

APPROFONDIMENTO

LEZIONE 9

MARA BRUZZI

STATISTICA DEI DROGANTI

Consideriamo un semiconduttore del IV gruppo il cui gap contenga livelli donori D di un atomo del quinto gruppo, in concentrazione N_D , di cui N_{D^x} occupati da un elettrone e quindi neutri. Il numero di distribuzioni distinguibili degli N_{D^x} elettroni nei livelli N_D disponibili segue la statistica di Fermi Dirac. Utilizzando la scrittura che abbiamo ricavato per la distribuzione F-D e considerando n_j come N_{D^x} e g_j come N_D a prima vista:

$$W_J = \frac{g_j!}{n_j!(g_j - n_j)!} \longrightarrow W = \frac{N_D!}{N_{D^x}!(N_D - N_{D^x})!}$$

In realtà:

$$W_D = g_D^{N_{D^x}} \frac{N_D!}{N_{D^x}!(N_D - N_{D^x})!}$$

con $g_D = 2$ perché ogni elettrone catturato in N_{D^x} può avere spin up o down e questo per N_{D^x} elettroni catturati aumenta le distribuzioni distinguibili della quantità $g_D^{N_{D^x}}$. Chiamo $n_D =$ concentrazione elettroni contenuti nei livelli N_{D^x} allora $n_D = N_{D^x}$.

Con il metodo già visto (lez. 3) $\ln(W_D) = n_D \ln(g_D) + \ln(N_D!) - \ln(n_D!) - \ln(N_D - n_D)!$

Utilizzando la relazione di Stirling : $\ln(x!) \approx x \ln(x) - x$ e imponendo: $\frac{d \ln(W_D)}{dn_D} = 0$

Inserendo i moltiplicatori di Lagrange ottengo ($\beta = 1/KT$ e $\alpha = -\epsilon_F/KT$)

$$-\ln g_D + \alpha + \beta \epsilon_D + \ln(n_D) - \ln(N_D - n_D) = 0$$

e quindi:

$$n_D = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{g_D} \cdot e^{\frac{\epsilon_D - \epsilon_F}{K_B T}}}$$

Che è la concentrazione di elettroni all'interno del donore. La concentrazione di donori ionizzati, N_D^+ è perciò data da:

$$N_D^+ = N_D - n_D = \frac{N_D}{1 + g_D e^{\frac{\epsilon_F - \epsilon_D}{K_B T}}}$$

Notiamo che il livello donore occupato con un solo elettrone è il prodotto finale della reazione $D^+ + e \rightarrow D^\times$ ed è tale da contenere un solo elettrone spaiato (il quinto di valenza).

Nel caso di un accettore, è prima che la reazione di cattura $A^x + e \rightarrow A^-$ avvenga che il livello è neutro e contiene un solo elettrone spaiato (uno dei tre di valenza). La degenerazione del livello nel caso accettore è pari a 4 perché il livello accettore può accettare un elettrone sia con spin up che con spin down (2) inoltre abbiamo due bande degeneri nella posizione $k = 0$ per la banda di valenza (caso di Si, Ge, GaAs). Imponendo : $\frac{d \ln(W_A)}{dn_A} = 0$ con: $n_A = N_A^-$

otteniamo:

$$n_A = N_A^- = \frac{N_A}{1 + g_A \cdot e^{\frac{\epsilon_A - \epsilon_F}{K_B T}}}$$