



Fisica dello Stato Solido

Lezione n. 10

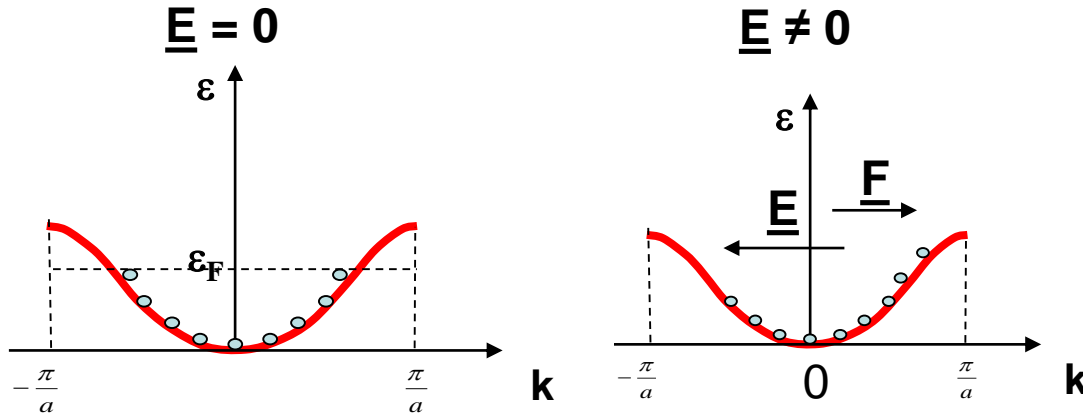
Proprietà di trasporto nei metalli e semiconduttori

Corso di Laurea Magistrale

Ingegneria Elettronica

a.a.17-18

Trasporto elettrico nel modello a Bande

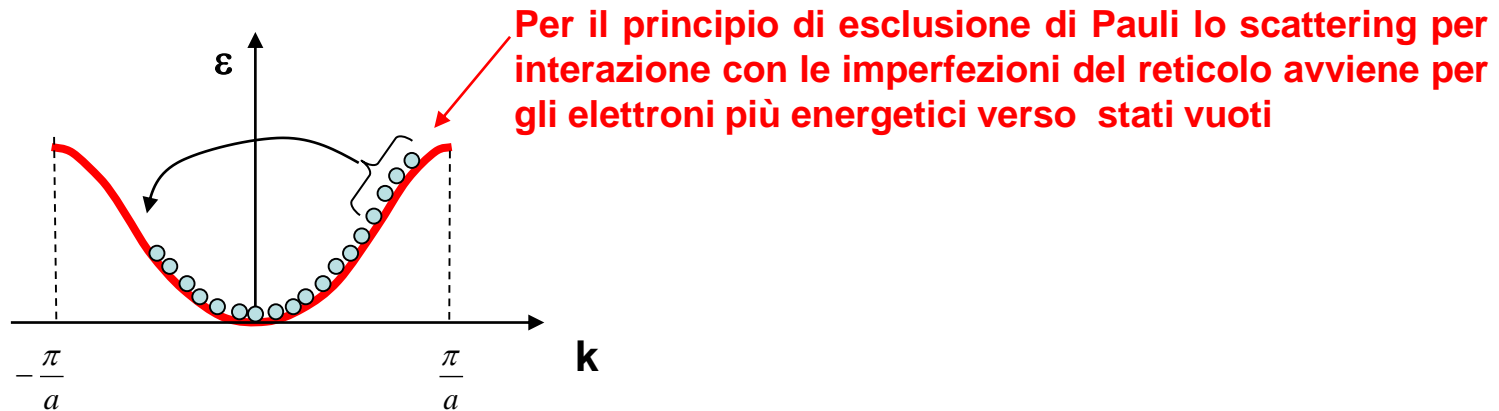


Si ha forza : $\underline{F} = -e\underline{E} = \hbar \frac{d\underline{k}}{dt}$

In presenza di \underline{E} gli elettroni aumentano \underline{k} in direzione di \underline{E} , (eventualmente subendo il fenomeno dell'Umklapp a bordo zona). Ne risulta una distribuzione asimmetrica degli elettroni nella banda. C'è corrente elettrica poiché si hanno più elettroni che si muovono in una direzione che in quella opposta.

Problema: Questa interpretazione non riesce a descrivere il caso stazionario, e quindi i casi della legge di Ohm e dell'esperimento per la misura del coefficiente di Hall. Poiché l'interazione tra elettroni e reticolo cristallino è già inglobata nel modello, che ci ha portato a utilizzare le funzioni d'onda di Bloch per gli elettroni nel cristallo e a definire le bande di energia $\varepsilon_n(\underline{k})$, non possiamo considerare le collisioni tra elettroni e ioni del reticolo cristallino come fattore dissipativo che produce la stazionarietà.

Effetto dei fenomeni di scattering sulla corrente elettrica



L'effetto delle interazioni con le imperfezioni del reticolo è quello di produrre delle transizioni $\underline{k} \rightarrow \underline{k}'$ nelle quali avviene trasferimento di momento ed energia. Il risultato è che gli elettroni più energetici invertono il loro moto bilanciando così l'effetto accelerante del campo elettrico. L'effetto di bilanciamento produce corrente elettrica stazionaria.

Tempi di rilassamento per il momento

Riconsideriamo ora l'equazione del moto dell'elettrone di conduzione:

$$\underline{F} - \underline{f} = \frac{d\underline{p}}{dt}$$

\underline{F} = forza esterna applicata = $-e(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B})$

\underline{f} = forza di attrito dovuta ai processi di scattering

\underline{p} = momento cristallino

che diviene:
$$\underline{F} = \frac{d\underline{p}}{dt} + \frac{\underline{p}}{\langle \tau_m \rangle}$$

Il significato di $\langle \tau_m \rangle$ deriva dal fatto che, annullando la forza \underline{F} all'istante $t = 0$, $\langle \tau_m \rangle$ risulta la costante di tempo della funzione esponenziale di *rilassamento* del momento elettronico :

$$p(t) = p_0 e^{-\frac{t}{\langle \tau_m \rangle}}$$

In generale τ_m è dello stesso ordine del tempo di collisione τ_c , tempo medio tra due collisioni successive.

Processi di scattering

Ogni irregolarità nella periodicità del cristallo perturba il moto altrimenti libero degli elettroni di Bloch. Le irregolarità sono essenzialmente di due tipi:

- 1. Imperfezioni del solido** (disordine reticolare come vacanze, interstiziali, dislocazioni o impurezze intenzionali o intrinseche) . Questo effetto è debolmente dipendente dalla temperatura.
- 2. Moto oscillatorio degli ioni** intorno alle posizioni di equilibrio del reticolo cristallino per agitazione termica. Questo effetto è ovviamente dipendente dalla temperatura.

La legge di Ohm viene quindi reinterpretata considerando le collisioni tra gli elettroni di conduzione e tali irregolarità del reticolo.

Metalli - Valutazione di τ_c

Sia P_c = probabilità che avvenga una collisione allora:

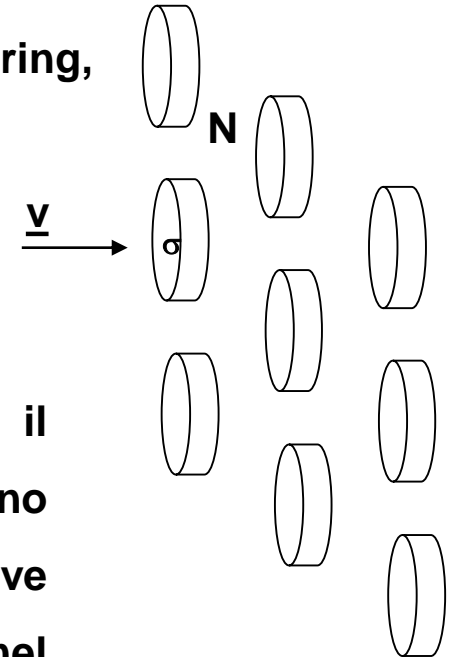
$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{1}{\tau_c}$$

Tale probabilità dipende da N , concentrazione di centri di scattering, σ , sezione d'urto di scattering e \underline{v} velocità del portatore carico:

$$\frac{1}{\tau_c} = N \underline{v} \sigma$$

Tale espressione si spiega considerando l'area totale, con cui il portatore può effettuare la collisione: se i centri di scattering sono N dischi di area σ , essa è $N\sigma$. Il portatore che si muove perpendicolarmente ai dischi coprendo la distanza $dx = vdt$ nel tempo dt ha probabilità di colpire uno dei dischi pari a:

$$dP_c = N \sigma v dt = dt/\tau_c.$$



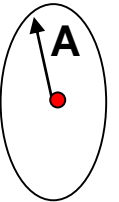
Metalli: Dipendenza dalla Temperatura di τ_c

$$\frac{1}{\tau_c} = N \mathbf{v} \sigma = \Sigma_s \mathbf{v}$$

Nei metalli $v = v_F$ (indipendente dalla temperatura).

Impurezze reticolari: anche il termine $\Sigma = N \sigma$ è indipendente dalla temperatura $\rightarrow \tau_c$ è indipendente da T .

Vibrazioni del reticolo: il sito reticolare oscilla di moto armonico di ampiezza A intorno al punto di equilibrio: e' come se coprisse un'area intorno a se' ove può avvenire possibile collisione con il portatore. Tale area è **proporzionale al quadrato dell'ampiezza A di oscillazione** e l'energia dell'oscillatore armonico U dipende da A^2 :



$$U = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} k A^2$$

se vale la legge di Dulong Petit ($T \gg \Theta_D$): $U = 3K_B T$, allora U è proporzionale a T e Σ è proporzionale a T .

Perciò per scattering da vibrazione reticolare τ_c è inversamente proporzionale alla temperatura:

$$\frac{1}{\tau_c} \propto T$$

Resistività elettrica nei metalli

Riconsideriamo ora l'espressione della conducibilità elettrica nel modello di Drude:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

La stessa espressione può essere mantenuta anche alla luce del modello quantistico se consideriamo le seguenti modifiche:

$m \rightarrow m^*$ massa efficace al livello di Fermi

$\tau \rightarrow \tau_c$ tempo di collisione

$v \rightarrow v_F$ velocità di Fermi

n densità efficace di elettroni al livello di Fermi

Otteniamo per la resistività del metallo:

Regola di Mathiessen

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m^* v_F}{ne^2} (\Sigma_i + \Sigma_t) = \rho_i + \rho_t$$

ρ_i = resistività residua del metallo: dovuta alle impurezze è essenzialmente indipendente da T e prevale a bassa T; ρ_t è resistività dovuta alle vibrazioni reticolari.

Dipendenza di ρ da T nei metalli

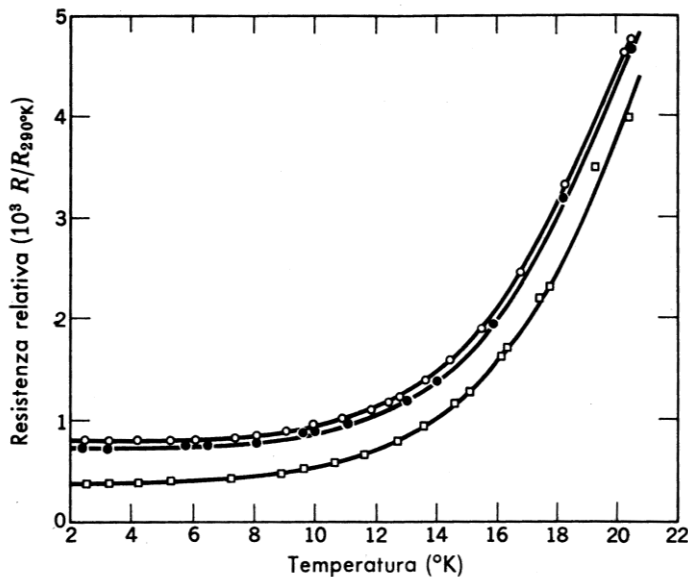


Figura 14 Resistenza del sodio sotto i 20°K, dalle misure su tre campioni di MacDona Mendelssohn, Proc. roy. Soc. (Londra) A202, 103 (1950).

La resistività residua, dipendendo dalle impurezze, può variare per una stessa sostanza da campione a campione.

La resistività dovuta all'agitazione termica dipende da T ad alte temperature ($T \gg \Theta_D$) e da T^5 a basse ($T \ll \Theta_D$) (**Relazione di Grüneisen**).

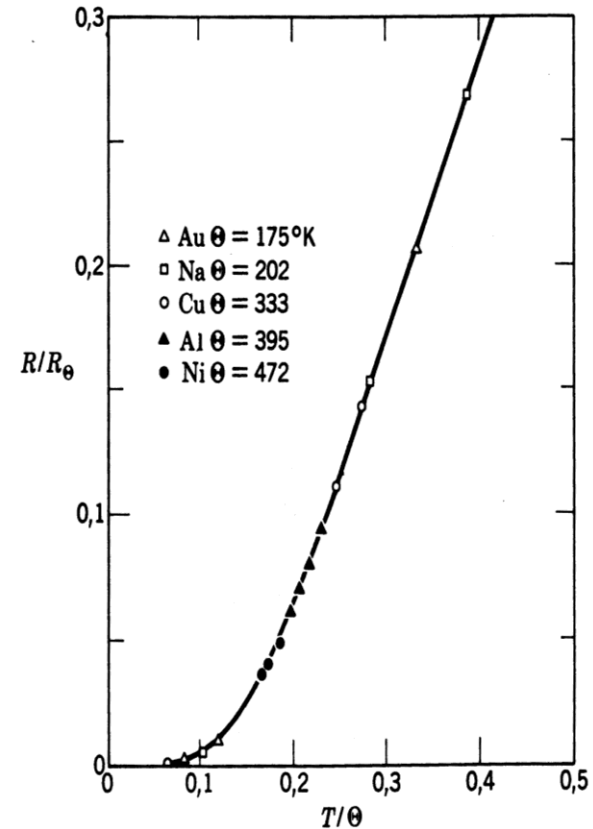


Figura 15 Incremento termico teorico (Grüneisen) della resistenza elettrica e valori sperimentali per vari metalli. (Da Bardeen).

In un intervallo limitato, intorno ad una decina di gradi a 20°C, la relazione $\rho(T)$ è praticamente lineare : $\rho = \rho_{20}(1 + \alpha(t - 20))$ con t temperatura in °C.

materiale	ρ_{20} [Ohm m]	α [°C ⁻¹]
Argento	1.59 10 ⁻⁸	4.1 10 ⁻³
Rame	1.67 10 ⁻⁸	6.8 10 ⁻³
Oro	2.35 10 ⁻⁸	4.0 10 ⁻³
Alluminio	2.65 10 ⁻⁸	4.3 10 ⁻³
Tungsteno	5.65 10 ⁻⁸	4.5 10 ⁻³
Zinco	5.92 10 ⁻⁸	4.2 10 ⁻³
Platino	10.6 10 ⁻⁸	3.9 10 ⁻³
Ferro	9.71 10 ⁻⁸	6.5 10 ⁻³
Piombo	20.7 10 ⁻⁸	3.4 10 ⁻³

Questo effetto è di solito impiegato per la costruzione di termometri a resistenza (e.g. al platino).

Semiconduttori - Resistività elettrica e mobilità dei portatori carichi

Nell'espressione della conducibilità elettrica nel modello di Drude: $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$

si considerano ora le seguenti modifiche:

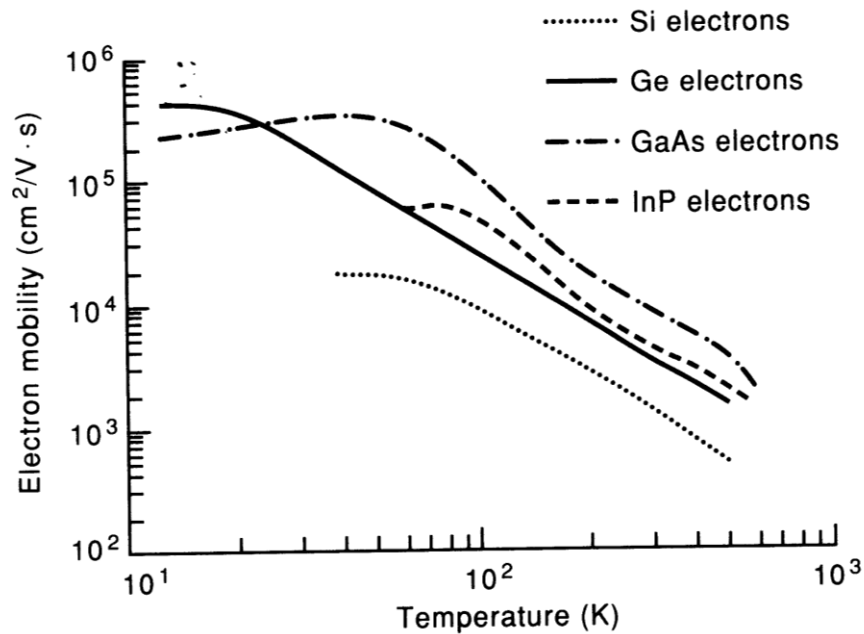
1. La conduzione può essere data sia da elettroni in BC che da lacune in BV
2. $m \rightarrow m^*$ massa efficace al minimo banda di conduzione (massimo banda di valenza)
3. $\tau \rightarrow \langle \tau_m \rangle$ è mediato sulla distribuzione di velocità degli e di conduzione (h di valenza)
4. $v \rightarrow v_{th}$ velocità dell'elettrone in banda di conduzione (lacuna in banda valenza)
5. n densità di elettroni in banda di conduzione (lacune in banda di valenza)

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p = \frac{ne^2 \langle \tau_m \rangle_n}{m_n^*} + \frac{pe^2 \langle \tau_m \rangle_p}{m_h^*} = ne\mu_n + pe\mu_p$$

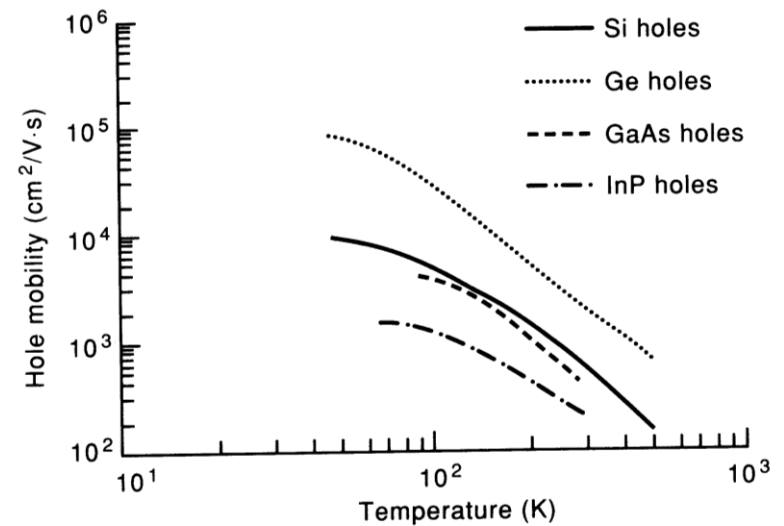
con: $\mu_{n,p}$ = mobilità di elettroni in banda di conduzione (lacune in banda di valenza)

$$\mu_{n,p} = \frac{e \langle \tau_m \rangle_{n,p}}{m_{n,p}^*}$$

Andamento con la temperatura delle mobilità di elettroni e lacune in alcuni semiconduttori



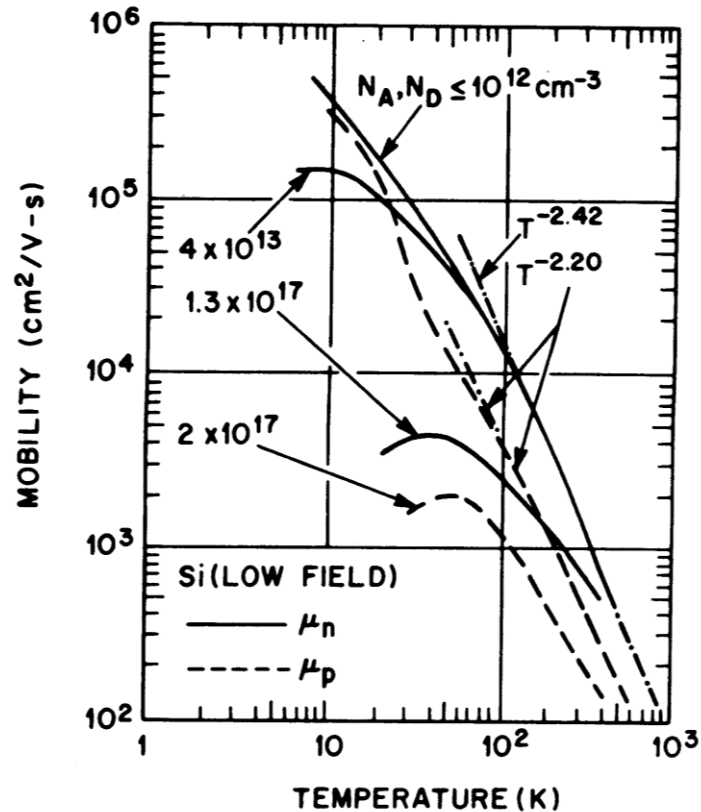
(a)



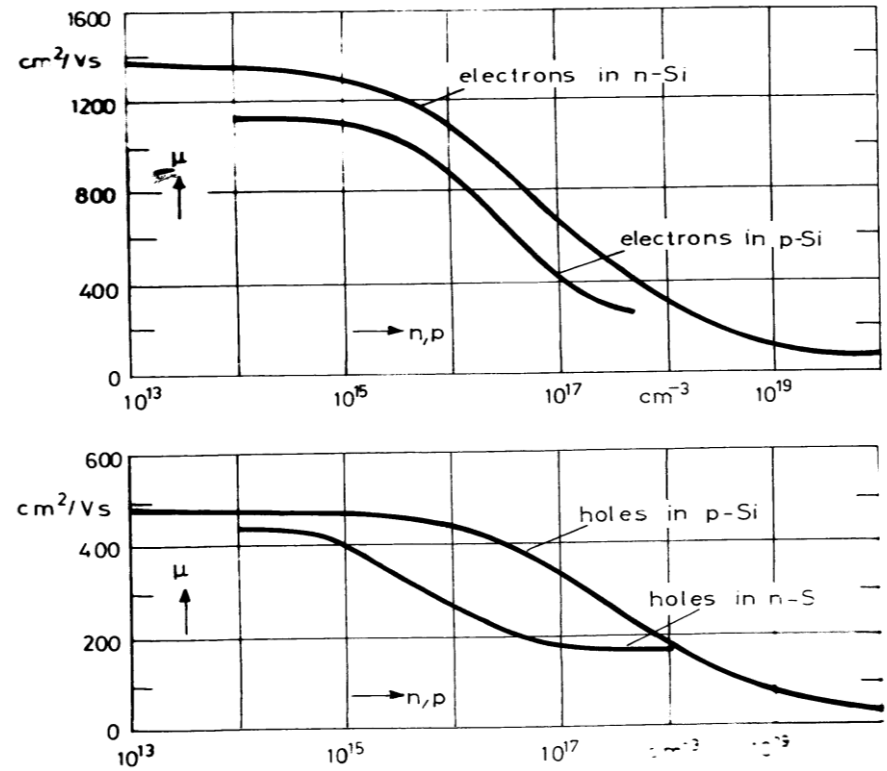
(b)

FIGURE 8.3 The mobility is shown in (a) for electrons in a variety of semiconductors. The hole mobilities are shown in (b).

Mobilità in Silicio al variare di T



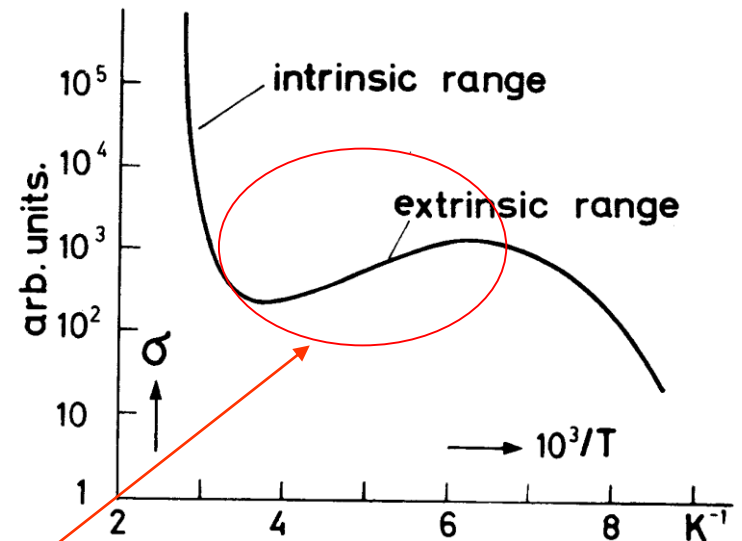
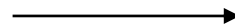
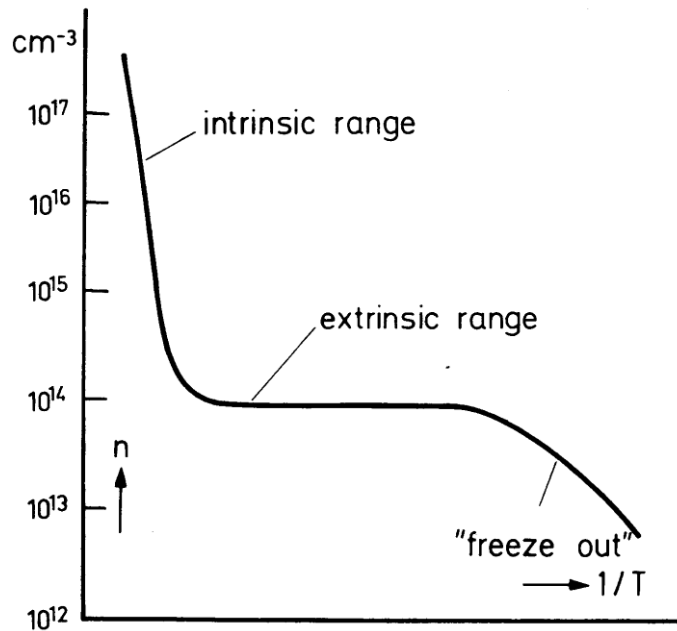
Mobilità in Silicio a T ambiente



Diminuzione della mobilità all'aumentare della concentrazione del drogante ($n = N_D^+$, $p = N_A^-$) dovuta a scattering da impurezze ionizzate. La differenza nelle mobilità per uno stesso tipo di portatore in diverso tipo di diverso tipo di Si (n o p) parzialmente dovuta a interazioni tra i portatori carichi.

Dipendenza della conducibilità elettrica dalla Temperatura in semiconduttore

$$\sigma = \frac{ne^2 \langle \tau_m \rangle}{m^*} = ne\mu$$



La dipendenza della mobilità da $\sim T^{-2}$ è particolarmente visibile nel regime estrinseco, dove n è costante.

Coefficiente di Hall nei semiconduttori

Nell'espressione del coefficiente di Hall nel modello di Drude: $R_H = -\frac{1}{ne}$
si considerano ora le seguenti modifiche.

1. n è densità efficace di elettroni in banda di conduzione (lacune in banda di valenza)
2. ci può essere contributo sia degli elettroni in BC che delle lacune in BV
3. I meccanismi di scattering devono essere tenuti in considerazione attraverso τ_m

Otteniamo:

$$R_H = \frac{r_h}{|e|} \frac{p - nb^2}{(p + nb)^2}$$

con: $b = \mu_n/\mu_p =$ rapporto tra mobilità di elettroni in BC e lacune in BV

$r_h =$ fattore di Hall

$$r_h = \frac{\langle \tau_m^2 \rangle}{\langle \tau_m \rangle^2}$$

fattore di Hall

Nell'approssimazione del tempo di rilassamento $\tau_m = \tau_0 \left(\frac{\varepsilon}{K_B T} \right)^r$

otteniamo i seguenti valori del fattore di Hall

Scattering	r	r _H
Impurezze ionizzate	+3/2	1.93
Impurezze neutre	0	1
Fononi acustici	-1/2	1.18
Fononi ottici bassa T	0	1
Fononi ottici alta T	+1/2	1.10
Piezoelettrico (fononi acustici in materiali polari)	+1/2	1.10

Coefficiente di Hall e regimi di conduzione

La misura dell'effetto Hall permette di distinguere tra conduzione per elettroni o per lacune. R_H cambia infatti segno se il semiconduttore è di tipo p o di tipo n:

$$\text{Tipo p (} p \gg n \text{) } R_H = \frac{r_h}{|e| p}; \quad \text{Tipo n (} n \gg p \text{) } R_H = -\frac{r_h}{|e| n}.$$

Notiamo che R_H non si annulla nel caso intrinseco ($p = n$) ma per $p = nb^2$. Per esempio in silicio $\mu_n = 1450$ $\mu_p = 450$ quindi R_H cambia segno per $p \sim 10 n$. Altri materiali possono presentare $b \sim 100$. Nel caso intrinseco $p = n = n_i$:

$$R_H = -\frac{r_h}{|e| n_i} \frac{(b-1)}{(b+1)}$$

Perciò per $b > 1$ (come avviene in generale) nel caso intrinseco domina la conduzione per elettroni.

Andamento di R_H per semiconduttore tipo p ($b > 1$) in funzione della temperatura.

Distinguiamo 4 regimi:

I regione intrinseca :

$$R_H \propto \exp^{E_g/(2KT)}$$

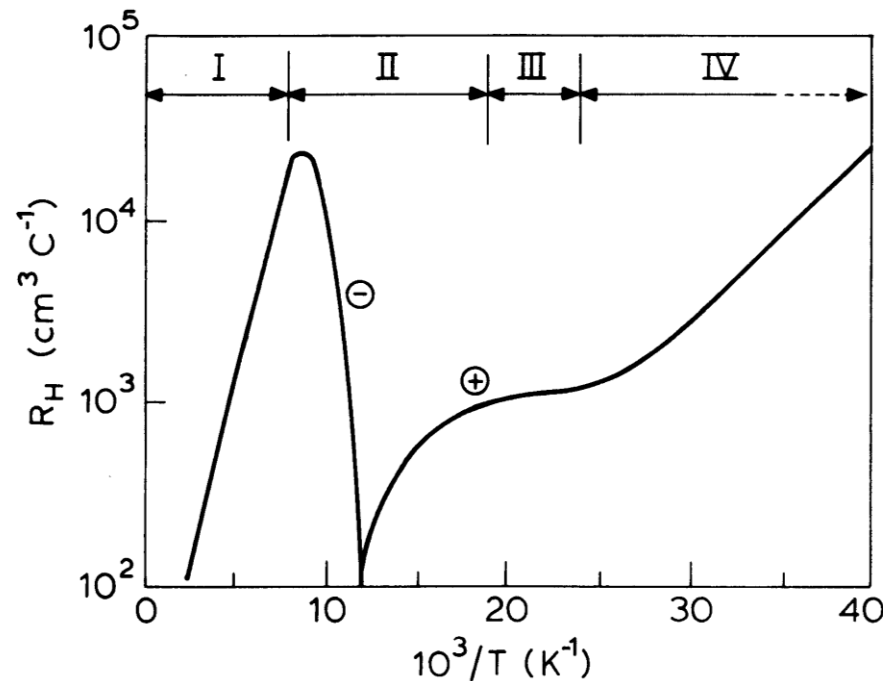
II regione di conduzione mista: R_H è ancora negativo ma diminuisce in modulo all'aumentare del rapporto p/n , R_H cambia segno per $p/n = b^2$

III regione di esaustione:

$$R_H = r_h/(pe)$$

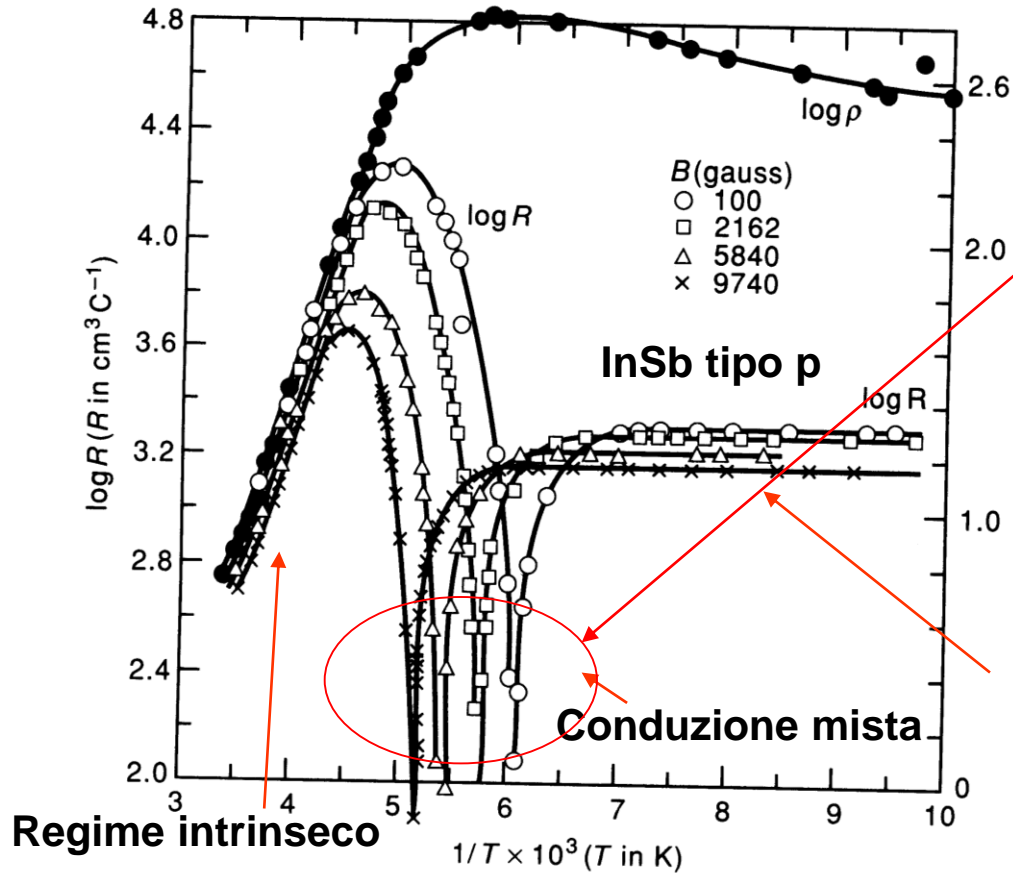
IV regione di congelamento dei portatori

$$R_H \propto \exp^{E_a/(KT)}$$



Resistività e R_H possono essere misurate simultaneamente per determinare la mobilità

Definiamo mobilità di Hall: $\mu_H = R_H \sigma = r_H \mu$.



Notiamo che la mobilità dipende dal campo magnetico applicato, perciò la temperatura ove $R_H = 0$ aumentando quando B aumenta.

Esaustione (regime estrinseco)

Processi di generazione – ricombinazione nei semiconduttori

All'equilibrio termico: $p = N_V e^{(E_v - E_f)/KT}$; $n = N_C e^{(E_f - E_c)/KT}$ vale la legge di azione di massa: $pn = n_i^2 = N_V N_C e^{-E_g/KT}$. Se non siamo all'equilibrio termico si ha: $pn \neq n_i^2$; si instaurano processi che tendono a riportare il sistema all'equilibrio. In questi processi prevale la ricombinazione e-h quando $pn > n_i^2$, la generazione termica quando $pn < n_i^2$.

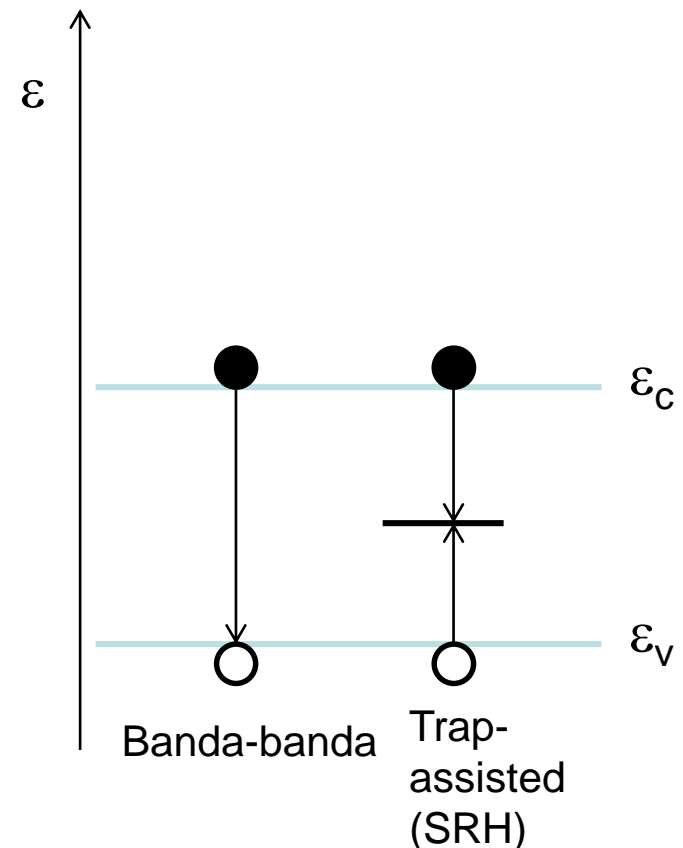
Processi di ricombinazione e-h

Processo per cui i due portatori carichi si annichilano a vicenda: l'elettrone va a occupare lo stato vuoto associato con la lacuna. Durante tale processo viene rilasciata un'energia pari alla differenza di energia tra stato iniziale e stato finale dell'elettrone.

- **Ricombinazione radiativa**: energia emessa in forma di fotone;
- **Ricombinazione non-radiativa**: energia rilasciata in forma di uno o più fononi;
- **Ricombinazione Auger**: energia rilasciata come energia cinetica di un altro elettrone/lacuna.

- **Ricombinazione banda-banda**: un elettrone in banda di conduzione si ricombina direttamente con una lacuna in banda di valenza. Ricombinazione prevalente, generalmente anche radiativa, nei semiconduttori a gap diretto.

- **Ricombinazione Shockley-Read-Hall (SRH)**: il processo è mediato da un livello intermedio nel gap dovuto ad un difetto reticolare. Esso cattura l'elettrone dalla banda di conduzione, successivamente l'elettrone nella trappola si ricombina con una lacuna in banda di valenza. **Processo di ricombinazione prevalente nei semiconduttori a gap indiretto.**



Ricombinazione Banda-Banda

Questo meccanismo di ricombinazione dipende dalla concentrazione di elettroni e lacune libere, perciò, il tasso di ricombinazione banda-banda deve essere proporzionale al prodotto pn :

$$R_e = R_{ec} pn.$$

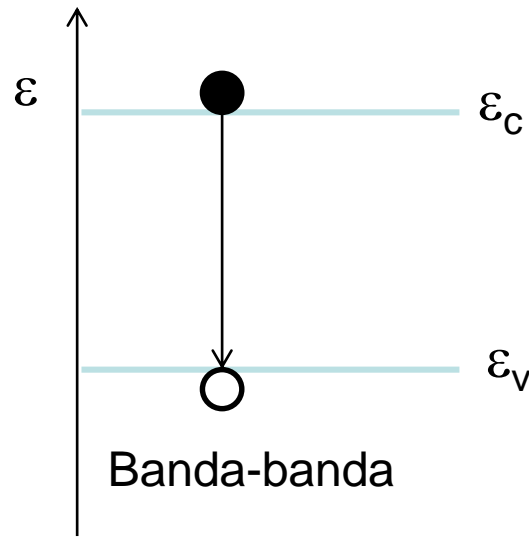
Con R_{ec} = coefficiente di ricombinazione All'equilibrio termico il tasso di ricombinazione deve essere uguale al tasso di generazione termica G_{th} poichè $np = n_i^2$ possiamo scrivere $G_{th} = R_{ec} n_i^2$. In condizioni di non equilibrio il tasso netto di ricombinazione U è proporzionale a $pn - n_i^2$:

$$U = R_{ec} (pn - n_i^2) \quad ,$$

In condizioni di bassa iniezione, quando l'eccesso di portatori $\Delta p = \Delta n$ è molto minore dei portatori maggioritari, in un semiconduttore tipo n abbiamo: $p_n = p_0 + \Delta p$ e $n_n \approx N_D$ quindi:

$$U \approx R_{ec} \Delta p N_D = \frac{\Delta p}{\tau_p}.$$

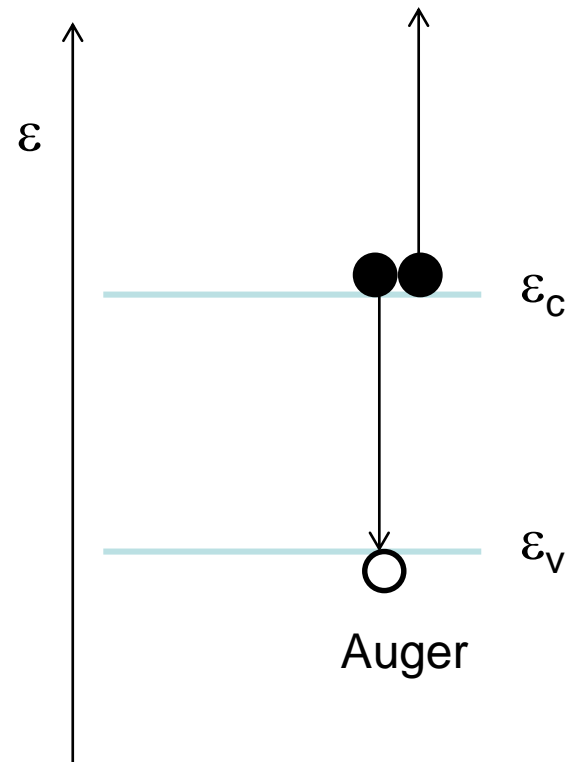
Con τ_p = vita media dei portatori minoritari: $\tau_p = \frac{1}{R_{ec} N_D}$.



Ricombinazione Auger

La ricombinazione Auger è un processo in cui un elettrone ed una lacuna ricombinano in una transizione banda-banda, ma l'energia risultante viene data ad un altro portatore, elettrone o lacuna.

Il coinvolgimento di una terza particella cambia il tasso di ricombinazione, per questo il processo viene trattato differentemente dalla ricombinazione banda-banda.



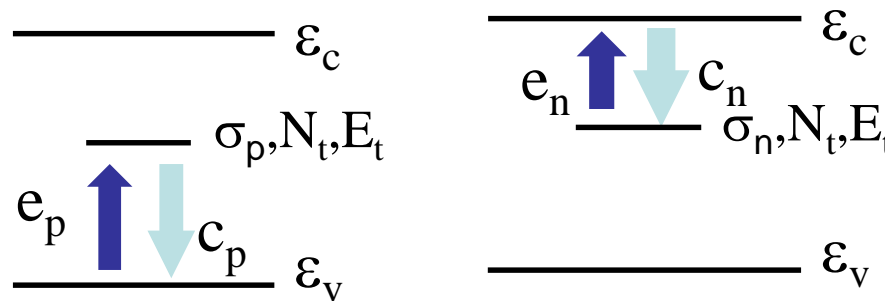
La ricombinazione Auger coinvolge tre particelle: un elettrone ed una lacuna che ricombinano in una transizione banda-banda ed un elettrone o lacuna che assorbe l'energia rilasciata. L'espressione del rate di ricombinazione è perciò simile a quello della ricombinazione banda-banda ma include anche le densità degli elettroni e delle lacune che ricevono l'energia rilasciata dalla annichilazione elettrone-lacuna.

$$U_{Auger} = \Gamma_n n(np - n_i^2) + \Gamma_p p(np - n_i^2)$$

Ricombinazione assistita da difetti

I difetti reticolari sono caratterizzati da livelli energetici posti all'interno del gap proibito. Essi scambiano elettroni e lacune con le bande di conduzione e valenza. Il tasso con cui avvengono questi processi è descritto mediante i **coefficienti di cattura** c_n, c_p ed **emissione** e_n, e_p rispettivamente per elettroni/lacune.

Parametri rilevanti di un difetto: livello energetico di energia E_t , sezione d'urto per la cattura di un elettrone/lacuna σ_n, σ_p (esprime la probabilità intrinseca che il difetto catturi un portatore), la concentrazione del difetto nel materiale, N_t .



Nel determinare i coefficienti bisogna tener conto che gli elettroni sono emessi (le lacune catturate) dai livelli energetici occupati con elettroni (n_t), mentre elettroni sono catturati (le lacune emesse) dai livelli vuoti ($N_t - n_t$).

Coefficienti di cattura

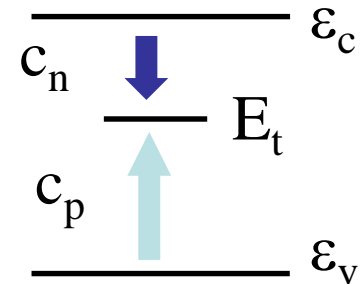
N_t = concentrazione totale di livelli energetici; n_t = concentrazione di livelli occupati,
 n = concentrazione di elettroni liberi; p = concentrazione di lacune libere;
 v_n = velocità termica media elettronica; v_p = velocità termica media della lacuna
 σ_n = sezione d'urto per la cattura di un elettrone; σ_p = sezione d'urto per la cattura di una lacuna;

Il difetto non occupato viene esposto ad un flusso di elettroni liberi per unità d'area dato da: nv_n , il numero di elettroni catturati dagli stati vuoti nell'intervallo Δt è:

$$\Delta n_t = \sigma_n v_n n (N_t - n_t) \Delta t.$$

Definiamo coefficiente di cattura c_n :

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} \frac{1}{N_t - n_t} = c_n = \sigma_n v_n n$$



Analogamente per le lacune:

$$c_p = \sigma_p v_p p$$

Equilibrio termico: bilancio tra cattura ed emissione

L'occupazione del livello n_t/N_t è determinato dalla competizione tra processi di cattura ed emissione.

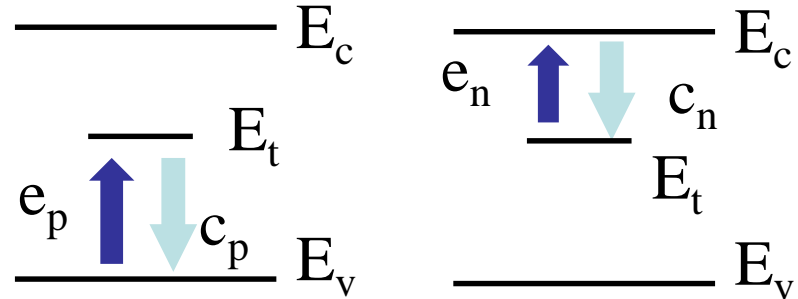
La relazione che descrive il tasso di occupazione del livello è:

$$\frac{dn_t}{dt} = (c_n + e_p)(N_t - n_t) - (e_n + c_p)n_t$$

All'equilibrio termico i processi di emissione e cattura devono bilanciarsi sia per gli elettroni che per le lacune:

$$e_n n_t = c_n (N_t - n_t)$$

$$e_p (N_t - n_t) = c_p n_t$$



quindi l'occupazione delle trappole è determinata dai rapporti:

$$\frac{n_t}{N_t} = \frac{c_n}{c_n + e_n} = \frac{e_p}{c_p + e_p}$$

Equilibrio termico: coefficienti di emissione

All'equilibrio termico l'occupazione del livello è determinata dalla distribuzione di Fermi-Dirac. Per uno stato profondo (per semplicità assumo non si abbia degenerazione):

$$\frac{n_t}{N_t} = \left[1 + \exp\left(\frac{E_t - \varepsilon_F}{KT}\right) \right]^{-1}$$

Da cui:

$$e_n = c_n \exp\left(\frac{E_t - \varepsilon_F}{KT}\right) \quad \text{Dato che valgono:} \quad n = N_c \exp\left(\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{KT}\right)$$
$$e_p = c_p \exp\left(\frac{\varepsilon_F - E_t}{KT}\right) \quad p = N_v \exp\left(\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_F}{KT}\right)$$

otteniamo:

$$e_n = \sigma_n v_n N_c \exp\left(-\frac{\varepsilon_C - E_t}{KT}\right)$$

$$e_p = \sigma_p v_p N_v \exp\left(-\frac{\varepsilon_t - E_V}{KT}\right)$$

Quindi i coefficienti di emissione dipendono dalla temperatura con andamento:

$$\longrightarrow e_n(T) \propto T^2 \cdot e^{-\frac{\varepsilon_C - \varepsilon_t}{K_B T}}$$

Cinetica dei centri di ricombinazione - Modello di Shockley Read Hall

Abbiamo visto che: $c_n = \sigma_n \langle v_n \rangle n$ dove:

$c_p = \sigma_p \langle v_p \rangle p$

Riscriviamo: $e_n = \sigma_n \langle v_n \rangle n_1$ utilizzando:

$e_p = \sigma_p \langle v_p \rangle p_1$

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_C}{KT}\right)$$
$$p = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_F}{KT}\right)$$
$$n_1 = N_c \exp\left(\frac{E_t - \epsilon_C}{KT}\right)$$
$$p_1 = N_v \exp\left(\frac{\epsilon_V - E_t}{KT}\right)$$


Definiamo R_n tasso netto di scambio di elettroni tra banda di conduzione e centro di ricombinazione come tasso netto differenza tra tassi di cattura ed emissione:

$$R_c = c_n \frac{N_t - n_t}{N_t}$$
$$R_e = e_n \frac{n_t}{N_t}$$
$$\Rightarrow R_n = R_c - R_e = \sigma_n v_n \left[n \frac{N_t - n_t}{N_t} - n_1 \frac{n_t}{N_t} \right]$$

Analogamente per lo scambio di lacune con la banda di valenza:

$$\Rightarrow R_p = \sigma_p v_p \left[p \frac{n_t}{N_t} - p_1 \frac{N_t - n_t}{N_t} \right]$$

Per la ricombinazione delle coppie elettrone-lacuna deve valere: $R_n = R_p$



$$\sigma_n v_n \left[n \frac{N_t - n_t}{N_t} - n_1 \frac{n_t}{N_t} \right] = \sigma_p v_p \left[p \frac{n_t}{N_t} - p_1 \frac{N_t - n_t}{N_t} \right]$$

Da cui possiamo ricavare la frazione di trappole occupate:

$$\frac{n_t}{N_t} = \frac{\sigma_n v_n n + \sigma_p v_p p_1}{\sigma_n v_n (n + n_1) + \sigma_p v_p (p + p_1)}$$

Utilizzando questa relazione, che dà la frazione di centri occupati da elettroni, possiamo ora calcolare il rate di ricombinazione $R = R_n (= R_p)$

$$R = \sigma_n v_n \left[n \left(1 - \frac{n_t}{N_t} \right) - n_1 \frac{n_t}{N_t} \right] = \frac{\sigma_n \sigma_p v_n v_p (np - n_i^2)}{\sigma_n v_n (n + n_1) + \sigma_p v_p (p + p_1)}$$

$$R = \frac{\sigma_n \sigma_p v_n v_p (np - n_i^2)}{\sigma_n v_n \left(n + N_c e^{\frac{E_t - E_c}{KT}} \right) + \sigma_p v_p \left(p + N_v e^{\frac{E_v - E_t}{KT}} \right)}$$

definendo $U = R \cdot N_t$, ponendo $v_n = v_p = v_{th}$:

$$U = \frac{\sigma_n \sigma_p v_{th} N_t (np - n_i^2)}{\sigma_n \left(n + N_c e^{\frac{E_t - \varepsilon_c}{KT}} \right) + \sigma_p \left(p + N_v e^{\frac{\varepsilon_v - E_t}{KT}} \right)}$$

Conviene riscrivere la relazione utilizzando la concentrazione intrinseca di portatori n_i e l'energia intrinseca ε_i :

$$\varepsilon_i = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_v}{2} + \frac{KT}{2} \ln \left(\frac{N_c}{N_v} \right)$$

Riscriviamo n_1 e p_1 in termini di n_i ed ε_i :

$$\frac{n_1}{n_i} = \frac{N_C e^{\frac{E_t - \varepsilon_C}{KT}}}{\sqrt{N_C N_V} e^{\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_C}{2KT}}} = \sqrt{\frac{N_C}{N_V}} e^{\left(E_t - \varepsilon_C - \frac{\varepsilon_V + \varepsilon_C}{2}\right) \frac{1}{KT}}$$

quindi, definendo*:

$$\varepsilon_i = \frac{\varepsilon_C + \varepsilon_V}{2} + \frac{KT}{2} \ln\left(\frac{N_V}{N_C}\right)$$

otteniamo :

$$E_t - \varepsilon_i = KT \ln\left(\frac{n_1}{n_i}\right) \quad \text{e quindi:} \quad n_1 = n_i e^{\frac{E_t - \varepsilon_i}{KT}}$$

Analogamente per le lacune:

$$p_1 = n_i e^{\frac{\varepsilon_i - E_t}{KT}}$$

* ε_i = Livello di Fermi per l'intrinseco

Nel caso $\sigma_n \approx \sigma_p$ possiamo anche riscrivere l'espressione di U come:

$$U = \frac{\sigma v_{th} N_t (np - n_i^2)}{n + p + 2n_i \text{Cosh}\left(\frac{E_t - \varepsilon_i}{KT}\right)}$$

Osserviamo che U viene massimizzato per $E_t = \varepsilon_i$, cioè solo le trappole vicino a metà gap risultano degli efficienti centri di generazione/ ricombinazione. Considerando solo tali difetti l'espressione si riduce a:

$$U = \frac{\sigma_n \sigma_p v_{th} N_t (np - n_i^2)}{\sigma_n (n + n_i) + \sigma_p (p + n_i)}$$

Per bassa iniezione in semiconduttori di tipo n il tasso di ricombinazione netto diviene:

$$U = \frac{\sigma_n \sigma_p v_{th} N_t (n(p_0 + \Delta p) - n_i^2)}{\sigma_n n} \approx \sigma_p v_{th} N_t \Delta p = \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

con τ_p = vita media del portatore minoritario in presenza di difetti con concentrazione N_t .

$$\tau_p = \frac{1}{\sigma_p v_{th} N_t}$$

Ricombinazione superficiale

In superficie o alle interfacce abbiamo un grande numero di centri di ricombinazione a causa della brusca interruzione del cristallo, che comporta la presenza di molti centri elettricamente attivi. Sono presenti anche impurezze dovute all'esposizione del semiconduttore all'atmosfera e agli agenti esterni. Il tasso di ricombinazione netta dovuta a trappole è la stessa che nel modello SRH :

$$U_s = \frac{\sigma_s v_{th} N_{st} (np - n_i^2)}{n + p + 2n_i \cosh\left(\frac{E_{st} - \varepsilon_i}{KT}\right)}$$

Con la differenza che la ricombinazione è dovuta ad una densità bidimensionale di trappole N_{st} , dato che esse sono presenti solo in superficie.

Per bassa iniezione anche questa espressione può essere semplificata, ad esempio per elettroni in tipo p abbiamo $p \gg n$ and $p \gg n_i$, così che se $E_{st} \approx \varepsilon_i$:

$$U_s \approx \sigma_s v_{th} N_{st} (n_p - n_0) = v_s \Delta n$$

dove v_s , velocità di ricombinazione superficiale, data da: $v_s = N_{st} v_{th} \sigma_s$

Generazione assistita da trappole

Quando le concentrazioni di portatori sono tali che $pn < n_i^2$ il meccanismo di generazione prevale su quello di ricombinazione. Si può definire un tempo medio di generazione τ_g tale che:

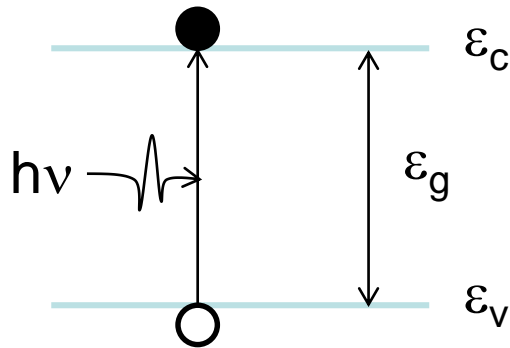
$$U \approx -\frac{\sigma_n \sigma_p v_{th} N_t n_i}{\sigma_n (1 + n/n_i) + \sigma_p (1 + p/n_i)} = -\frac{n_i}{\tau_g}$$

$$\tau_g = \frac{1 + n/n_i}{\sigma_p v_{th} N_t} + \frac{1 + p/n_i}{\sigma_n v_{th} N_t} = \left(1 + \frac{n}{n_i}\right) \tau_p + \left(1 + \frac{p}{n_i}\right) \tau_n$$

Il tempo medio di generazione dipende dalle concentrazioni di elettroni e lacune ed ha un valore minimo circa doppio rispetto alla vita media di ricombinazione.

Tasso di generazione di coppie e – h per assorbimento di fotoni e corrente fotoconduttiva

- Il fotone deve avere energia maggiore del gap del semiconduttore: $E_{ph} > E_g$;
- L'energia in eccesso $E_{ph} - E_g$ viene rilasciata in forma di energia cinetica della coppia elettrone-lacuna foto generati.



La generazione di coppie è regolata da:

$$G_{e-h} = \frac{\alpha I_{opt}}{h\nu}$$

α = coefficiente di assorbimento (cm^{-1})

La vita media dei portatori minoritari può essere valutata utilizzando l'effetto fotoconduttivo. Illuminiamo con fotoni il semiconduttore, si generano elettroni e lacune in eccesso $\Delta n = \Delta p$, in condizioni stazionarie: $\Delta n = G_e \tau$. Se al materiale è applicato un campo elettrico la densità di corrente fotoconduttiva dovuta all'eccesso di portatori è :

$$J_{PC} = q(\mu_n + \mu_p)\Delta n E = q(\mu_n + \mu_p)G_e \tau E$$

Relazione tra concentrazione di portatori e concentrazione intrinseca in caso di equilibrio

Riscriviamo n e p in funzione dell'energia intrinseca ε_i e della concentrazione intrinseca n_i :

$$\frac{n}{n_i} = \frac{N_C e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_C}{KT}}}{\sqrt{N_C N_V} e^{\frac{\varepsilon_V - \varepsilon_C}{2KT}}} = \sqrt{\frac{N_C}{N_V}} e^{\left(\varepsilon_F - \varepsilon_C - \frac{E_V}{2} + \frac{E_C}{2}\right) \frac{1}{KT}}$$

quindi, utilizzando : $\varepsilon_i = \frac{\varepsilon_C + \varepsilon_V}{2} + \frac{KT}{2} \ln\left(\frac{N_C}{N_V}\right)$ posizione del livello di

Fermi in caso di semiconduttore intrinseco

otteniamo : $\varepsilon_F - \varepsilon_i = KT \ln\left(\frac{n}{n_i}\right)$ cioè: $n = n_i e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_i}{KT}}$

Analogamente per le lacune: $p = n_i e^{\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_F}{KT}}$

Relazione tra concentrazione di portatori e concentrazione intrinseca in caso di non equilibrio

Nel caso il semiconduttore non sia in condizioni di equilibrio, cioè $pn \neq n_i^2$ si introduce il concetto di **energia di quasi-fermi (imref) per elettroni e lacune** ε_{Fn} ε_{Fp} definite per estensione delle relazioni valide all'equilibrio:

EQUILIBRIO

$$n = n_i e^{\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_i}{KT}}$$

$$p = n_i e^{\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_F}{KT}}$$

$$pn = n_i^2$$



NON-EQUILIBRIO

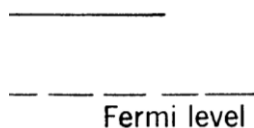
$$n = n_i e^{\frac{\varepsilon_{Fn} - \varepsilon_i}{KT}}$$

$$p = n_i e^{\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{Fp}}{KT}}$$

$$pn = n_i^2 e^{\frac{\varepsilon_{Fn} - \varepsilon_{Fp}}{KT}}$$

ESEMPIO 1: livelli di quasi Fermi in semiconduttore di tipo n a cui non è applicata tensione (bande piatte) in condizioni di buio (equilibrio) e sotto illuminazione (non equilibrio).

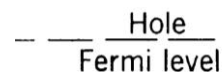
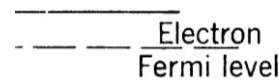
equilibrio (a)



$$\mathcal{E}_{Fn} = \mathcal{E}_{Fp}$$

$$pn = n_i^2 e^{\frac{\mathcal{E}_{Fn} - \mathcal{E}_{Fp}}{KT}} = n_i^2$$

durante eccitazione ottica (b)



$$\mathcal{E}_{Fn} - \mathcal{E}_{Fp} > 0$$

$$pn = n_i^2 e^{\frac{\mathcal{E}_{Fn} - \mathcal{E}_{Fp}}{KT}} > n_i^2$$

ESEMPIO 2: L'interpretazione fisica delle energie di quasi-fermi può essere ulteriormente chiarita osservando la relazione tra essi e la corrente che scorre in una giunzione pn a cui si applica una differenza di tensione esterna.

Nella giunzione pn si hanno due contributi alla corrente, uno è quello di deriva, dovuto alla presenza di campo elettrico E , l'altro è quello di diffusione, dovuto al gradiente nella concentrazione dei portatori liberi, elettroni e lacune, lungo la giunzione.

$$\underline{J}_n(\underline{r}, t) = ne\mu_n E + eD_n \nabla n(\underline{r}, t)$$

$$\underline{J}_p(\underline{r}, t) = pe\mu_p E - eD_p \nabla p(\underline{r}, t)$$

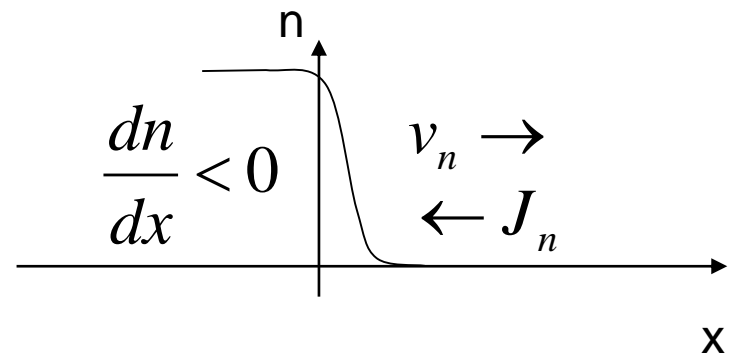
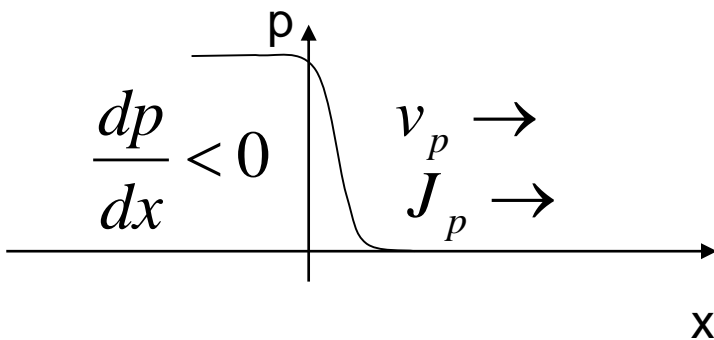
La corrente di diffusione

Se aumentiamo localmente la concentrazione dei portatori per iniezione in un punto del materiale si verificherà un processo di diffusione dei portatori in eccesso attraverso il materiale. **La corrente di diffusione è proporzionale al gradiente di concentrazione (legge di Fick) :**

$$\underline{J}_n(\underline{r}, t) = eD_n \nabla n(\underline{r}, t)$$

$$\underline{J}_p(\underline{r}, t) = -eD_p \nabla p(\underline{r}, t)$$

e = valore assoluto della carica elettronica; D_n , D_p = coefficienti di diffusione per elettroni e lacune. **Osserviamo che le correnti di diffusione di elettroni e lacune viaggiano hanno verso opposto per stesso segno del gradiente :**



Coefficienti di diffusione

L'espressione dei coefficienti di diffusione per un semiconduttore non degenere è data dalle relazioni di Einstein:

$$\Rightarrow D_n = \mu_n \frac{KT}{e}$$

$$\Rightarrow D_p = \mu_p \frac{KT}{e}$$

Esempio: a 300K si ha $KT/e = 25.9\text{mV}$. Per una mobilità di $1000\text{cm}^2/\text{Vs}$ abbiamo: $D = 25.9\text{cm}^2/\text{s}$.

Utilizzando il modello della giunzione pn dove la concentrazione varia solo lungo l'asse delle x :

$$J_n = ne\mu_n E + \mu_n KT \frac{dn}{dx} \quad J_p = pe\mu_p E - \mu_p KT \frac{dp}{dx}$$

Utilizzando:
$$n = n_i e^{\frac{\varepsilon_{Fn} - \varepsilon_i}{KT}}$$

Abbiamo:
$$\frac{dn}{dx} = \frac{n}{KT} \left(\frac{d\varepsilon_{Fn}}{dx} - \frac{d\varepsilon_i}{dx} \right)$$

$$J_n = ne\mu_n E + \mu_n KT \frac{dn}{dx} \quad \longrightarrow \quad J_n = e\mu_n n \left[E + \frac{1}{e} \left(\frac{d\varepsilon_{Fn}}{dx} - \frac{d\varepsilon_i}{dx} \right) \right]$$

Analogamente si ottiene per le lacune considerando:
$$p = n_i e^{\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{Fp}}{KT}}$$

Il campo elettrico è legato al profilo del potenziale lungo la giunzione:

$$E = -\nabla V$$

In una giunzione brusca pn $V(x)$ ha l'andamento di figura, che provoca la curvatura del minimo della banda di conduzione, del massimo della banda di valenza e dell'energia intrinseca ε_i in modo che $\varepsilon_{c,v,i}(x) = -eV(x)$. Quindi l'energia intrinseca ε_i segue l'andamento del potenziale lungo il dispositivo.

In una dimensione:

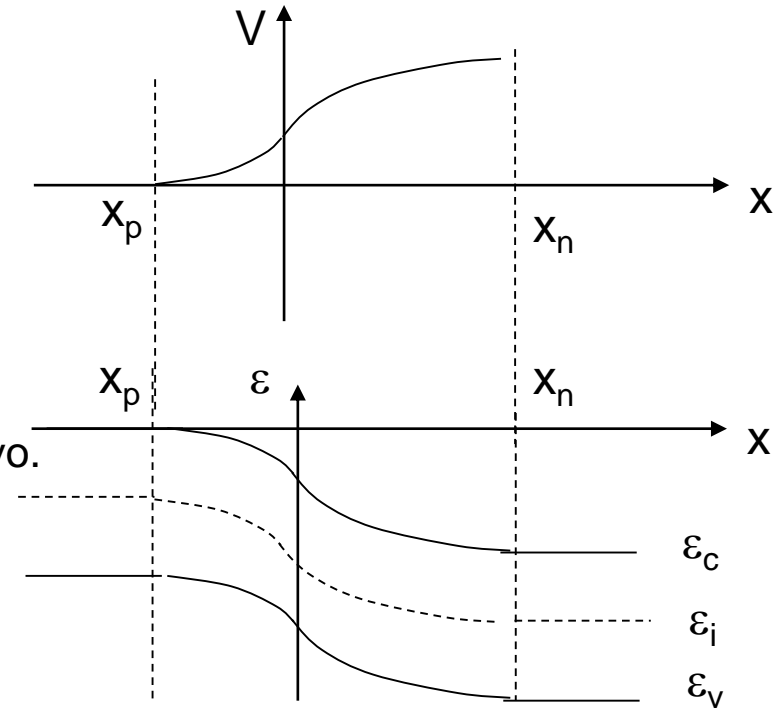
$$\frac{dV}{dx} = -\frac{1}{e} \frac{d\varepsilon_i}{dx}$$

allora si ha:
$$E = -\frac{dV}{dx} = \frac{1}{e} \frac{d\varepsilon_i}{dx}$$

quindi la:
$$J_n = e\mu_n n \left[E + \frac{1}{e} \left(\frac{d\varepsilon_{Fn}}{dx} - \frac{d\varepsilon_i}{dx} \right) \right]$$
 diviene:
$$J_n = n\mu_n \frac{d\varepsilon_{Fn}}{dx}$$

Analogamente per le lacune:

$$J_p = pe\mu_p E - \mu_p KT \frac{dp}{dx} \quad \longrightarrow \quad J_p = p\mu_p \frac{d\varepsilon_{Fp}}{dx}$$

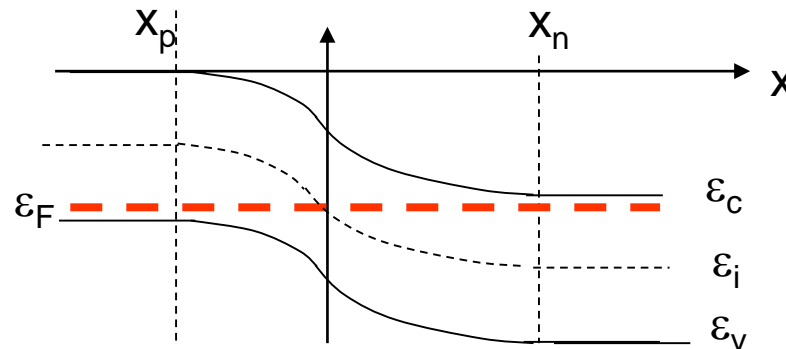


$$J_n = n\mu_n \frac{d\varepsilon_{Fn}}{dx}$$

$$J_p = p\mu_p \frac{d\varepsilon_{Fp}}{dx}$$

La **densità di corrente di elettroni / lacune** è quindi **proporzionale al gradiente del livello di quasi Fermi corrispondente**. Tale gradiente rappresenta l'insieme dei due contributi dovuti al campo elettrico ed al gradiente della concentrazione di portatori.

Nel caso di equilibrio: $\varepsilon_{Fn} = \varepsilon_{Fp} = \varepsilon_F$, $\frac{d\varepsilon_F}{dx} = 0$ e $J_p, J_n = 0$



Altri esempi di sistemi con concentrazioni non omogenee di portatori all'equilibrio si ha sempre allineamento del livello di Fermi

Schema delle bande tra metallo e semiconduttore (barriera Schottky e contatto ohmico)

112

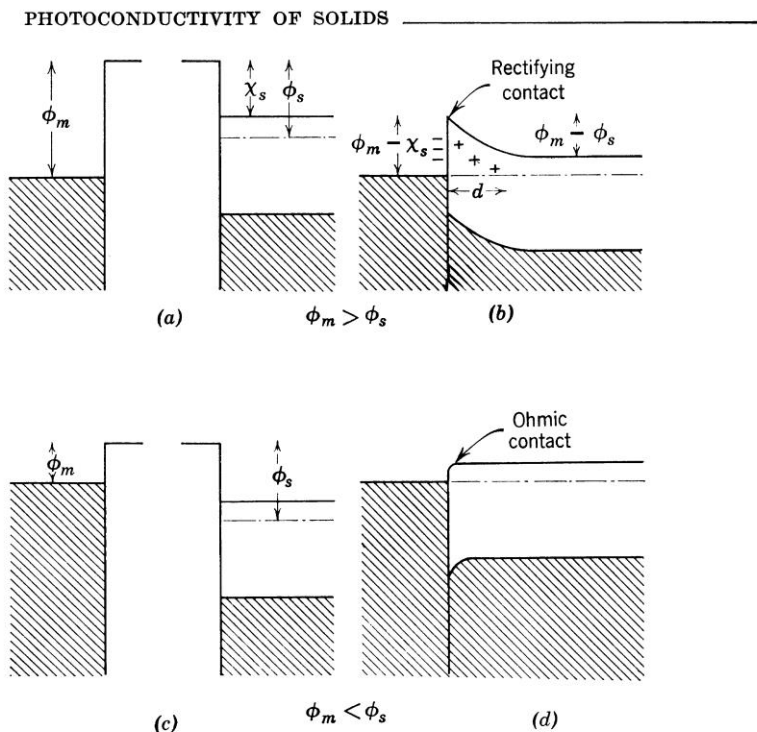
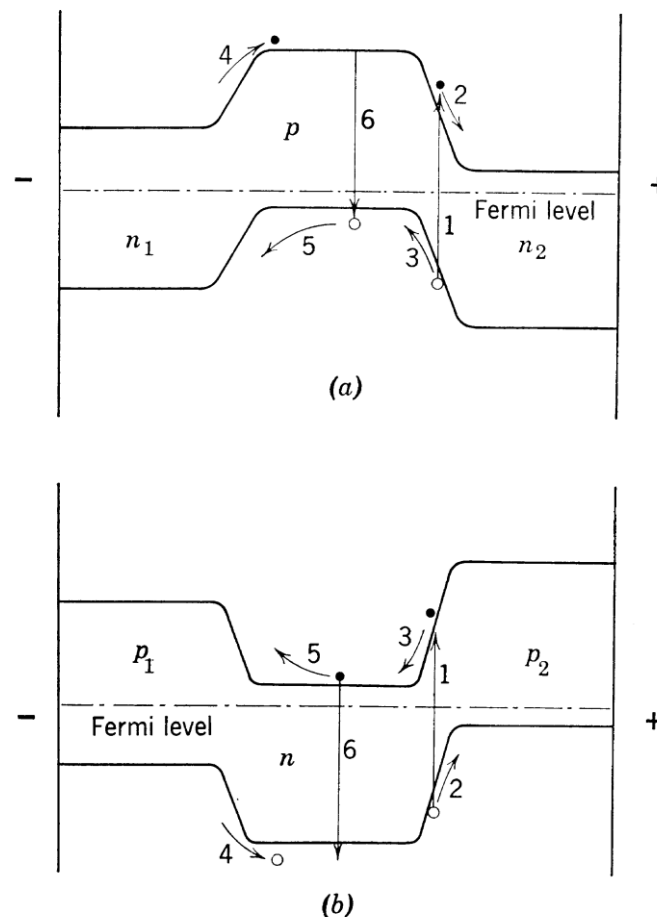


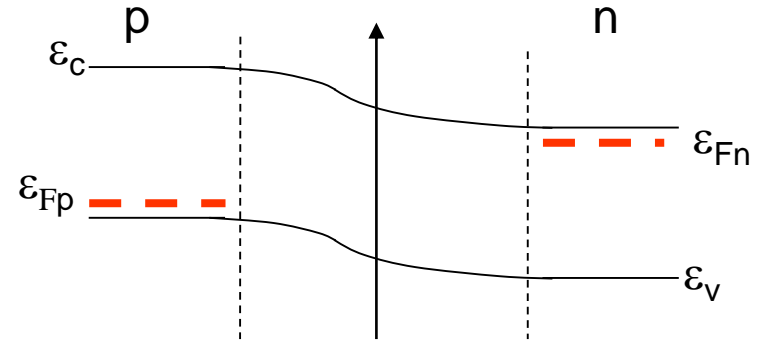
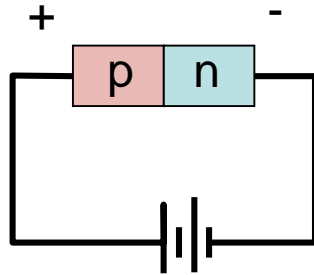
Fig. 5.1-1 Energy-level representation of a contact between a metal and an n -type semiconductor. (a) and (b) Before and after contact, respectively, with a metal with greater work function than that of the semiconductor; (c) and (d) before and after contact, respectively, with a metal with smaller work function than that of the semiconductor.

Schema delle bande in transistors npn e pnp all'equilibrio



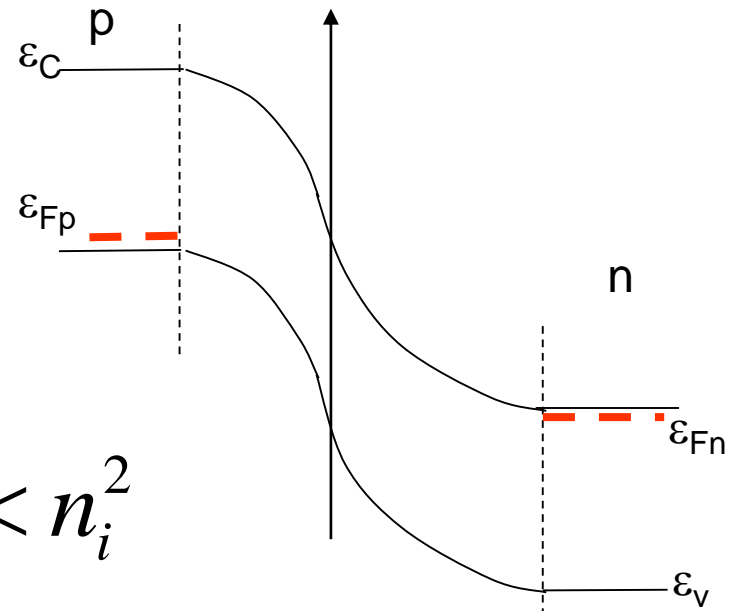
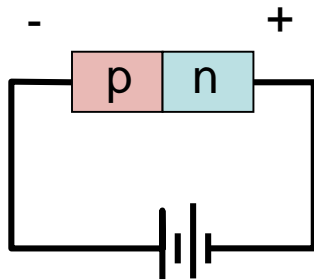
Esempio di non equilibrio : giunzione pn con tensione esterna applicata

Tensione applicata diretta V



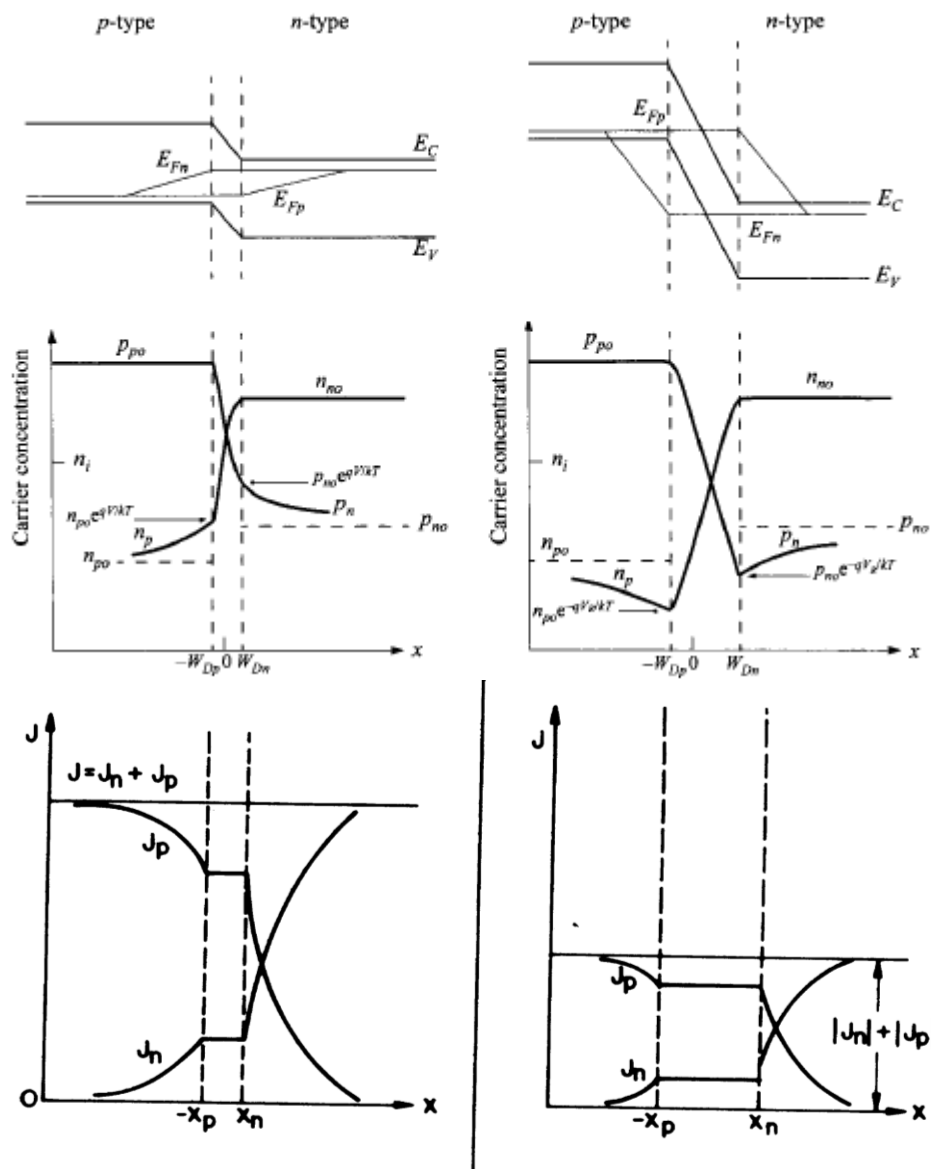
$$\varepsilon_{Fn} - \varepsilon_{Fp} > 0 \quad \Rightarrow \quad pn > n_i^2$$

Tensione applicata inversa V



$$\varepsilon_{Fn} - \varepsilon_{Fp} < 0 \quad \Rightarrow \quad pn < n_i^2$$

Relazione tra livelli di quasi Fermi concentrazione di portatori e corrente



Regione svuotata giunzione pn

Qui la corrente è costante (trascuriamo la generazione dovuta ai livelli profondi) \rightarrow i gradienti dei livelli di quasi-Fermi devono essere piccoli) $\rightarrow \epsilon_{Fn}$ e ϵ_{Fp} sono praticamente costanti. Nella regione svuotata vale:

$$qV = \epsilon_{Fn} - \epsilon_{Fp}$$

Da cui posso determinare le condizioni al contorno ai bordi della regione svuotata (bassa iniezione):

$$n_p(-x_p) = \frac{n_i^2}{p} e^{\frac{qV}{KT}} \approx n_{p0} e^{\frac{qV}{KT}}$$

$$p_n(x_n) = \frac{n_i^2}{n} e^{\frac{qV}{KT}} \approx p_{n0} e^{\frac{qV}{KT}}$$

Fenomeni a campo elettrico elevato

Energia del portatore dovuta all'applicazione di campo elettrico

All'equilibrio (campo elettrico nullo) i portatori scambiano fononi con il reticolo: li assorbono ed emettono in modo che il rate di scambio netto sia nullo, hanno perciò stessa T del reticolo. Sia ε_{eq} l'energia del portatore all'equilibrio. In presenza di campo elettrico ai portatori viene fornita la potenza: $P = |\underline{E} \cdot \underline{v}| = e \underline{E} \cdot \underline{v}$. Il rate di variazione dell'energia del portatore ε , nel tempo è dato da:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = e \underline{E} \cdot \underline{v} - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{eq}}{\tau_E}$$

Dove il secondo termine al secondo membro rappresenta il tasso di perdita di energia dell'elettrone per scattering anelastico, rispetto al valore di equilibrio ε_{eq} (τ_E tempo di rilassamento per l'energia con definizione analoga a τ_m). Il fenomeno di rilassamento energetico si intende dovuto ad emissione – assorbimento di fononi (le impurezze provocano scattering elastico). In regime stazionario :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$$

e l'energia dell'elettrone diviene : $\varepsilon = \varepsilon_{eq} + eE v \tau_E$

aumenta quindi per effetto del campo elettrico ed è superiore al valore di equilibrio.

Elettroni caldi

In pratica, si preferisce utilizzare, al posto delle energie, valori di temperatura a loro correlati.

La temperatura che associamo all'energia media del portatore è data dalla legge: $\varepsilon = 3 \frac{KT_e}{2}$

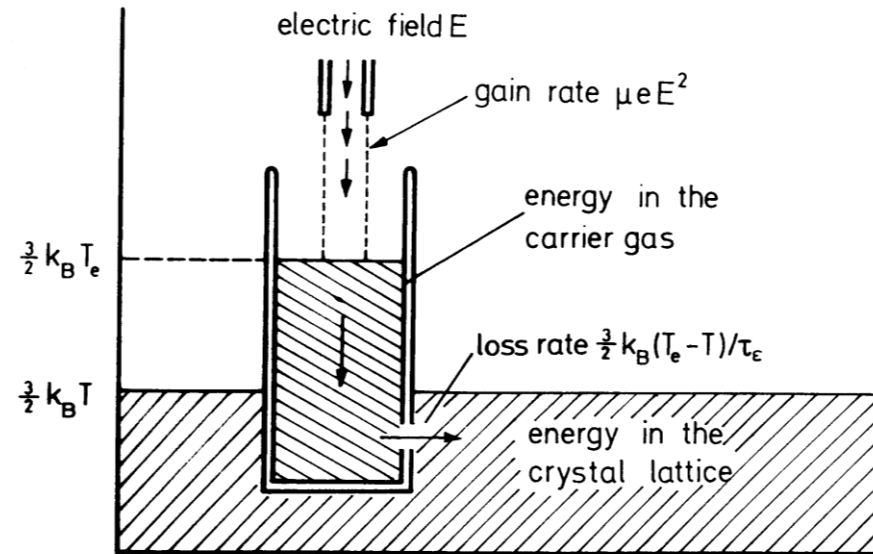
Utilizzando le temperature invece delle energie in condizioni stazionarie abbiamo:

$$\mu eE^2 = \frac{3}{2} K_B \frac{T_e - T}{\tau_E}$$

dove abbiamo usato: $v = \mu E$.

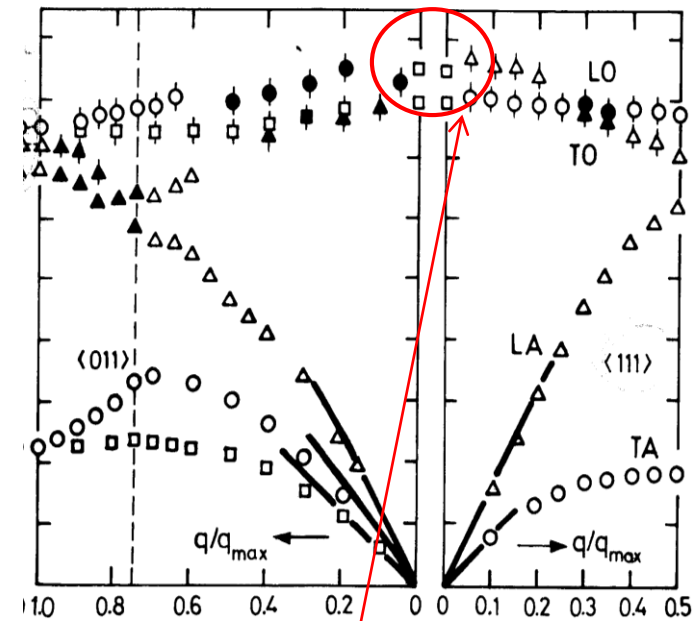
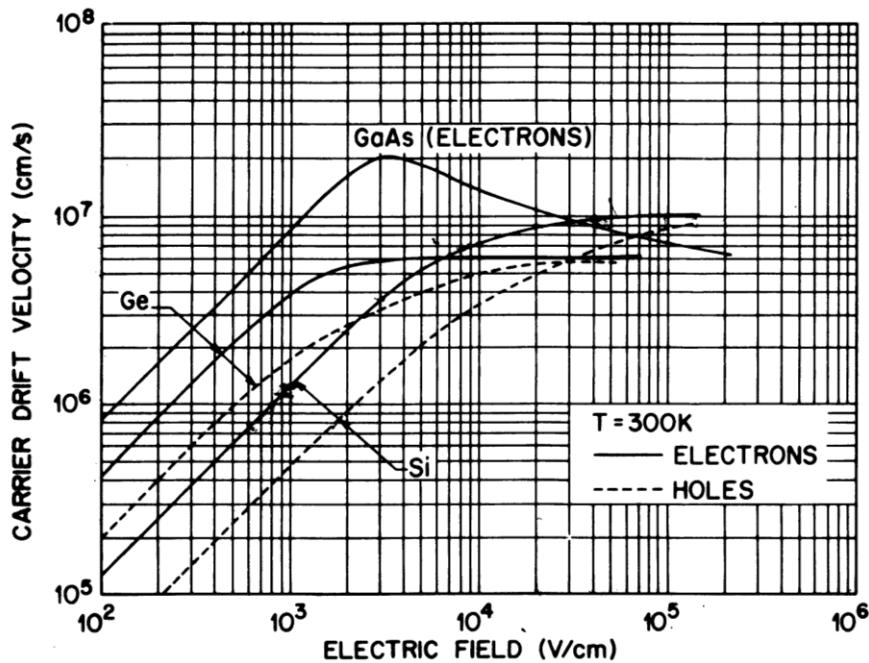
All'equilibrio termico $T_e = T$ temperatura del reticolo, T . Se T_e è solo un po' più grande di T il trasporto elettronico segue ancora la legge di Ohm e diciamo che gli elettroni sono *tiepidi* (*warm electrons*). Se invece $T_e \gg T$ gli elettroni sono lontani dall'essere in equilibrio con il reticolo: essi si dicono *caldi* (*hot electrons*). La descrizione completa del caso di gas elettronico di non equilibrio si ottiene derivando la funzione di distribuzione elettronica dall'equazione di trasporto di Boltzmann. Tale trattazione è al di là degli scopi di questo corso.

Rappresentazione schematica del bilancio di energia dei portatori



Saturazione della velocità di deriva nei semiconduttori

Uno degli effetti più noti degli elettroni caldi è la **saturatione della velocità di deriva**. Se a campi elettrici bassi vale la relazione $v = \mu_0 E$ con μ_0 mobilità definita nei paragrafi precedenti, per campi elettrici elevati si osserva una sublinearità e quindi una saturazione della velocità di deriva, il che significa che la mobilità dipende dal campo elettrico, con andamento alla E^{-1} quando E è sufficientemente elevato.



La spiegazione data da Schockley e Ryder nel 1954 sulla saturazione della velocità a campi elevati è basata sul fatto che i portatori emettano un fonone ottico nel momento in cui essi raggiungono l'energia corrispondente $\hbar\omega_0$. Il modello deriva un'espressione per la velocità di saturazione pari a :

$$v_s = \left(\frac{8\hbar\omega_0}{3\pi m^*} \right)^{1/2}$$

Streaming dei portatori caldi e saturazione della velocità di deriva

Diamo qui un'analisi qualitativa del fenomeno considerando il caso seguente.

Assumiamo per semplicità che

- **scattering elettronico per energie sotto il valore del fonone ottico trascurabile** (cioè è verificato, in semiconduttori poco drogati, per le basse temperature, cioè per $kT \ll \hbar\omega_0$)
- **tasso di emissione di fononi ottici sopra l'energia del fonone ottico molto elevata** rispetto a quella degli altri fenomeni di scattering.


L'elettrone di conduzione parte dal minimo della banda e, a causa del campo elettrico applicato, **accelera fino a raggiungere l'energia del fonone ottico, praticamente senza subire collisioni**. A questo punto l'elettrone **emette il fonone ottico** e ritorna sul fondo della banda di conduzione. Il processo si ripete più e più volte e come risultato abbiamo un **moto elettronico quasi periodico**. Nella regione di energia inferiore a quella del fonone ottico vale l'andamento lineare ($v_{in}=0$):

$$v(t) = \frac{eE}{m^*} t \quad (1)$$

Quando l'elettrone raggiunge l'energia del fonone ottico esso ha la velocità :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_0}{m^*}} \quad (2)$$

Periodo di moto in cui avviene il moto accelerato dal campo ($\int F dt = p_{fin}$)



$$T = \frac{m * v_0}{eE} = \frac{\sqrt{2m * \hbar\omega_0}}{eE}$$

Per trovare una **velocità media di deriva** mediamo la (1) sul periodo di moto accelerato:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = \frac{v_0}{2}$$

L'energia, durante il periodo di moto è : $\varepsilon = \frac{m * v^2(t)}{2}$

Il suo valore medio nel periodo di moto è pertanto : $\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon(t) dt = \frac{\hbar\omega_0}{3}$

Quindi sia la velocità di deriva che l'energia dell'elettrone risultano perciò non dipendere dal campo elettrico: in questo regime sono caratterizzati da un valore di saturazione.

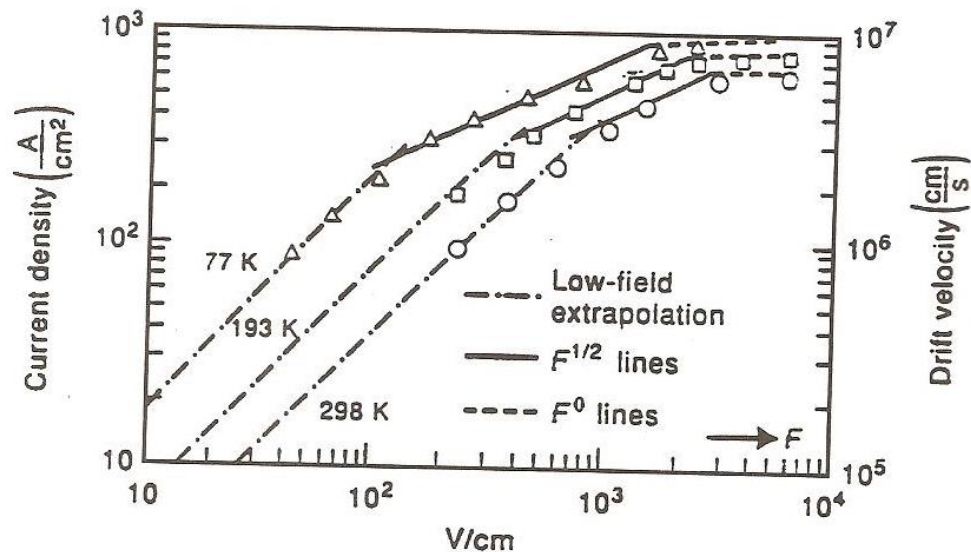
In realtà, **lo streaming da solo non può spiegare gli effetti di saturazione della velocità, specialmente alle alte temperature.** il fenomeno si realizza se: (1) la temperatura è abbastanza bassa ($KT \ll \hbar\omega_0$) così da congelare i processi di assorbimento fononico; (2) il tasso di emissione fononica eccede tutti gli altri fenomeni di scattering e (3) il campo elettrico è abbastanza elevato da accelerare gli elettroni fino alla soglia di emissione fononica senza che intervengano altri fenomeni di scattering, ma abbastanza debole da impedire che l'elettrone superi la soglia di emissione, così da assicurare che dopo l'emissione del fonone l'elettrone ritorni sul fondo della banda di conduzione.

In generale: **quando il campo elettrico aumenta, aumenta anche l'energia media degli elettroni di conduzione, il che comporta un aumento dei fenomeni di scattering e quindi una diminuzione della mobilità.** Poichè nei semiconduttori più comuni la mobilità ad elevato campo elettrico risulta inversamente proporzionale al campo elettrico, la velocità di fatto diventa indipendente dal campo elettrico applicato, cioè satura.

Di solito vengono utilizzate delle espressioni empiriche, tipo:

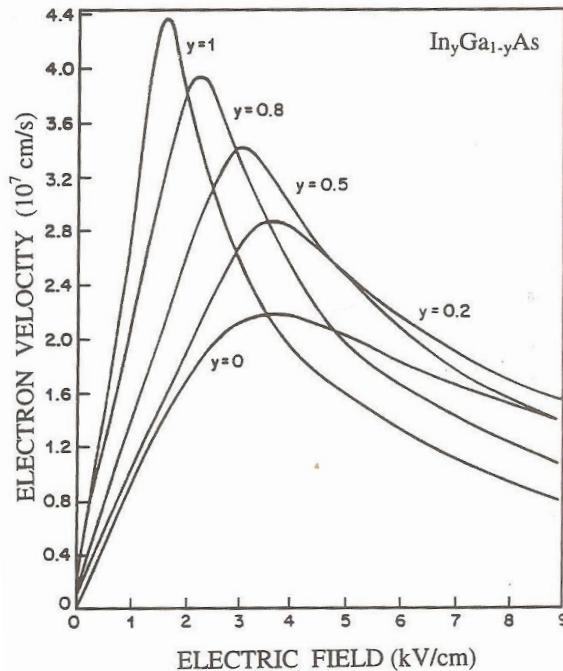
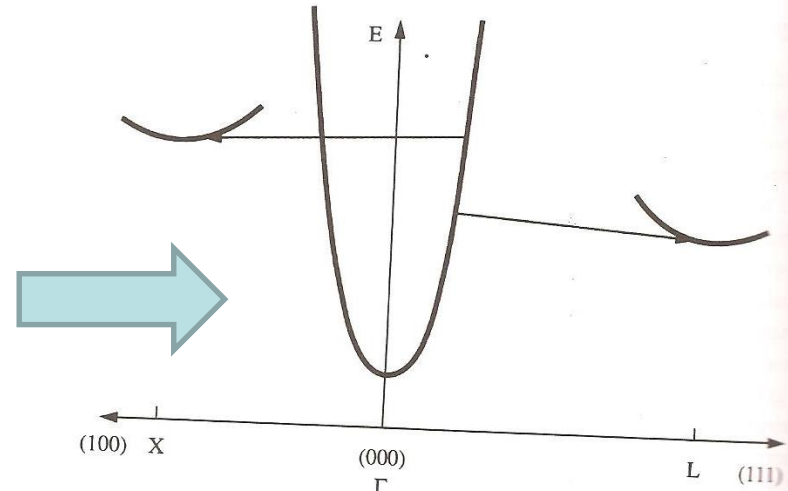
$$v = \frac{v_s}{\left(1 + \frac{E_s}{E}\right)^{1/\gamma}}$$

con v_s velocità di saturazione, E_s costante caratterizzante il campo elettrico necessario per raggiungere la saturazione, γ parametro. Esempio Si: $v_s \sim 10^7$ cm/s $E_s = 10$ kV/cm e 20kV/cm rispettivamente per elettroni e lacune. Le curve di figura per n-Si a diverse temperature interpolate su tre regioni: basso campo ($v \propto E$), campo intermedio ($v \propto E^{1/2}$), alto campo ($v \propto E^0$).



Conduzione multi-valley nei semiconduttori

Gli elettroni caldi, spostandosi lungo la banda di conduzione, possono venire trasferiti verso minimi relativi della banda di conduzione caratterizzati da un'energia più elevata del minimo assoluto. Per i semiconduttori di tipo III-V elettroni caldi nella valle Γ possono essere trasferiti a minimi delle valli laterali X e/o L.



La transizione da una valle ad energia più bassa con massa efficace piccola verso valli a energia più alta e masse efficaci maggiori porta ad una regione dove la velocità di deriva e quindi la densità di corrente elettrica diminuiscono all'aumentare del campo elettrico applicato → **resistenza differenziale negativa**. L'effetto è utilizzato nei **transferred-electron device (TED)**, anche chiamati **diodi Gunn**.

Esempio: lega $\text{In}_y\text{Ga}_{1-y}\text{As}$: velocità massime e resistenze differenziali negative aumentano all'aumentare della frazione di indio, in quanto la massa efficace nella valle Γ diviene più leggera.

Conduzione Multivalley : Alcuni dati per il GaAs

Valle con minimo assoluto in Γ : massa efficace piccola ($0.068m$) e quindi elevata mobilità ($\mu = 4000\text{-}8000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$).

Valle di più alta massa efficace ($1.2m$), bassa mobilità ($100\text{cm}^2/\text{Vs}$) posizionata vicino al punto L, circa 0.3eV più in alto. Densità di stati nella valle a energia più alta circa 70 volte maggiore.

A causa di questo effetto la velocità di saturazione ha valore di picco $2 \times 10^7 \text{ cm/s}$.

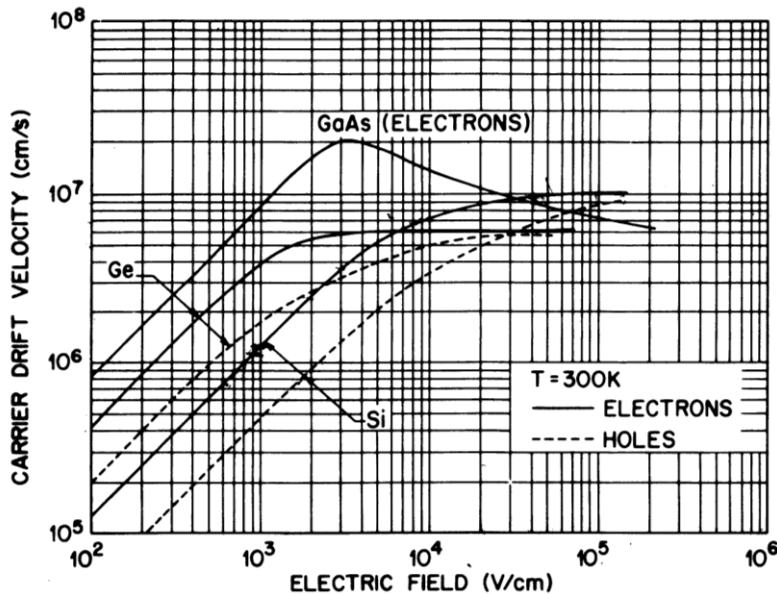
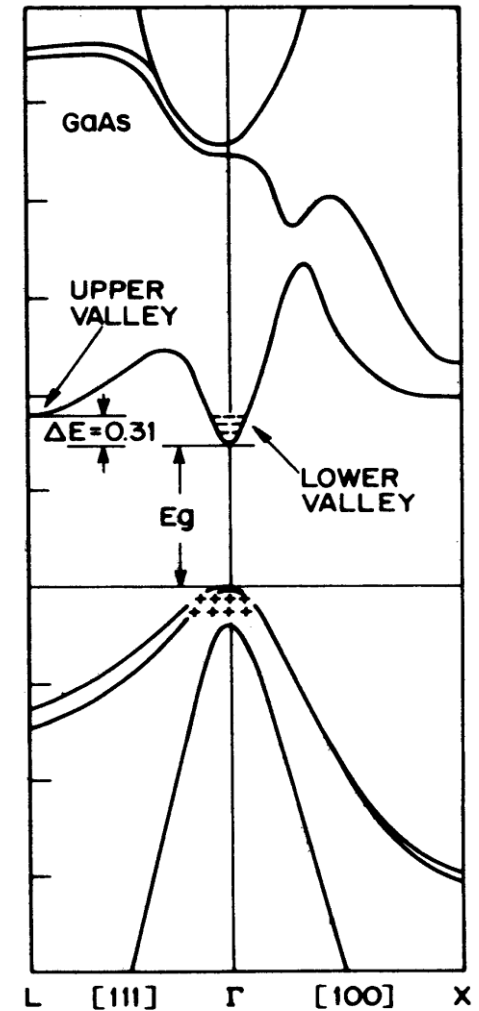


Table 1 Semiconductor Materials Related to Transferred-Electron Effect at 300 K

Semiconductor	E_g (eV)	Valley Separation		\mathcal{E}_T (kV/cm)	ν_p (10^7 cm/s)
		Between	ΔE (eV)		
GaAs	1.42	Γ - L	0.31	3.2	2.2
InP	1.35	Γ - L	0.53	10.5	2.5
Ge ^a	0.74	L - Γ	0.18	2.3	1.4
CdTe	1.50	Γ - L	0.51	11.0	1.5
InAs ^b	0.36	Γ - L	1.28	1.6	3.6
InSb ^c	0.28	Γ - L	0.41	0.6	5.0
ZnSe	2.60	Γ - L	—	38.0	1.5
Ga _{0.5} In _{0.5} Sb	0.36	Γ - L	0.36	0.6	2.5
Ga _{0.3} In _{0.7} Sb	0.24	Γ - L	—	0.6	2.9
InAs _{0.2} P _{0.8}	1.10	Γ - L	0.95	5.7	2.7
Ga _{0.13} In _{0.87} As _{0.37} P _{0.63}	1.05	—	—	5.5–8.6	1.2

^a At 77 K. (100)- or (110)-oriented.

^b Under 14-kbar pressure.

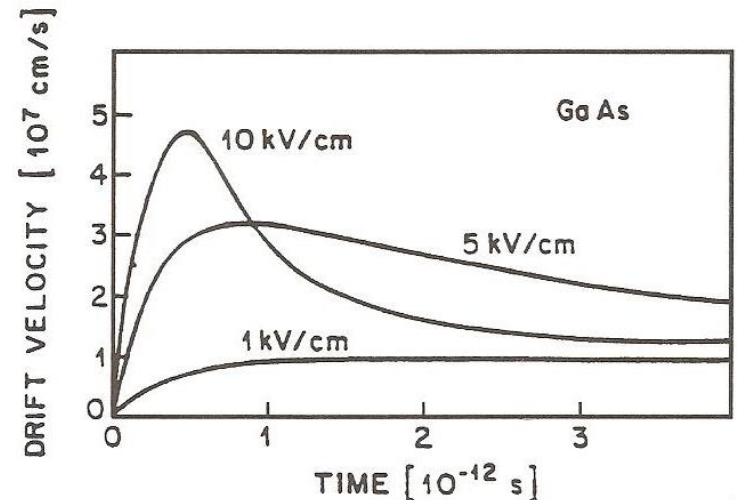
^c At 77 K under 8-kbar pressure.

Velocità di overshoot

Gli elettroni accelerati nella valle centrale possono raggiungere velocità molto elevate prima di essere trasferite nelle valli dove la massa efficace è maggiore, una volta in tali valli gli elettroni raggiungeranno perciò una velocità di saturazione più bassa (effetto di **transient overshoot**). La velocità massima raggiunta è detta velocità di overshoot.

E' possibile creare dispositivi che lavorano alla velocità di overshoot: iniettiamo da un contatto degli elettroni freddi, che, nel loro cammino, vengono accelerati dal campo elettrico fino a raggiungere la massima velocità. Successivamente essi dovrebbero diminuire la velocità fino al valore di saturazione stazionario.

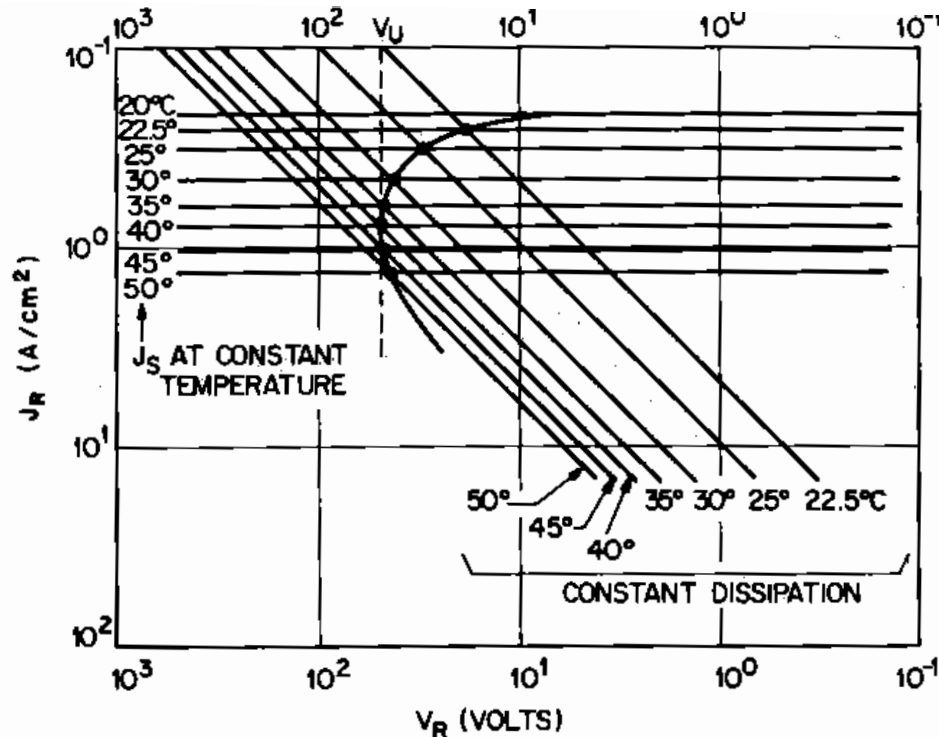
Se però la lunghezza attiva della regione è scelta in modo da essere confrontabile con la distanza alla quale si verifica il raggiungimento della velocità di overshoot, **il dispositivo funzionerà con la velocità di overshoot, significativamente maggiore di quella di saturazione.**



Breakdown

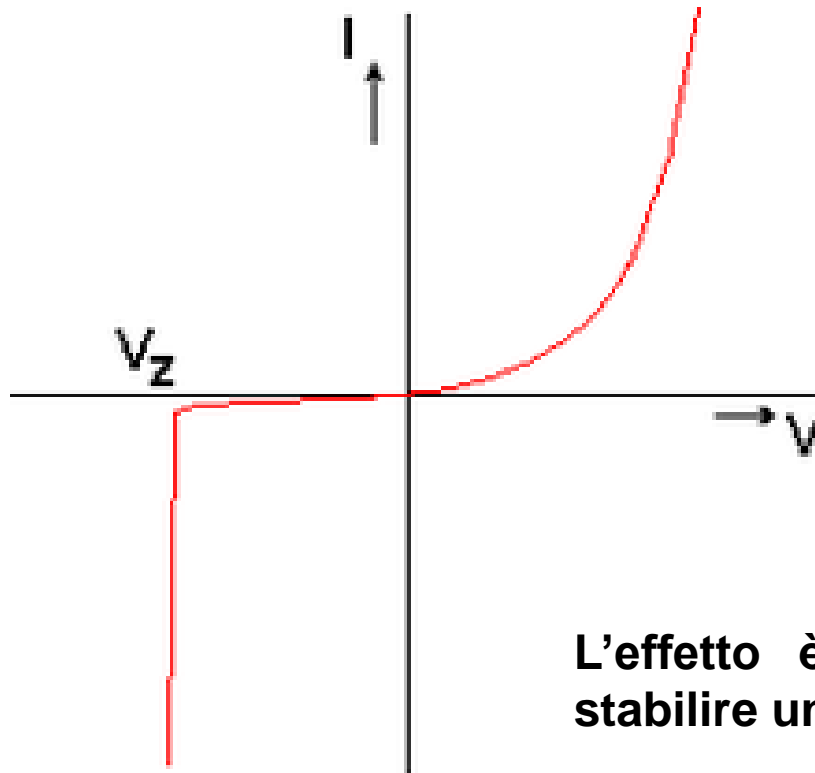
Ci sono tre meccanismi alla base del breakdown: l'instabilità termica, l'effetto tunnel e la moltiplicazione a valanga.

1) breakdown per instabilità termica - a causa della dissipazione termica dovuta al valore elevato della corrente inversa registrato ad alte tensioni, la temperatura della giunzione aumenta. A sua volta l'aumento di T porta ad un aumento della corrente.



La corrente inversa I a temperatura costante è rappresentata da linee orizzontali. Le iperboli indicanti la dissipazione di calore a T costante (prodotto IV) sono rette nel plot log-log. La caratteristica I - V ad una certa temperatura è ottenuta unendo i punti di intersezione delle due linee per una stessa T . V_U è detto potenziale di turnover. **per T elevate a causa della grande dissipazione abbiamo una caratteristica con resistenza differenziale negativa.**

2) breakdown per effetto tunnel (Effetto Zener) – Per campi elettrici elevati (e.g. 10^6 V/cm in Ge e Si) **comincia a fluire una corrente rilevante nel dispositivo a causa di un processo di tunneling banda-banda**



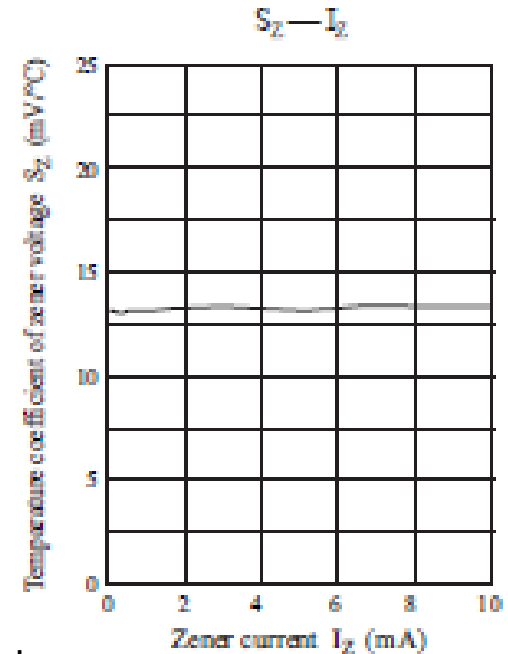
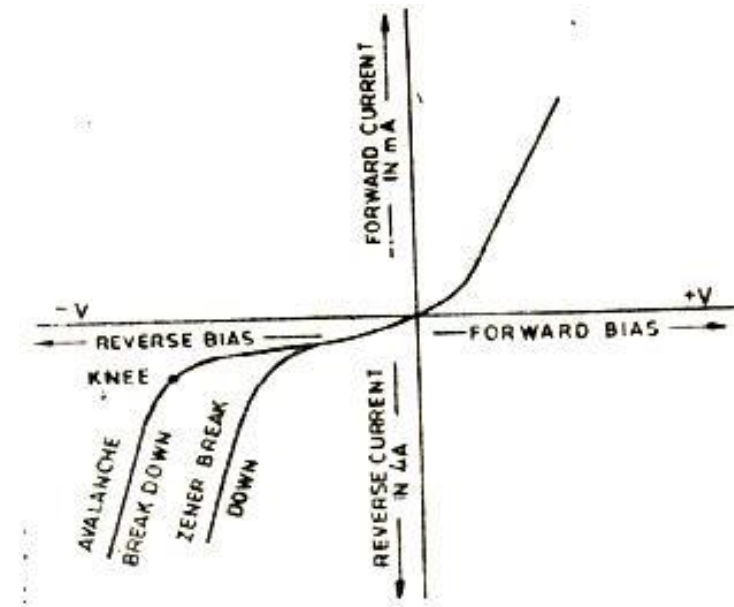
L'effetto è più rilevante se il semiconduttore è molto drogato e quindi la regione svuotata è molto sottile, il fenomeno non è distruttivo.

L'effetto è utilizzato nei dispositivi per stabilire una tensione di riferimento.

Diodo Zener e coefficiente di temperatura

Per tensioni di breakdown V_{BD} maggiori di $\approx 6E_g/q$ (≈ 7 V for Si), il meccanismo di breakdown dominante è la moltiplicazione a valanga e il coefficiente di temperatura di V_{BD} è positivo. Per $V_{BD} < 4E_g/q$ (≈ 5 V for Si), il meccanismo di breakdown è il tunneling banda-banda e il coefficiente di temperatura è negativo.

Per $4E_g/q < V_{BD} < 6E_g/q$, il breakdown è dato da una combinazione dei due meccanismi. Si può allora per esempio connettere un diodo a coefficiente di temperatura negativo in serie con un coefficiente di temperatura positivo per produrre un regolatore indipendente dalla temperatura (con un coefficiente di temperatura dell'ordine di 0.002% per °C), che può essere utilizzato come riferimento di tensione.

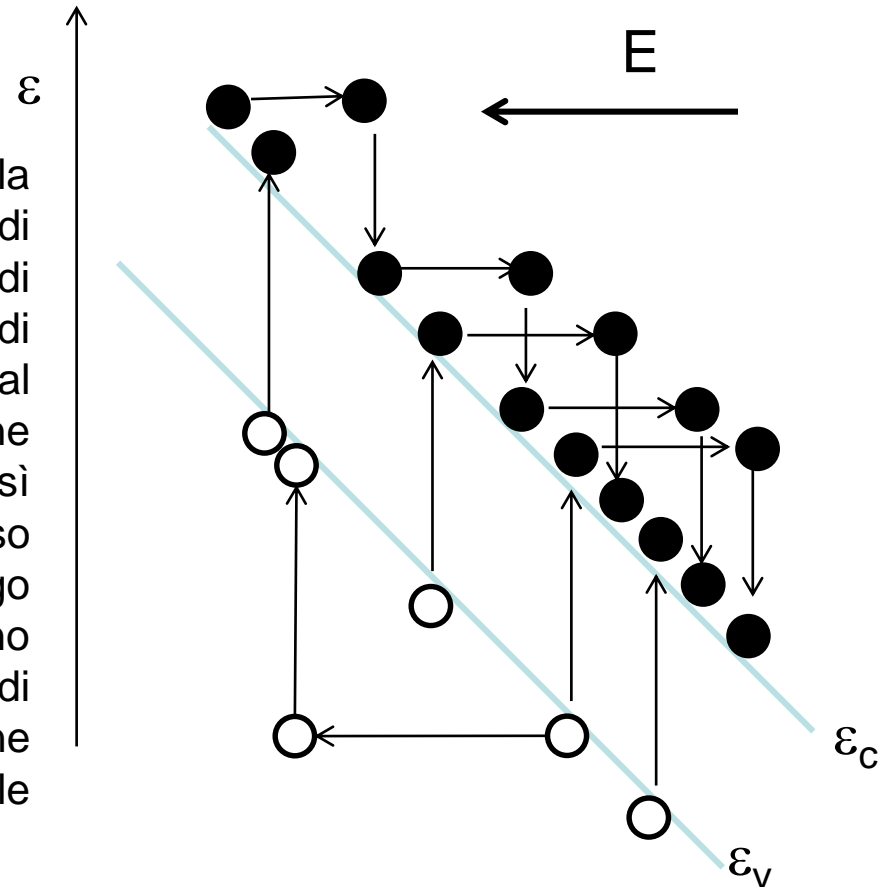


Ionizzazione da impatto

Meccanismo di generazione causato da elettrone/lacuna con energia molto maggiore /minore dell'orlo della banda di conduzione/valenza. L'energia in eccesso viene utilizzata per generare una coppia e-h attraverso una transizione banda-banda.

Moltiplicazione a valanga

Questo processo di generazione causa la moltiplicazione a valanga nei diodi semiconduttori contropolarizzati. L'aumento di energia del portatore dovuto alla presenza di campo elettrico può essere significativo, in tal caso l'energia cinetica in eccesso viene rilasciata ad un elettrone di valenza, dando così luogo ad una coppia e-h. Con lo stesso processo i due elettroni risultanti daranno luogo ad altri due, che a loro volta ne genereranno quattro, e così via, con un effetto di moltiplicazione. Al fenomeno di moltiplicazione a valanga contribuiscono sia gli elettroni che le lacune.



Quando il campo elettrico aumenta oltre un certo valore i portatori acquistano abbastanza energia da eccitare coppie e-h.

α = tasso di ionizzazione = n. di e-h generati da un portatore per unità di lunghezza percorsa

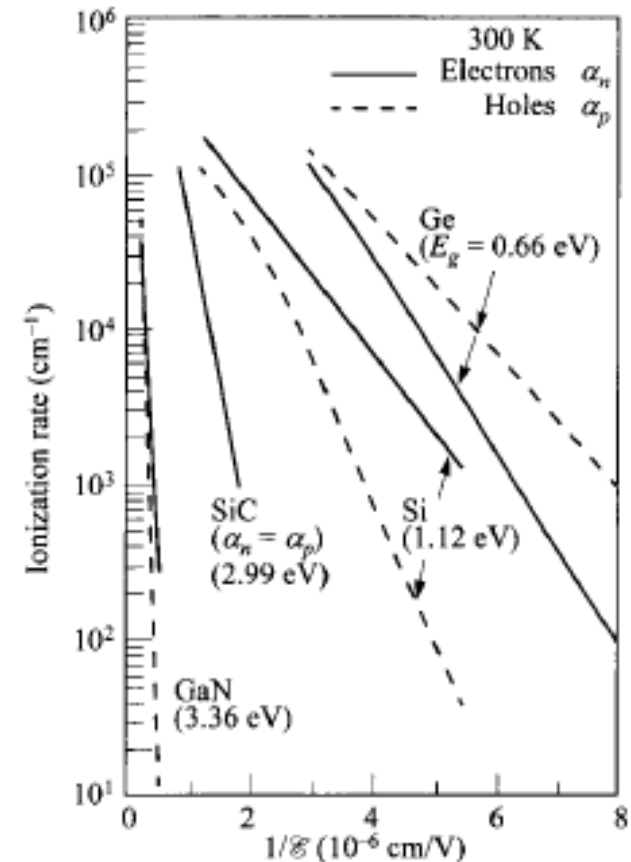
$$\alpha_n = \frac{1}{n} \frac{dn}{d(v_n)} = \frac{1}{nv_n} \frac{dn}{dt}$$

α fortemente dipendente dal campo applicato :

$$\alpha(\mathcal{E}) = \frac{q\mathcal{E}}{E_I} \exp\left\{-\frac{\mathcal{E}_I}{\mathcal{E}[1 + (\mathcal{E}/\mathcal{E}_p)] + \mathcal{E}_T}\right\}$$

In Si : $E_I = 3.6\text{eV}$ per elettroni, 5.0eV per lacune

$\mathcal{E}_T, \mathcal{E}_p, \mathcal{E}_I$, soglie per il campo elettrico (thermal, optical-phonon and ionization scattering.)



Moltiplicazione a valanga

Considero I_{p0} corrente entrante dalla parte sinistra della regione svuotata di spessore W_{Dm} . Se il campo elettrico E nella regione svuotata è abbastanza elevato vengono generate coppie e-h mediante il processo di ionizzazione da impatto, la corrente di lacune I_p aumenterà con la distanza attraverso la regione svuotata raggiungendo il valore $M_p I_{p0}$ a $x = W_{Dm}$.

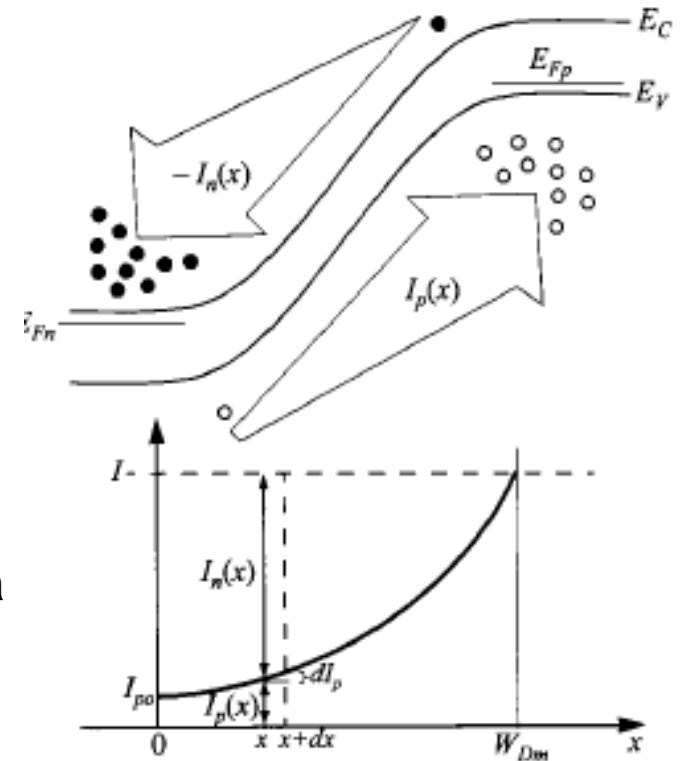
Definisco:

$M_p =$ fattore di moltiplicazione $= I_p(W_{Dm})/I_{p0}$

Valutando $I_p(x)$ a W_{Dm} si ottiene:

$$1 - \frac{1}{M_p} = \int_0^{W_{Dm}} \alpha_p \exp \left[- \int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) dx' \right] dx.$$

$\alpha_n, \alpha_p =$ tassi di ionizzazione per elettrone e lacuna



Avalanche breakdown voltage V_{BD} = tensione alla quale M_p tende all'infinito

$$\rightarrow \int_0^{W_{DM}} \alpha_p \exp \left[- \int_0^x (\alpha_p - \alpha_n) dx' \right] dx = 1.$$

Esempio di applicazione: Fotodiodi a effetto valanga (Avalanche Photodiodes APDs)

In pratica, la massima moltiplicazione possibile in dc sotto illuminazione è limitata dalle resistenze serie R_s e da effetti di carica spaziale.

$$M_{ph}|_{\max} \approx \frac{I}{I_p} = \left[1 - \left(\frac{V_R - IR_s}{V_B} \right)^n \right]^{-1} \Big|_{V_R \rightarrow V_B} \approx \frac{V_B}{nIR_s}$$

I corrente moltiplicata, I_p fotocorrente primaria, V_R tensione inversa applicata, V_B tensione di breakdown, n costante dipendente dal semiconduttore dal profilo di drogaggio e dalla lunghezza d'onda della radiazione.