Homework 2 - Algebra Lineare

(Prof.ssa D. Bubboloni)
Assegnato 19 Ottobre 2019 - consegna giovedi' 24 Ottobre 2019.
Correzione da parte del tutor, pomeriggio del 24.

1. Dire se sussiste la seguente uguaglianza

$$\mathrm{Span}\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\4\\2\end{pmatrix}\right\}=\mathrm{Span}\left\{\begin{pmatrix}-1\\6\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}\right\}$$

2. Dire perche' il vettore

$$\begin{pmatrix}7\\-1\\18\\7\end{pmatrix}$$

non e' sicuramente esprimibile come combinazione lineare dei vettori

$$\begin{pmatrix}1\\4\\0\\-4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\8\\0\\5\end{pmatrix},\begin{pmatrix}9\\4\\0\\13\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-2\\4\\0\\-12\end{pmatrix}$$

3. Provare che i seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$ sono indipendenti

$$\begin{pmatrix}-1\\4\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$$

Alla luce di quanto provato, si puo' dire che sono anche una base?

4. Sia V uno spazio vettoriale sul campo F. Provare che si ha $\lambda v = 0 \in V$ se e solo se $\lambda = 0$ oppure $v = 0$.

5. Dire se i seguenti polinomi formano una base in $\mathbb{R}^{(3)}[x]$

$$x^3-3x^2,\quad x-5,\quad -2x^3+x,\quad x^2-x.$$

Rispondere alla stessa domanda per i polinomi

$$x^3-3x,\quad x-5,\quad -2x^3+x,\quad x^3-x.$$

Infine rispondere alla stessa domanda per i polinomi

$$x^3-3x,\quad x-5,\quad -2x^3+x,\quad x^2-x,\quad x^3+4x^2-6x+8$$

6. Provare che i seguenti vettori di $\mathbb{Q}^3$,

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

sono dipendenti ed esprimerne uno come combinazione lineare dei restanti.

7. Elencare gli elementi dello spazio vettoriale $V = F_2^3$. Dire se in tale spazio vettoriale sono dipendenti o no i vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$