banda di valenza a $k=0$ è dilatata rispetto alla scala. La struttura a bande calcolata da M. L. Cohen e T. K. Bergstresser è stata lievemente modificata per potersi accordare con i valori sperimentalmente delle separazioni. Lo zero dell'energia è stato posto sulla cima della banda di valenza.

Superfici ad energia costante nei pressi del minimo della banda di conduzione per Ge, Si, GaAs

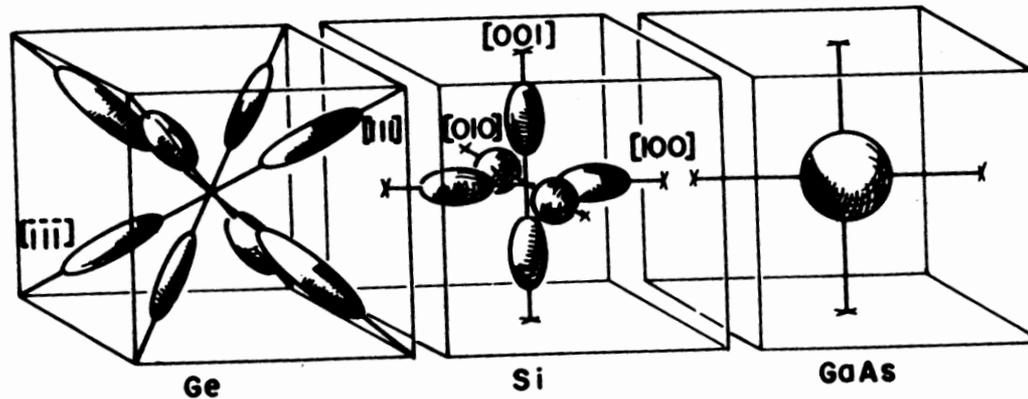


Fig. 7 Shapes of constant energy surfaces in Ge, Si, and GaAs. For Ge there are eight half-ellipsoids of revolution along the $\langle 111 \rangle$ axes, and the Brillouin zone boundaries are at the middle of the ellipsoids. For Si there are six ellipsoids along the $\langle 100 \rangle$ axes with the centers of the ellipsoids located at about three-fourths of the distance from the Brillouin zone center. For GaAs the constant energy surface is a sphere at zone center. (After Ziman, Ref. 19.)

GaAs: la BC è in $k = 0$ quindi la superficie a energia costante è una sfera. In Si la superficie a energia costante è localizzata un po' prima dei punti X lungo le direzioni $\{100\}$, in Ge essa è localizzata sugli otto punti L. Sia per Ge che per Si si tratta di ellissoidi di rotazione.

Masse efficaci degli elettroni in BC

La massa efficace per il GaAs è unica per le tre direzioni di k : $m = 0.067m_e$.

Per Si e Ge si hanno due valori di massa efficace: la massa longitudinale m_l e quella trasversale m_t .

Posso scrivere perciò, per Si e Ge:

$$\varepsilon(k) = \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{m_t} + \frac{k_z^2}{m_l} \right)$$

Si

$$m_l = 0.98m_e$$

$$m_t = 0.19m_e$$

Ge

$$m_l = 1.59m_e$$

$$m_t = 0.089m_e$$

Masse efficaci delle lacune in BV

Le bande di valenza di Si, Ge, GaAs, sono centrate in $K = 0$. La massa efficace è la stessa nelle tre direzioni k_x , k_y , k_z . E la superficie a energia costante è una sfera. In tutti e tre i materiali le bande di valenza sono due, avremo quindi due masse efficaci, una pesante e l'altra leggera.

Si	Ge	GaAs
$m_{lh} = 0.16m_e$	$m_{lh} = 0.044m_e$	$m_{lh} = 0.076m_e$
$m_{hh} = 0.48m_e$	$m_{hh} = 0.28m_e$	$m_{hh} = 0.5m_e$

Parametri di banda per i composti binari III-V
La famiglia dell'As

	InAs	GaAs	AlAs
Tipo di gap	diretto	diretto	Indiretto
Minimo E_c	Γ	Γ	X
E_g (eV)	0.354	1.42	2.95
m_e^*/m	0.025	0.067	0.124
m_{hh}^*/m	0.41	0.50	0.50
m_{lh}^*/m	0.26	0.07	0.26

La famiglia dell'Sb

	InSb	GaSb	AlSb
Tipo di gap	diretto	diretto	Indiretto
Minimo E_c	Γ	Γ	X
E_g (eV)	0.18	0.7	2.22
m_e^*/m	0.013	0.04	
m_{hh}^*/m	0.47	0.49	0.76
m_{lh}^*/m	0.015	0.08	0.15

Leghe di semiconduttori

E' possibile variare la struttura della banda di energia producendo una lega di più semiconduttori, nella quale la disposizione atomica sia il più possibile ordinata, in modo da ottenere un cristallo di elevata qualità morfologica con proprietà elettroniche interpretabili nei termini di un potenziale periodico quasi ideale.

Esempio A_xB_{1-x} A è presente in frazione x, B in 1-x. Se A e B possiedono la stessa struttura cristallina si può prevedere che A_xB_{1-x} abbia stessa struttura.

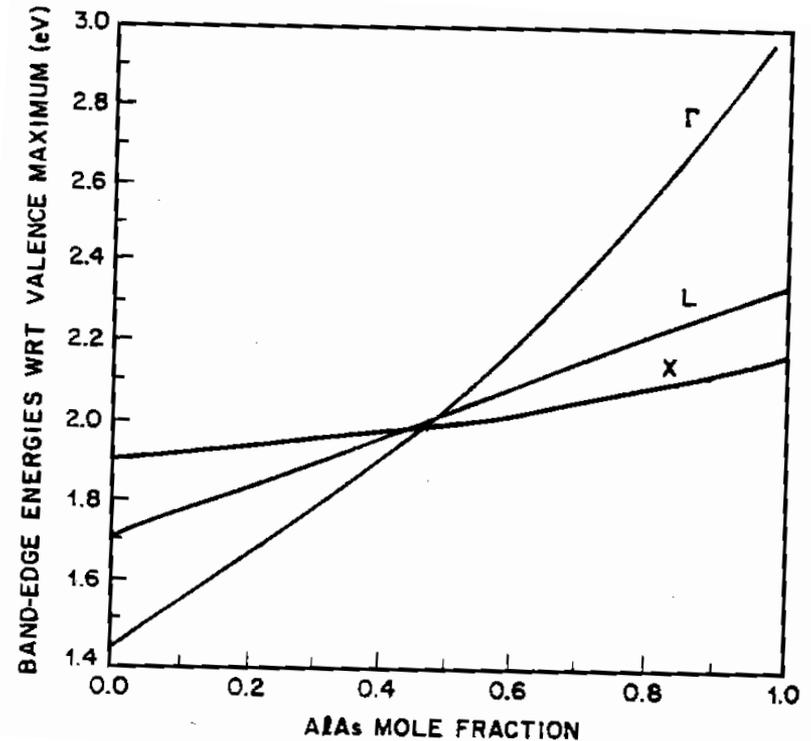
Se le strutture delle bande di A e B sono diverse ma simili i diversi parametri che caratterizzano la struttura delle bande variano da quella di A a quella di B in funzione di x. Lo stesso accade per le strutture ternarie $A_xB_{1-x}C$.

Lega	E_g (eV)
$Al_xGa_{1-x}As$	$1.42+1.247x$
$Al_xIn_{1-x}As$	$0.360+2.012x+0.698x^2$
$Ga_xIn_{1-x}As$	$0.36+1.064x$
$Ga_xIn_{1-x}Sb$	$0.172+0.139x+0.415x^2$
$Al_xGa_{1-x}Sb$	$0.726+1.129x+0.368x^2$
$Al_xIn_{1-x}Sb$	$0.172+1.621x+0.430x^2$

Al variare di x anche la struttura interna delle bande può variare significativamente.

Variazione dei minimi della banda di conduzione in Γ , X ed L nel caso del $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ al variare di x .

Al crescere di x il minimo assoluto della banda di conduzione passa dal punto Γ (GaAs) al punto X (AlAs), di diversa molteplicità, trasformando il gap da diretto a indiretto .



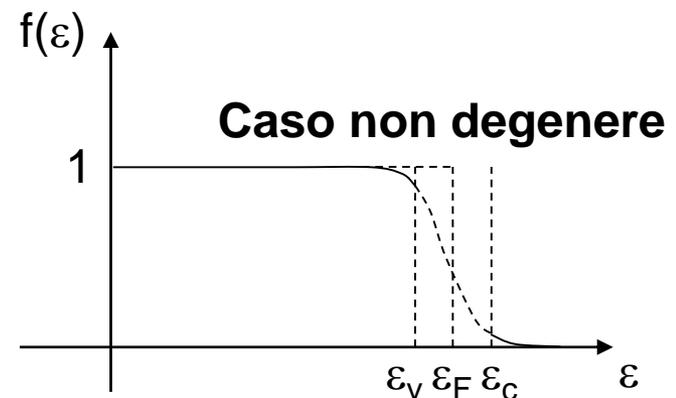
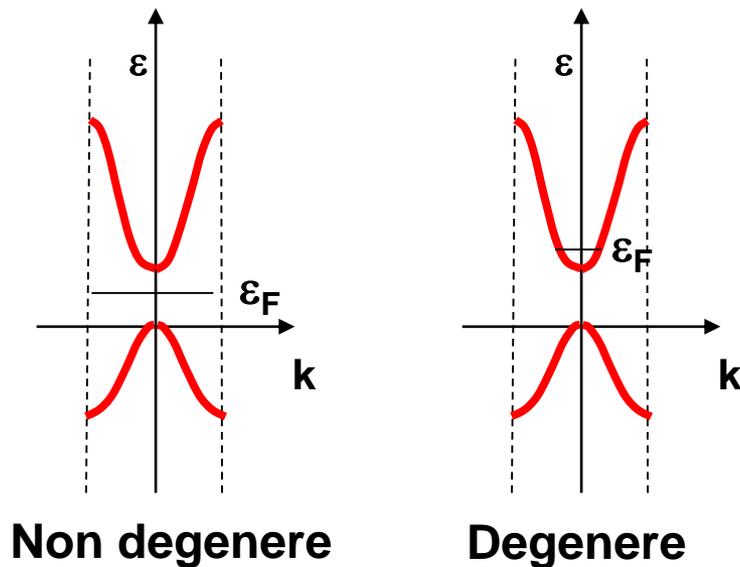
Allo stesso modo le masse efficaci elettroniche (banda di conduzione) variano diversamente nei vari punti di minimo.

Tipo di minimo	m^*/m
G	$0.067+0.083x$
X	$0.32 - 0.06 x$
L	$0.11 + 0.03 x$

Semiconduttori DEGENERI e NON

In generale il livello di fermi ε_F giace nel gap proibito e solo la coda della distribuzione di Fermi Dirac $f(\varepsilon)$ si troverà nella banda di conduzione. In questo caso il semiconduttore è **NON DEGENERE**.

Nel caso in cui il numero di elettroni in banda di conduzione (BC) sia molto elevato il livello di Fermi può invece trovarsi all'interno della BC, in questo caso il semiconduttore si dice **DEGENERE** (analogo il caso BV).

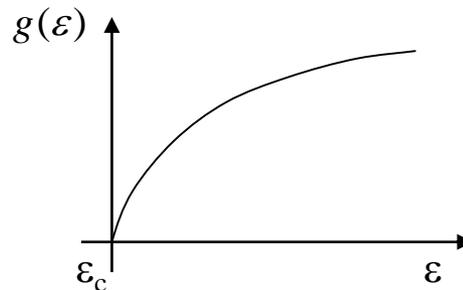


Densità di stati in banda di conduzione

Abbiamo già detto che la conducibilità elettrica dipende dai livelli occupati in banda di conduzione (elettroni di conduzione) e dagli stati vuoti in banda di valenza (lacune). Poiché nello spazio k entrambi si trovano ove $\varepsilon(k)$ può essere approssimato ad una parabola possiamo dapprima considerare la funzione di occupazione dell'elettrone libero :

$$dN(\varepsilon) = g(\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{4\pi V}{h^3} (2m_{de})^{3/2} \frac{\sqrt{\varepsilon} d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{K_B T}} + 1}$$

Con andamento:



e minimo di energia all'orlo della banda di conduzione ε_c .

m_{de} è detta **massa effettiva della densità degli stati in BC**, essa tiene conto della curvatura della banda di conduzione al minimo considerando sia l'anisotropia della massa efficace.

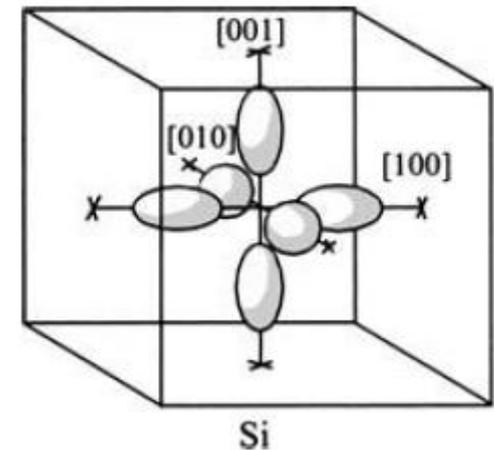
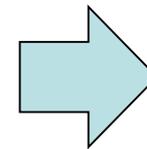
$$m_{de} = (m_1^* m_2^* m_3^*)^{1/3}$$

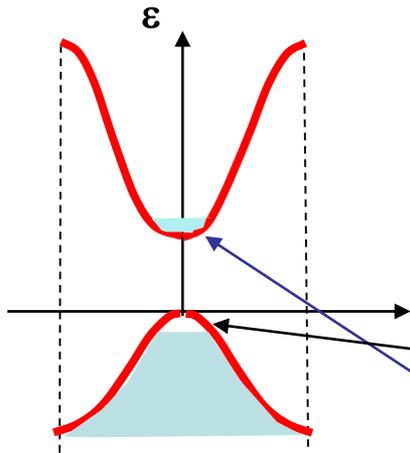
In silicio:

$$m_{de} = (m_l^* m_t^{*2})^{1/3} .$$

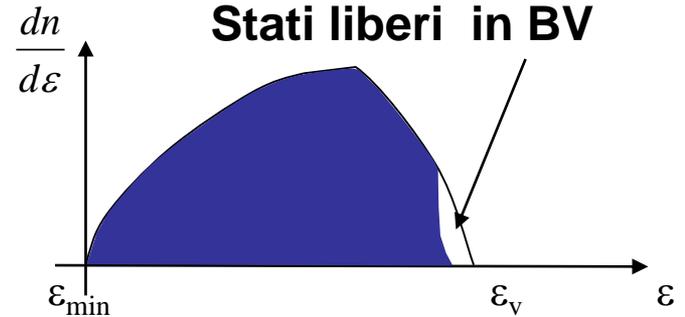
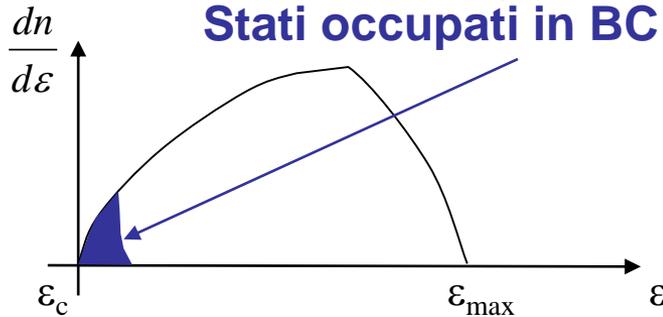
Nel caso del silicio si deve tener conto anche della molteplicità dei minimi della banda di conduzione $M_C = 6$ (sei punti X)

Si
$m_l = 0.98m_e$
$m_t = 0.19m_e$





Intorno al minimo della BC l'andamento di $\varepsilon(k)$ è parabolico con concavità positiva, all'aumentare di ε la funzione è una parabola con concavità negativa, quindi la $g(\varepsilon)$ diviene:



La densità di livelli occupati in BC è: $n(\varepsilon) = \int dn(\varepsilon) = \int_{\varepsilon_c}^{\varepsilon_{\max}} g(\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon$

con:
$$dn(\varepsilon) = \frac{dN(\varepsilon)}{V} = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \cdot \frac{1}{\hbar^3} \cdot m_{de}^{3/2} M_c \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c} d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{K_B T}} + 1}$$

Dobbiamo risolvere l'integrale:

$$n = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2 \hbar^3} (m_{de})^{3/2} M_c \int_0^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c} d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{K_B T}} + 1}$$

Definiamo:

$$\eta = \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{K_B T} \quad \eta_F = \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_c}{K_B T}$$

calcoliamo l'integrale da 0 a ∞ (ponendo $\varepsilon_v = 0$, non ci sono elettroni tra ε_v e ε_c):

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_{de}K_B T}{\hbar^2} \right)^{3/2} M_c \int_0^\infty \frac{\sqrt{\eta} d\eta}{e^{\eta - \eta_F} + 1} \quad (*)$$

Definiamo:

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_{de} K_B T}{h^2} \right)^{3/2} M_c$$

**DENSITA' EFFETTIVA DI STATI IN
BANDA DI CONDUZIONE**

E' la densità di elettroni in banda di conduzione che si avrebbe se tutti gli elettroni di conduzione avessero energia $\varepsilon = \varepsilon_c$.

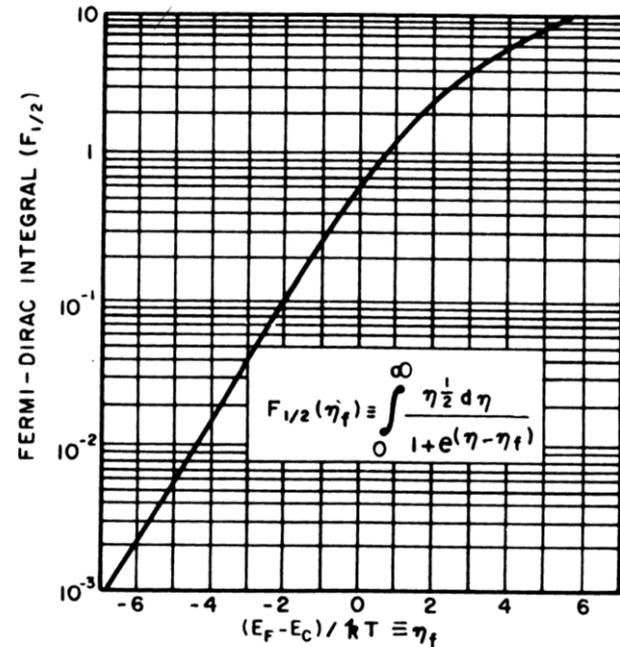
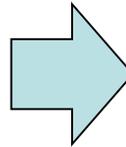
Se $n \ll N_c$ il semiconduttore è non degenere, se $n \gg N_c$ esso è degenere. Osserviamo che N_c e' funzione della temperatura. Otteniamo:

$$n = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_c \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{\eta} d\eta}{e^{\eta - \eta_F} + 1}$$

L'integrale si può riscrivere utilizzando la funzione di Fermi-Dirac :

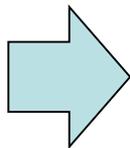
$$F_m(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{y^m dy}{1 + e^{y-x}}$$

La funzione è mostrata in grafico per:
 $m = 1/2$, $y = \eta$, $x = \eta_F$



$$F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) \equiv F_{1/2}(\eta_F) = \int_{E_C}^{\infty} \frac{[(E - E_C)/kT]^{1/2} dE}{1 + \exp[(E - E_F)/kT] kT}$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2}}{1 + \exp(\eta - \eta_F)} d\eta$$



$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right)$$

Integrale di Fermi-Dirac in caso non degenere

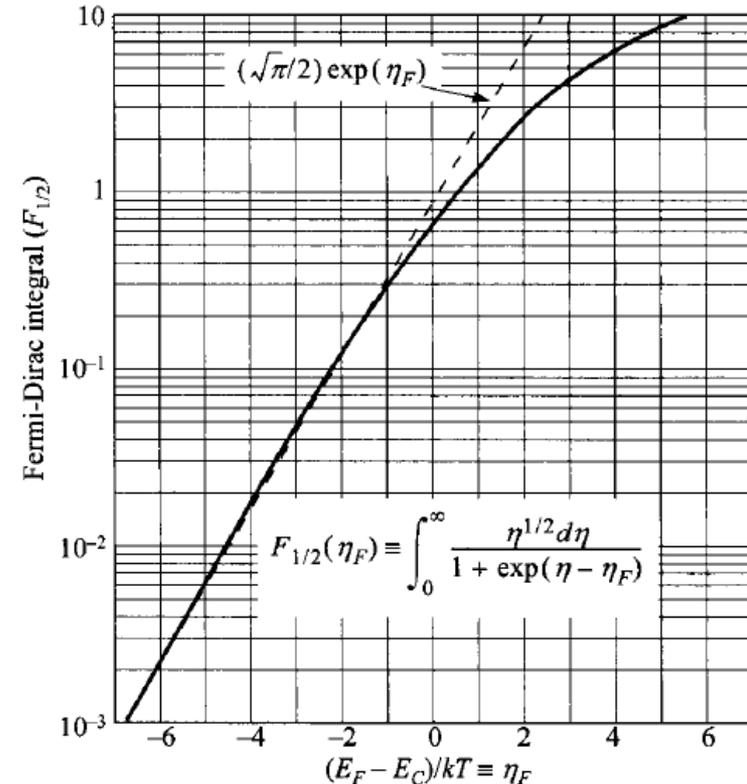
Considerando il semiconduttore come NON DEGENERE abbiamo che il livello di Fermi si trova diversi KT al di sotto del minimo della banda di conduzione. In questo caso posso utilizzare l'approssimazione della statistica di Boltzmann (linea tratteggiata nel grafico). Si ha:

$$F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

e quindi:

$$n = N_C e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{K_B T}}$$

Concentrazione di elettroni liberi in banda di conduzione



Analogamente per le lacune in banda di valenza abbiamo:

$$p = N_V e^{\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_F}{K_B T}}$$

Concentrazione di lacune libere in banda di valenza

Con :

$$N_V = 2 \left(\frac{2\pi m_{dh} K_B T}{h^2} \right)^{3/2}$$

**DENSITA' EFFETTIVA DI STATI IN
BANDA DI VALENZA**

Massa efficace : $m_{dh} = (m_{lh}^{*3/2} + m_{hh}^{*3/2})^{2/3}$

Semiconduttori degeneri

Come mostrato dal grafico, per $\eta_F > -1$ l'integrale ha una dipendenza non lineare da η_F e il valore dell'integrale non può essere approssimato al valore semplificato dato dalla statistica di Boltzmann. Una stima utile del livello di Fermi in funzione della concentrazione di portatori è data dalle :

$$E_F - E_C \approx kT \left[\ln \left(\frac{n}{N_C} \right) + 2^{-3/2} \left(\frac{n}{N_C} \right) \right],$$

Per tipo n:

$$E_V - E_F \approx kT \left[\ln \left(\frac{p}{N_V} \right) + 2^{-3/2} \left(\frac{p}{N_V} \right) \right].$$

Per tipo p:

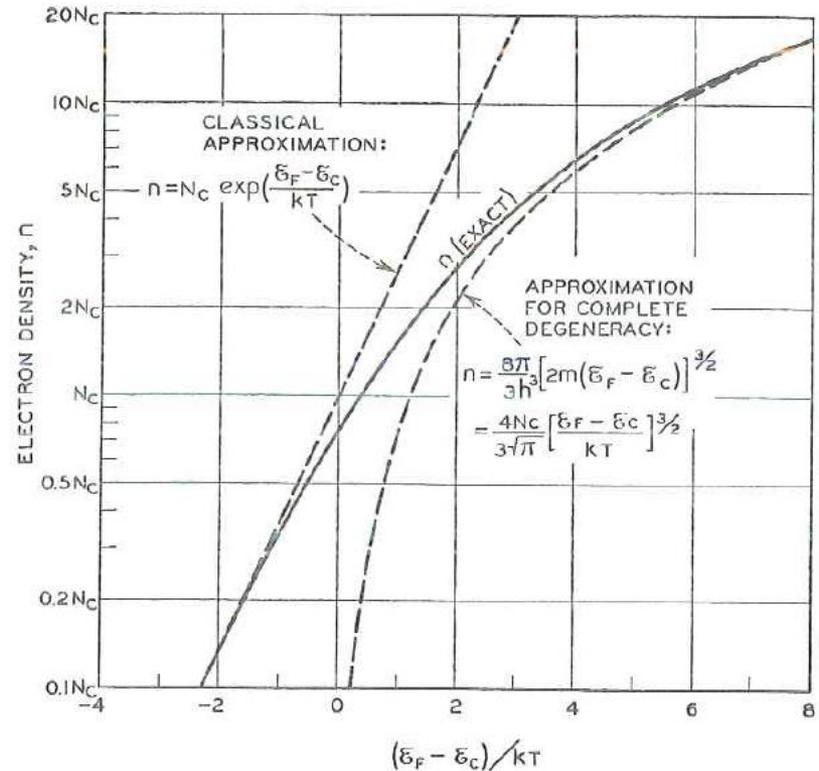


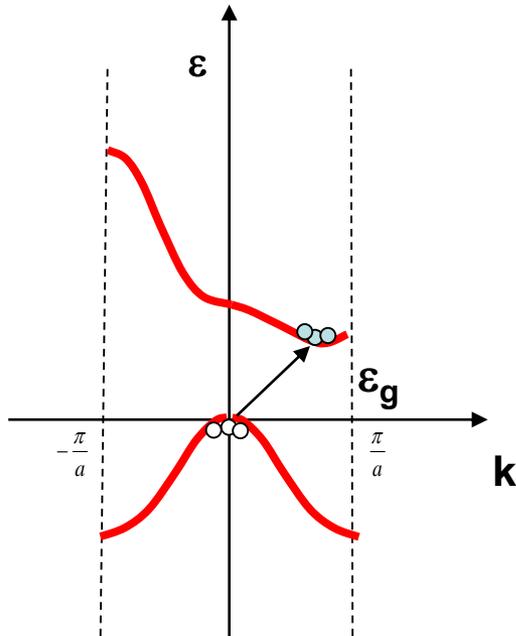
FIG. 10-5—Exact Dependence of n Upon $(E_F - E_C)$ and T Compared to Limiting Forms.

Da : **Electrons and holes in semiconductors** W:
Schokley, Van Nostrand Co, Toronto, 1963

Densità effettiva di stati in Si, Ge, GaAs a T = 300K

	$N_C \text{ cm}^{-3}$	$N_V \text{ cm}^{-3}$
Si	2.8×10^{19}	1.04×10^{19}
Ge	1.04×10^{19}	6.0×10^{18}
GaAs	4.7×10^{17}	7.0×10^{18}

Semiconduttore intrinseco



E' il caso in cui la concentrazione di elettroni in banda di conduzione è uguale alla concentrazione di lacune in banda di valenza:

$$n = p$$

Chiamiamo: $n_i = p = n$

n_i = concentrazione intrinseca di portatori

otteniamo:

$$N_C e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{K_B T}} = N_V e^{\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_F}{K_B T}}$$

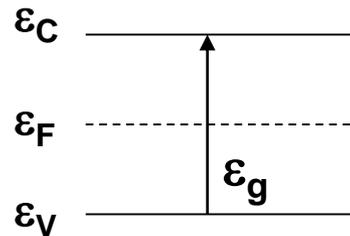
Ricaviamo l'espressione del livello di Fermi:



Livello di Fermi nel semiconduttore intrinseco

$$\varepsilon_F = \frac{\varepsilon_C + \varepsilon_V}{2} + \frac{K_B T}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

Se poniamo $\varepsilon_V = 0$ otteniamo $\varepsilon_C = \varepsilon_g$ ed $\varepsilon_F \sim \frac{\varepsilon_g}{2}$



La legge di azione di massa

L'aumento della concentrazione di uno dei due tipi di portatori n o p nel reticolo in seguito al drogaggio **porta conseguentemente una diminuzione della concentrazione dell'altro portatore**. Infatti **la probabilità di ricombinazione delle coppie lacuna-elettrone è legata al prodotto $n \cdot p$ delle due concentrazioni, mentre la probabilità di generazione di nuove coppie per effetto della agitazione termica dipende solo dalla temperatura e dal gap**. All'equilibrio generazione e ricombinazione si bilanciano, questo equilibrio è riassunto nella legge di azione di massa:

$$n \cdot p = n_i^2$$

Otteniamo perciò l'espressione per la concentrazione

intrinseca n_i :

$$n_i^2 = N_C e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{K_B T}} \cdot N_V e^{\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_F}{K_B T}} = N_C N_V e^{\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_C}{K_B T}} = N_C N_V e^{-\frac{\varepsilon_g}{K_B T}}$$

concentrazione intrinseca di portatori liberi

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-\frac{\varepsilon_g}{2K_B T}}$$

Valori di n_i ed ε_g a $T = 300\text{K}$ in Si, Ge, GaAs

	n_i (cm ⁻³)	ε_g (eV)
Si	1.45 x 10¹⁰	1.12
Ge	2.4 x 10¹³	0.66
GaAs	1.79 x 10⁶	1.424

Grande variazione perché dipendenza esponenziale da $\frac{1}{2} \varepsilon_g$!

Proprietà a 300K	Ge	Si	GaAs
Atomi/cm³	4.4x10 ²²	5.0x10 ²²	4.42x10 ²²
Peso atomico	72.60	28.09	144.63
Numero atomico	32	14	32
Struttura cristallina	zincoblenda	diamante	zincoblenda
Costante reticolare []	5.64613	5.43095	5.6533
Densità g/cm³	5.3267	2.328	5.32
Costante dielettrica relativa	16.0	11.9	13.1
Densità effettiva di stati in b. c. N_C [cm⁻³]	1.04x10 ¹⁹	2.8x10 ¹⁹	4.7x10 ¹⁷
Densità effettiva di stati in b. v. N_V [cm⁻³]	6.0x10 ¹⁸	1.04x10 ¹⁹	7.0x10 ¹⁸
Massa efficace elettroni [m/m₀] Longitudinale m* _l trasversa m* _t	1.64 0.082	0.98 0.19	0.067
Massa efficace lacune m/m₀ Leggere m* _{lh} Pesanti m* _{hh}	0.044 0.28	0.16 0.49	0.082 0.45
Affinità elettronica [V]	4.0	4.05	4.07
Energia proibita E_g [eV]	0.66	1.12	1.424
concentrazione intrinseca di portatori [cm⁻³]	2.4x10 ¹³	1.45x10 ¹⁰	1.79x10 ⁶
Resistività intrinseca [Ωcm]	47	2.3x10 ⁵	10 ⁸
Vita media portatori minoritari [s]	10 ⁻³	2.5x10 ⁻³	~10 ⁻⁸
Mobilità [cm²/(Vs)] Elettroni lacune	3900 1900	1500 450	8500 400
Energia fonone ottico a q = 0 [eV]	0.037	0.063	0.035
Conducibilità termica [W/(cm² C)]	0.6	1.5	0.46

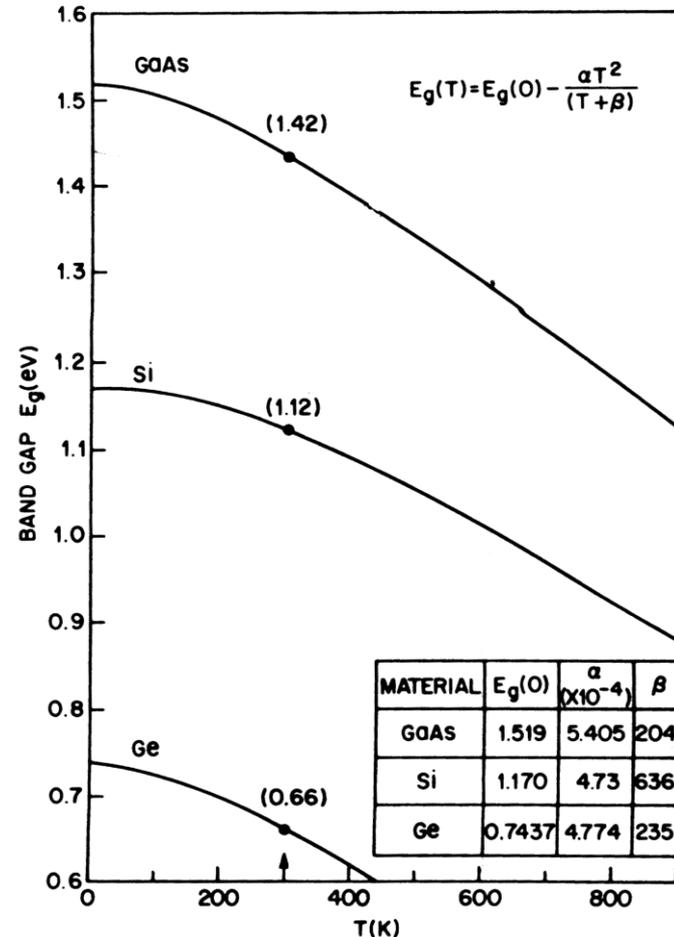
Dipendenza dalla temperatura di ε_g

In generale ε_g varia debolmente con la temperatura e la pressione.

Per Si, Ge, GaAs vale la legge:

$$\varepsilon_g(T) = \varepsilon_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}$$

Il gap diminuisce di circa 5-10meV andando da $T = 0$ a $T = 300\text{K}$. Per altri materiali, come il PbS, abbiamo invece un aumento di ε_g con la temperatura.

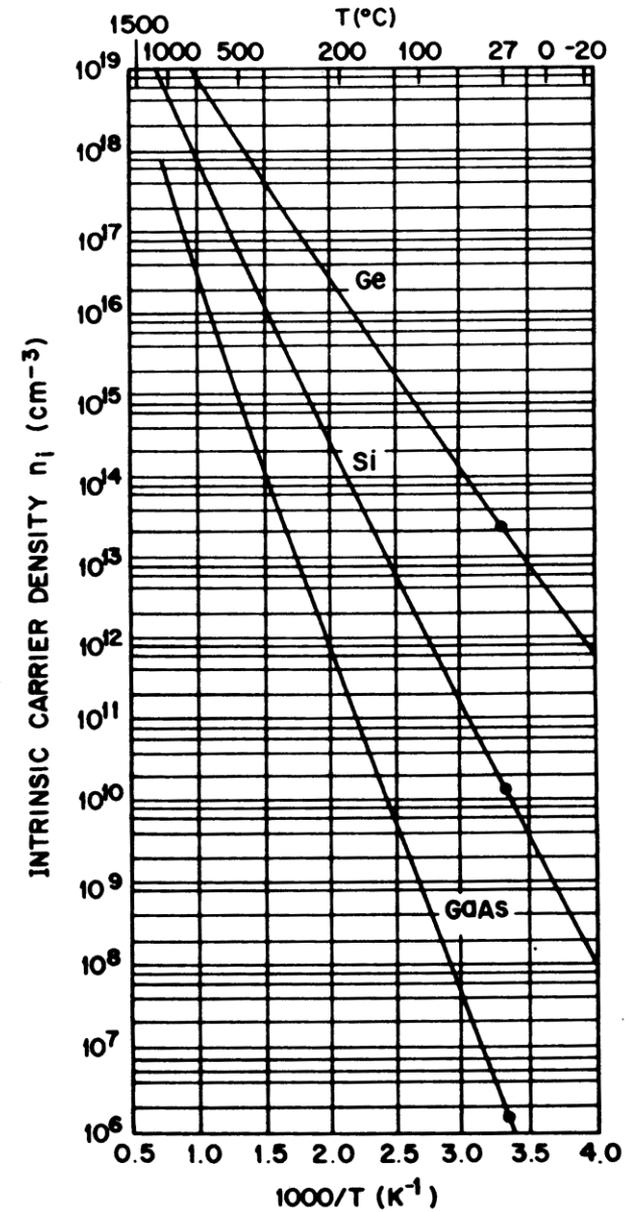


Dipendenza dalla temperatura di n_i

Poiché N_c ed N_v dipendono da $T^{3/2}$

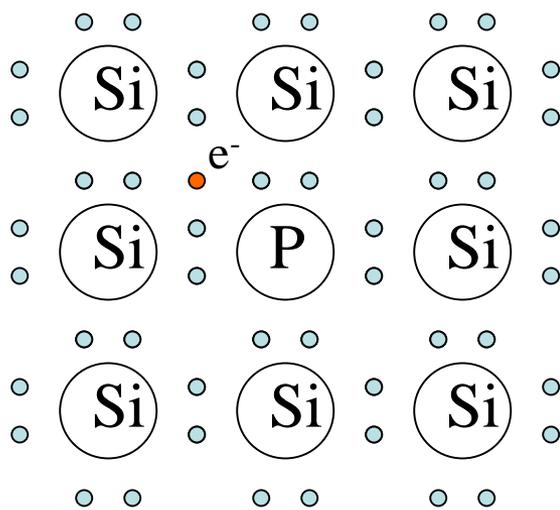
$$n_i \propto T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\epsilon_g}{2K_B T}}$$

Il grafico a lato sottolinea la forte dipendenza di n_i dalla temperatura.

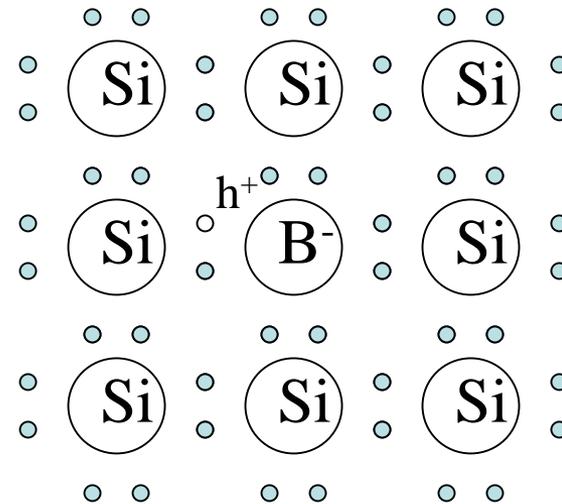


Impurezze estrinseche intenzionali

E' possibile introdurre intenzionalmente una impurezza nel semiconduttore per **diffusione**, **impiantazione** o **trasmutazione**. Tali atomi possono presentare un eccesso o un difetto di elettroni rispetto a quelli richiesti per riempire i quattro legami tetraedrici. Nel caso di eccesso si parla di **DONORI**, nel caso di difetto di **ACCETTORI**. In entrambi casi si parla di tale impurezza come **DROGANTE**.

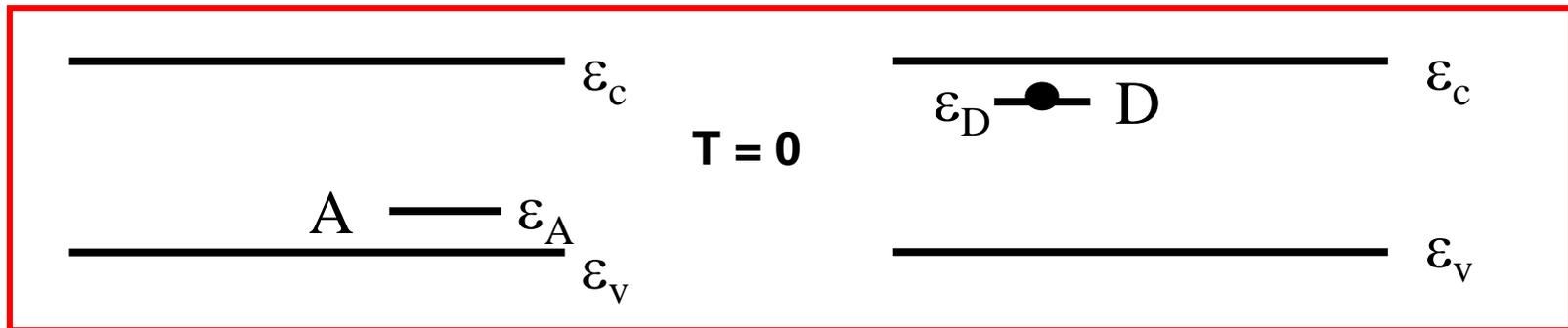


P in Si: DONORE

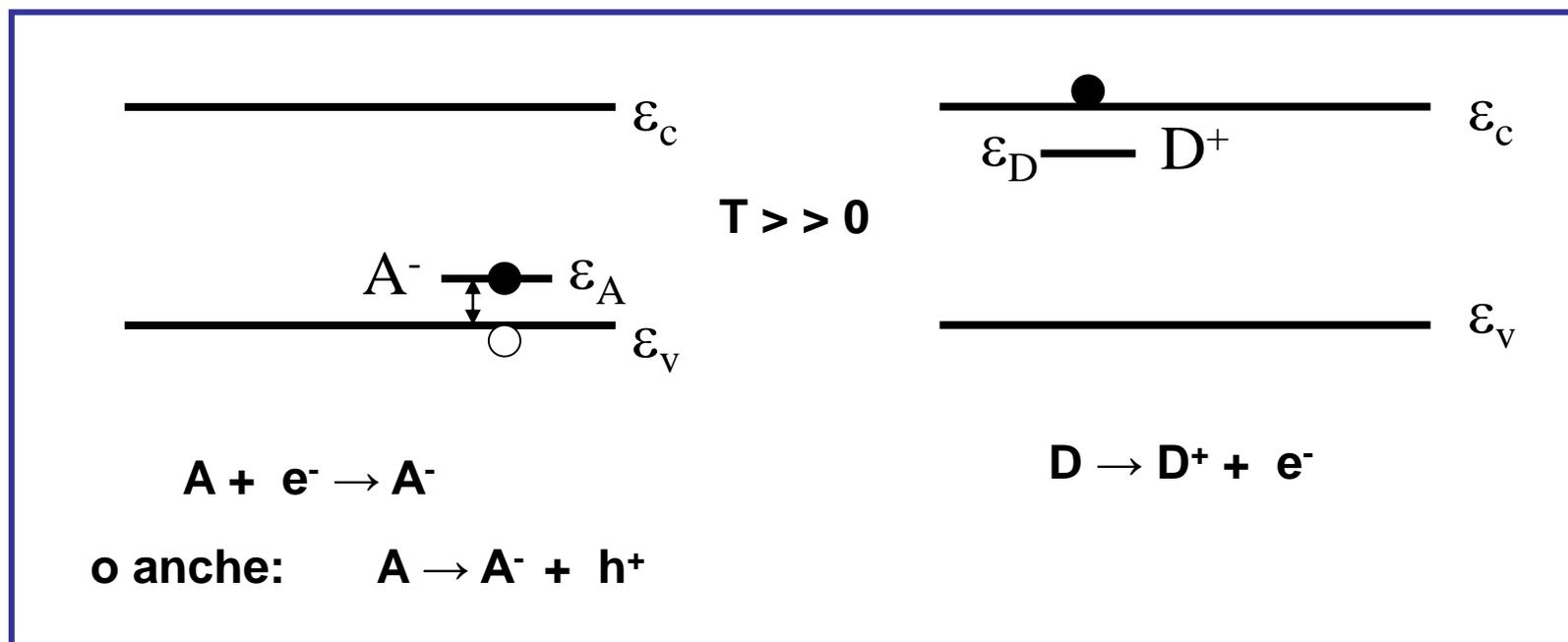


B in Si: ACCETTORE

In generale, i droganti introducono un livello energetico permesso vicino all'orlo della banda di conduzione (**donore D**) o della banda di valenza (**accettore A**). A $T = 0$ il livello donore è pieno di elettroni mentre quello accettore è vuoto, entrambe le impurezze sono neutre.



Aumentando la temperatura, una frazione crescente di elettroni localizzati negli atomi donore risultano eccitati in banda di conduzione, l'atomo donore viene quindi ionizzato positivamente. Analogamente, una frazione crescente di accettori catturano elettroni dalla banda di valenza (BV), lasciando in BV una lacuna e risultando carichi negativamente.



Impurezze shallow o superficiali

	$\varepsilon_C - \varepsilon_D$ [meV]	$\varepsilon_A - \varepsilon_V$ [meV]
P	45	
As	54	
Sb	39	
B		45
Al		67
Ga		72
In		16

Droganti shallow in silicio

Sono le impurezze il cui livello energetico può essere calcolato utilizzando **il modello idrogenoide**.

Considero un atomo di P in posizione sostituzionale in Si. Il nucleo dell'atomo di P rispetto al Si ha una carica extra positiva $+e$, bilanciata da un elettrone di valenza in più. Possiamo trattare il potenziale di attrazione tra questo elettrone extra ed il protone extra nel nucleo di P come un atomo di idrogeno inserito nel reticolo cristallino del silicio. Esso è molto più debole del potenziale attrattivo in un atomo di idrogeno a causa dell'effetto di schermo degli elettroni di valenza degli atomi di silicio vicino all'atomo P. Ne risulta un elettrone debolmente legato che può essere facilmente ionizzato.

Energie degli stati permessi nell'atomo di idrogeno: $E_n = -\frac{e^4 m_e}{2(\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}$

Raggio degli stati permessi nell'atomo di idrogeno: $a_n = a_0 n^2 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} n^2$

Con: $a_0 =$ raggio di Bohr $= 5.29 \cdot 10^{-11}$ m

$n =$ numero quantico principale; $\epsilon_0 =$ costante dielettrica del vuoto.

Per $n = 1$ ho energia dello stato fondamentale $= -13.6$ eV

Passando al caso del donore nel modello idrogenoide devo considerare che:

$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon_r$ $m_e \rightarrow m^*$ efficace $E \rightarrow E - E_c = E_D$

Energie degli stati permessi del donore :

$$E_{Dn} = -\frac{e^4 m^*}{2(\varepsilon_0 \varepsilon_r)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

Raggio degli stati permessi nel donore:

$$a_n^* = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r \hbar^2}{m^* e^2} n^2$$

La correzione di massa efficace è complicata in Si e Ge dall'anisotropia delle bande:

$$m^* = 3 \left[\frac{2}{m_t} + \frac{1}{m_l} \right]^{-1}$$

La correzione della costante dielettrica è significativa. Abbiamo (per basse frequenze):

Si: $\varepsilon_r = 11.7$

Ge: $\varepsilon_r = 15.8$

Risulta che:

E_D viene ridotta rispetto all'idrogeno del fattore: $\frac{m^*}{m_e \epsilon_r^2}$

a_D viene aumentata rispetto all'idrogeno del fattore: $\frac{\epsilon_r m_e}{m^*}$

Da $E_0 = -13.6$ eV energia dello stato fondamentale dell'idrogeno passiamo a:

$$E_{DSi} \sim 0.030 \text{ eV} \quad ; \quad E_{DGe} \sim 0.010 \text{ eV}$$

Da $a_0 = 0.529$ Å raggio di Bohr passiamo a:

$$a_{Si} \sim 30 \text{ Å} \quad ; \quad a_{Ge} \sim 80 \text{ Å}$$

Da cui si ha conferma che **le orbite associate a impurezze superficiali sono molto delocalizzate**. La trattazione dell'impurezza accettore nel modello idrogenoide risulta analoga al caso donore.

La condizione di neutralità del semiconduttore si scrive:

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$

Con: $n = N_C \cdot e^{-\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_F}{K_B T}}$ $p = N_V \cdot e^{-\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_V}{K_B T}}$

concentrazioni rispettivamente di elettroni liberi in banda di conduzione e di lacune in banda di valenza.

$$N_C \cdot e^{-\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_F}{K_B T}} + \frac{N_A}{1 + g_A e^{\frac{\varepsilon_A - \varepsilon_F}{KT}}} = \frac{N_D}{1 + g_D e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_D}{KT}}} + N_V \cdot e^{-\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_F}{K_B T}}$$

Semiconduttore tipo n

Il drogante è donore, la presenza di accettori è trascurabile, p è portatore minoritario.

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$



$$n \sim N_D^+$$

Per semiconduttore non degenere posso usare l'espressione classica

$$n \approx N_D^+ \approx \frac{N_D}{g_D \cdot e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_D}{K_B T}}}$$

Inoltre noto che:

$$e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_D}{K_B T}} = e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{K_B T}} \frac{n}{N_C e^{\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_D}{K_B T}}} = \frac{n}{N_C} e^{\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_D}{K_B T}}$$

quindi:

$$n \approx \frac{N_D}{g_D \cdot \frac{n}{N_C} e^{\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_D}{K_B T}}}$$

Ottengo:

$$n \approx \sqrt{\frac{N_D N_C}{g_D}} e^{-\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_D}{2K_B T}}$$

L'espressione sopra vale quando la percentuale di atomi donori ionizzati non è ancora saturata al valore totale $N_{D+} = N_D$ cioè per le basse temperature ($K_B T \ll \varepsilon_C - \varepsilon_D$) (*). Siamo nel **REGIME DI CONGELAMENTO DEI PORTATORI.**

La frazione di donori ionizzati aumenta all'aumentare della T fino a quando tutti i donori sono ionizzati. In questa regione di temperatura intermedia si ha:

$$n = N_D$$

REGIME ESTRINSECO o di SATURAZIONE

n indipendente da T

(*) n.b. nel caso di compensazione, cioè in presenza di una concentrazione non trascurabile di atomi accettori, a basse T in realtà si ha:

$$n \propto e^{-\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_D}{K_B T}}$$

All'ulteriore aumentare della temperatura la produzione di coppie elettrone lacuna per salto da banda di valenza a banda di conduzione diviene sempre piu' importante, finchè, nell'equazione di neutralità

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$

i contributi degli atomi impurezze accettori e donori diventano trascurabili. In tal caso $n \sim p$ e siamo quindi nel **REGIME INTRINSECO**

$$n \approx n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-\frac{\epsilon_g}{2K_B T}}$$

Posizione del livello di Fermi nei semiconduttori drogati

Via via che avviene lo scongelamento dei portatori il livello di Fermi tende a posizionarsi verso il livello drogante dominante. Infatti la funzione di occupazione del livello $f(\varepsilon_D)$ è pari a $\frac{1}{2}$ per $\varepsilon_F \sim \varepsilon_D$ (per tipo p: $\varepsilon_F \sim \varepsilon_A$).

Nel regime estrinseco in

semiconduttore tipo n, da $n = N_D$ otteniamo:

$$N_C e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{K_B T}} = N_D \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_C - \varepsilon_F = K_B T \ln \left[\frac{N_C}{N_D} \right]$$

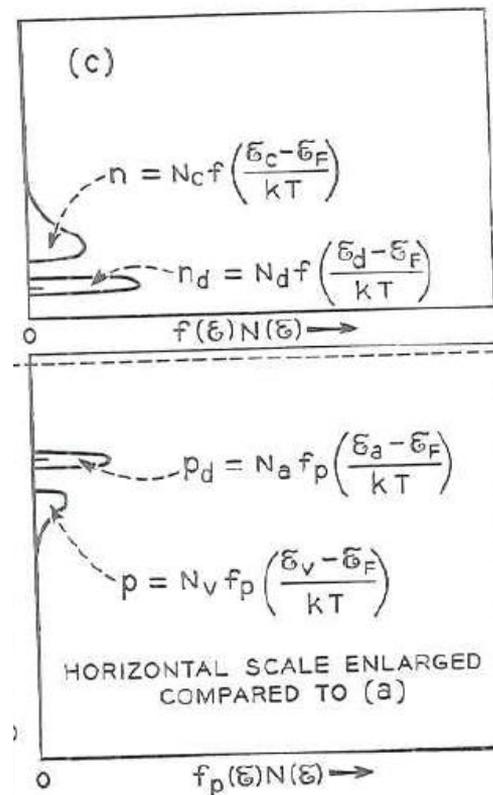
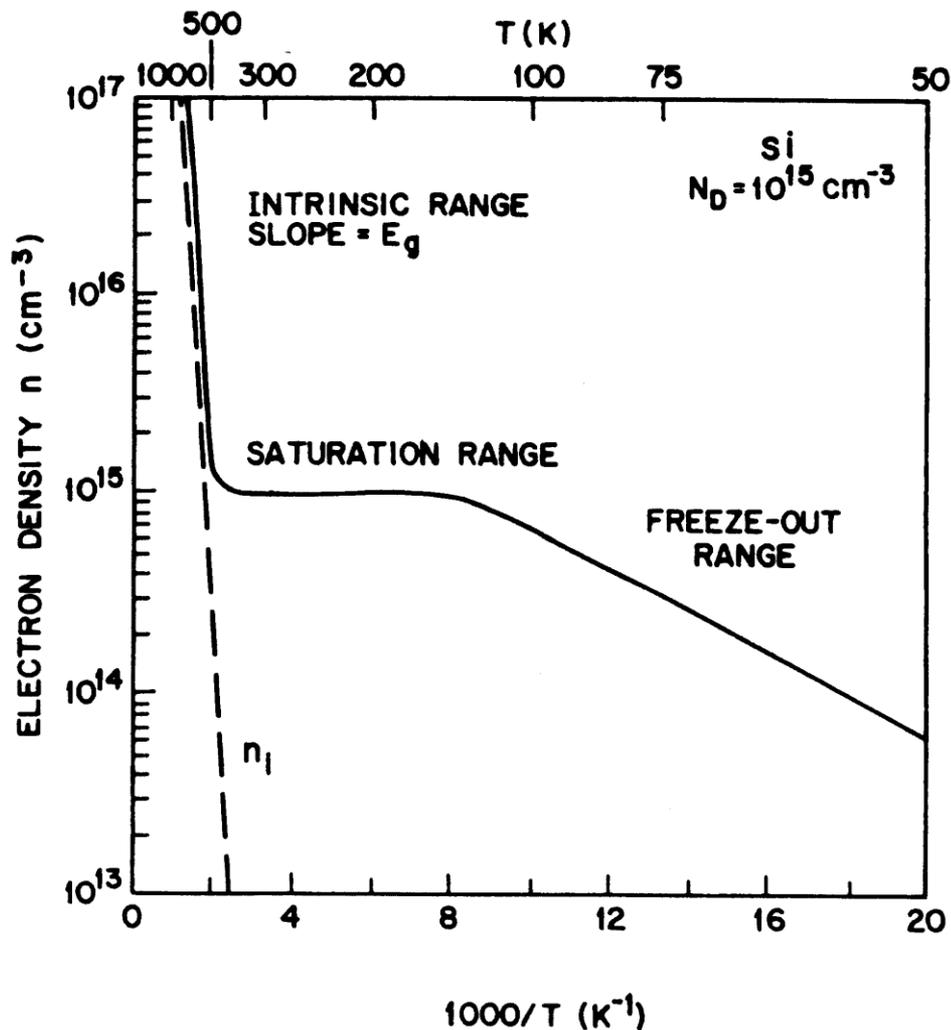
Analogamente per il semiconduttore

estrinseco di tipo p:

$$N_V e^{\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_F}{K_B T}} = N_A \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_F - \varepsilon_V = K_B T \ln \left[\frac{N_V}{N_A} \right]$$

In regime intrinseco invece abbiamo: $\varepsilon_F \sim \frac{1}{2} \varepsilon_g$.

Andamento della concentrazione di portatori liberi in semiconduttore di tipo n

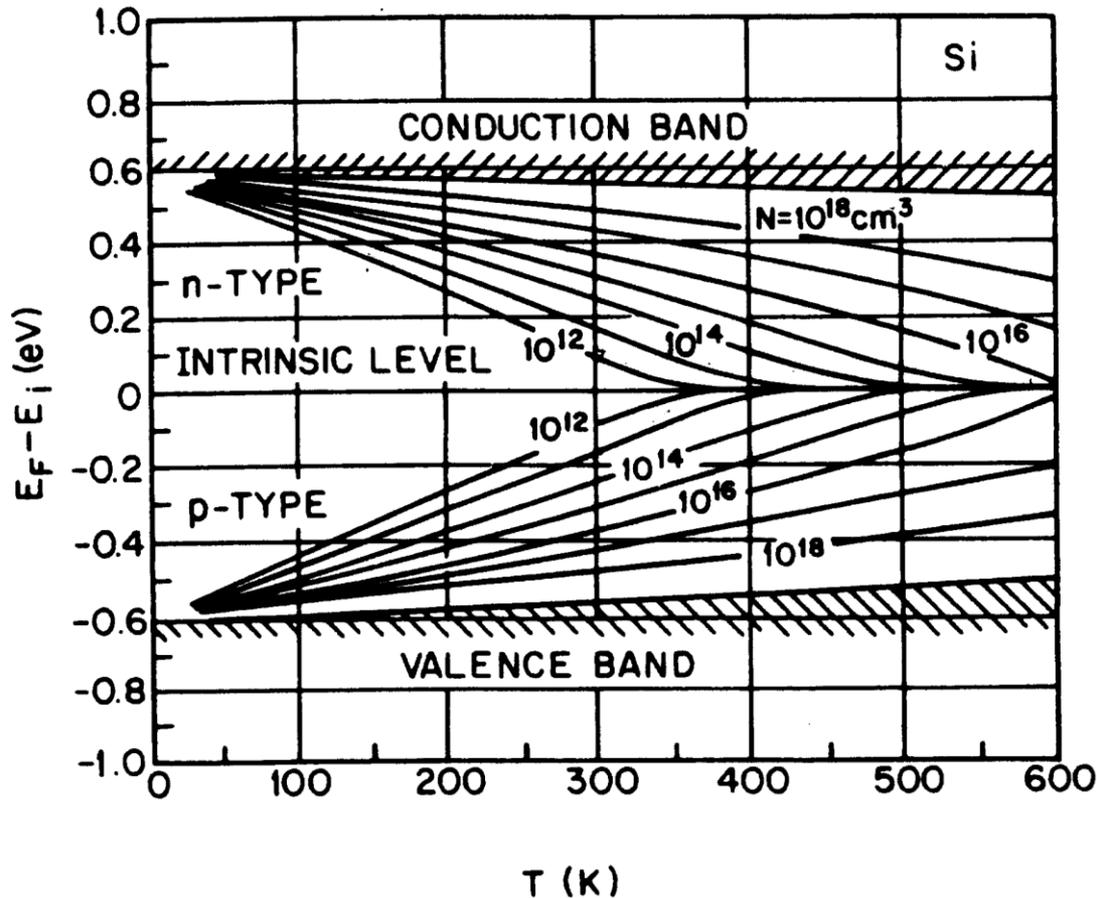


densità effettiva di elettroni e lacune nelle bande e nei livelli del drogante

Da: *Electrons and holes in semiconductors*
 W: Schokley, Van Nostrand Co, Toronto, 1963

Da: S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, Wiley & Sons, Singapore, 1981

La posizione di ϵ_F nel gap proibito dipende quindi sia dalla concentrazione del drogante dominante che dalla temperatura.



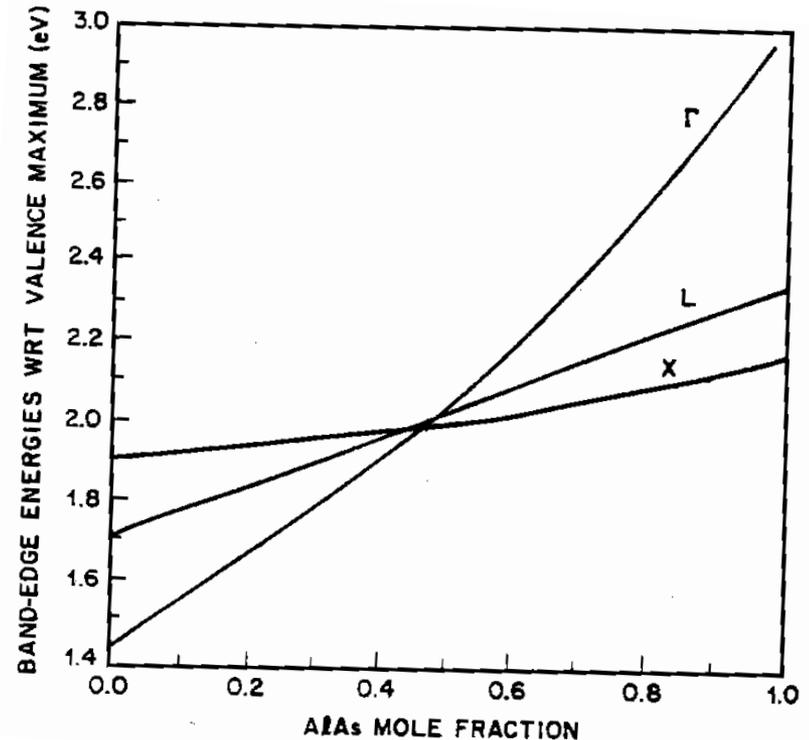
Da: S. M. Sze, Physics of Semiconductor Devices, Wiley & Sons, Singapore, 1981

1. Si vuole produrre un semiconduttore ternario in modo che la sua soglia di assorbimento corrisponda ad una lunghezza d'onda di $1\mu\text{m}$. Che valore della frazione molare x è necessario scegliere nel caso di $\text{Al}_x\text{In}_{1-x}\text{As}$? E nel caso di al posto di arsenico si usi l'antimonio?

$$E_{g_{\text{AlInAs}}}(\text{eV}) = 0.360 + 2.012x + 0.698x^2$$

$$E_{g_{\text{AlInSb}}}(\text{eV}) = 0.172 + 1.621x + 0.430x^2$$

2. Si vuole produrre un semiconduttore ternario del tipo $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ in modo che il gap sia diretto e la massa efficace per elettroni abbia valore : $m^* = 0.1m_e$, che frazione molare x bisogna utilizzare? $m_{\Gamma}^* = 0.067 + 0.083x$



3. Mediante i dati riportati in tabella valutare la concentrazione intrinseca di portatori in silicio a $T = 450K$.

..utilizzare anche :

$$\varepsilon_g(T) = \varepsilon_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}$$

MATERIAL	$E_g(0)$	α ($\times 10^{-4}$)	β
GDAS	1.519	5.405	204
Si	1.170	4.73	636
Ge	0.7437	4.774	235

Proprietà a 300K	Si
Atomi/cm ³	5.0x10 ²²
Peso atomico	28.09
Numero atomico	14
Struttura cristallina	diamante
Costante reticolare []	5.43095
Densità g/cm ³	2.328
Costante dielettrica relativa	11.9
Densità effettiva di stati in b. c. N_C [cm ⁻³]	2.8x10 ¹⁹
Densità effettiva di stati in b. v. N_V [cm ⁻³]	1.04x10 ¹⁹
Massa efficace elettroni [m/m ₀]	
Longitudinale m^*_l	0.98
trasversa m^*_t	0.19
Massa efficace lacune m/m ₀	
Leggere m^*_{lh}	0.16
Pesanti m^*_{hh}	0.49
Affinità elettronica [V]	4.05
Energia proibita E_g [eV]	1.12
concentrazione intrinseca di portatori [cm ⁻³]	1.45x10 ¹⁰

4. Utilizzando i dati della tabella valutare la distanza tra metà gap e livello di Fermi in GaAs a 300K

Proprietà a 300K	GaAs
Atomi/cm ³	4.42x10 ²²
Peso atomico	144.63
Numero atomico	32
Struttura cristallina	zincoblenda
Costante reticolare []	5.6533
Densità g/cm ³	5.32
Costante dielettrica relativa	13.1
Densità effettiva di stati in b. c. N _C [cm ⁻³]	4.7x10 ¹⁷
Densità effettiva di stati in b. v. N _V [cm ⁻³]	7.0x10 ¹⁸
Massa efficace elettroni [m/m ₀] Longitudinale m* _l trasversa m* _t	0.067
Massa efficace lacune m/m ₀ Leggere m* _{lh} Pesanti m* _{hh}	0.082 0.45
Energia proibita E _g [eV]	1.424
concentrazione intrinseca di portatori [cm ⁻³]	1.79x10 ⁶

5. ... Un campione di GaAs è drogato n in modo che la concentrazione di portatori sia pari a 10^{15}cm^{-3} a 300K. Quanto dista il livello di Fermi dagli orli delle bande di conduzione e valenza ?

Calcolare quindi la concentrazione di portatori minoritari.

6. Valutare la posizione del livello di Fermi nel gap del Si se nel materiale sono presenti $N_D = 10^{15} \text{cm}^{-3}$ donori e $N_A = 10^{14} \text{cm}^{-3}$ accettori entrambi completamente ionizzati a $T = 50^\circ\text{C}$, ponendo per semplicità $g_a = g_d = 1$. Calcolare quindi la concentrazione di elettroni e lacune libere all'equilibrio termico.

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$