

Homework 1 - Algebra Lineare e geometria analitica

(Prof.ssa D. Bubboloni)

assegnato 2 Ottobre 2019- consegna martedì 9 Ottobre 2019.

1. Individuare gli insiemi seguenti

$$A := \{x \in \mathbb{R} : \forall a \in \mathbb{R}, ax - 2a - 5x + 10 = 0\},$$

$$B := \{x \in \mathbb{R} : \exists a \in \mathbb{R} \text{ t.c. } ax - 2a - 5x + 10 = 0\}.$$

Dire se $A \subseteq B$ o $B \subseteq A$.

2. Siano A, B, C tre insiemi. Dire se vale

$$(A \cap C) \cup (A \cap B) = A.$$

3. Dire se sono corrette le seguenti uguaglianze fra insiemi

$$\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 2x + 1 \leq 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{5}x + \pi > 0\} = \{1\}.$$

$$\{x \in \mathbb{N} : 51 \text{ divide } x\} \setminus \{x \in \mathbb{N} : 3 \text{ divide } x\} = \emptyset.$$

4. Dire se nell' universo \mathbb{Z} valgono le seguenti implicazioni logiche rispetto alla variabile x , motivando la risposta

1) $x \neq 5 \implies x^2 \neq 25$;

2) $x > 3 \implies x^3 \neq 8$;

3) $x \leq 6 \implies x^2 \leq 36$.

Scrivere la forma contronominale delle tre implicazioni date.

5. Calcola il complementare di

$$F := \{x \in \mathbb{N} : x \geq 7, x \neq 10\}$$

rispetto all'universo \mathbb{N} , esprimendolo, se possibile, per elencazione.

6. Considera $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 1, 3\}$. Dire quanti elementi contiene $A \times B$ e quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

1) $(1, 1) \in A \times B$;

2) $(1, 1) \in B \times A$;

3) $(4, 2) \in A \times B$;

4) $(3, 3) \in A^2$;

5) $(A \times B) \cap (B \times A)$ e' un singolo.

Determina esprimendolo, se possibile, per elencazione

$$\{(x, y) \in A \times B : x \neq y\}.$$

7. Si consideri l'affermazione \mathcal{P} seguente:

$$\exists a \in \mathbb{N} \text{ tale che } \forall x \in \mathbb{Q}, 3x - ax = 0$$

Scrivere la sua negazione e stabilire se sia vera \mathcal{P} o non \mathcal{P} .

8. Si consideri l'operazione in $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ data, per ogni $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, da

$$(a, b) * (c, d) = (ac - bd, ad + bc).$$

- 1) Provare che $(1, 0)$ e' il suo elemento neutro;
- 2) Provare che $*$ e' commutativa;
- 3) trovare l'inverso di $(a, b) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ rispetto a $*$;
- 4) calcolare $(2, \sqrt{2}) * (\sqrt{2}, -3)$;
- 5) calcolare l'inverso di $(-1, 3)$.