

ESERCIZI SUI NUMERI COMPLESSI

- 1) Calcolare nel campo \mathbf{C} dei numeri complessi:
- a) $2 + i + 5 - 7i$; b) $1 + \sqrt{2} + (3 - \pi)i + 3\sqrt{2} - (2 - 2\pi + \sqrt{3})i$; c) $(2 - 3i)(3 + 4i)$; d) $(1 + i)(2 - i)(1 - i)$; e) $(\sqrt{2} + i\sqrt{2})(\sqrt{18} + 3i\sqrt{18})$;
f) $\frac{1+2i}{-2+3i}$; g) $\frac{1+i}{i}$; h) $\frac{2i}{-3+2i} + 10 - 7i$; i) $\frac{1+2i}{3+6i}$; j) $\frac{1-2i}{-1+i} + \frac{7-i}{1-i}$;

2) In ciascuno dei casi dell'esercizio 1) determinare la parte reale e la parte immaginaria del risultato ottenuto.

3) Dire se esiste un numero complesso z tale che $(2 + i)z = 1 + 3i$. Se esiste, determinarne almeno uno. È unico?

4) Dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$ esiste un numero complesso z tale che $(a^2 - 1 + bi)z = a - 1 + b^2i$.

Quanti sono (al variare di a e b) gli z che soddisfano all'equazione?

5) Determinare le radici complesse dei seguenti polinomi.

- a) $x^2 + 1$; b) $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4$; c) $x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4$;
d) $x^2 + ix + 2$.

6) Determinare le soluzioni razionali, le soluzioni reali e le soluzioni complesse delle seguenti equazioni:

- a) $x^3 + 1 = 0$; b) $(x^2 + 1)(x^2 + 2) = 0$;
c) $(x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + 4)(x + 1) = 0$.