

Cenni di meccanica

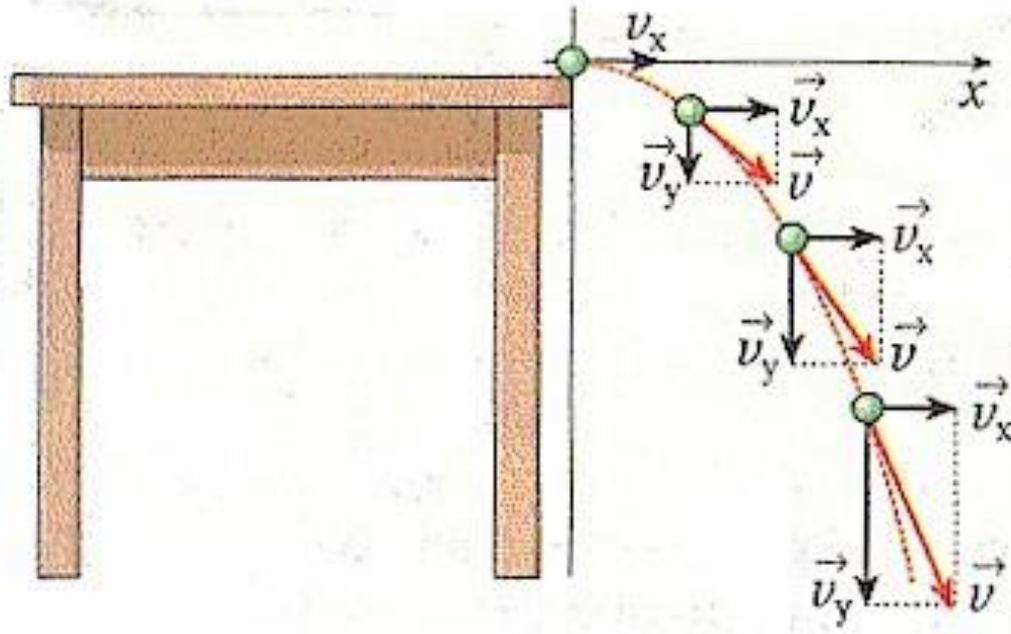
Cenni di Meccanica (*studio del moto dei corpi*)

Cinematica: descrizione di COME avviene il moto

Dinamica: descrizione delle CAUSE del moto

Traiettoria

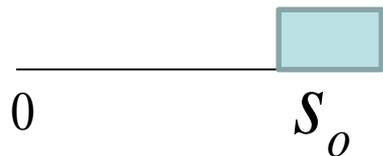
La **traiettoria** è un insieme di punti del piano o dello spazio corrispondenti alle posizioni di un corpo in moto in istanti di tempo successivi.



Legge oraria

La **legge oraria** è una relazione che lega tra loro il **tempo t** e la **posizione s** occupata dal corpo in quell'istante di tempo.

Alla stessa traiettoria possono corrispondere leggi orarie diverse, a conferma del fatto che traiettoria e legge oraria sono due concetti totalmente indipendenti.



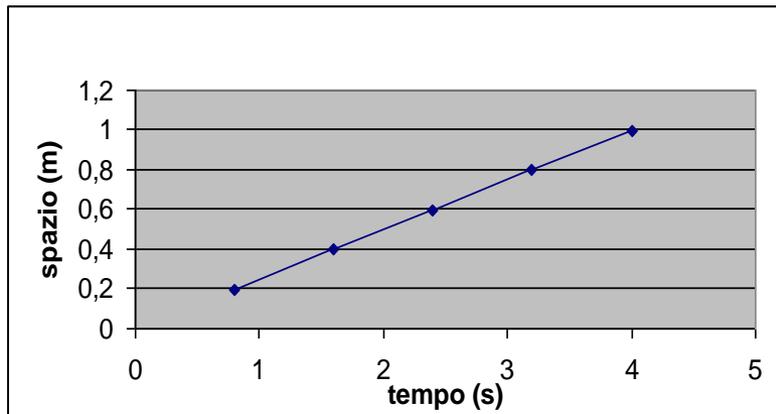
Moto rettilineo uniforme

Moto uniforme: è il moto di un corpo che compie spostamenti uguali in intervalli di tempo uguali.

Moto rettilineo: è il moto di un corpo la cui traiettoria è una linea retta.

Moto rettilineo uniforme: è il moto di un corpo che risulta simultaneamente rettilineo ed uniforme.

S totale (m)	t totale (s)	v = s/t (m/s)
0,2	0,8	0,25
0,4	1,6	0,25
0,6	2,4	0,25
0,8	3,2	0,25
1	4	0,25

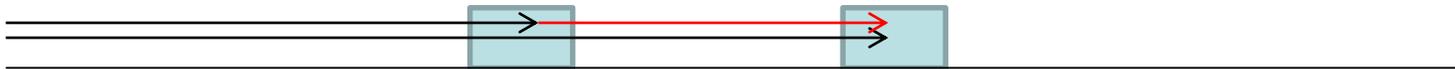


Velocità media e istantanea

La velocità media è una grandezza vettoriale definita come rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato a percorrerlo

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

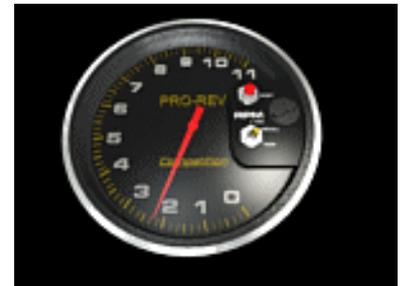
rapidità con cui il vettore spostamento Δx varia nel tempo (t)



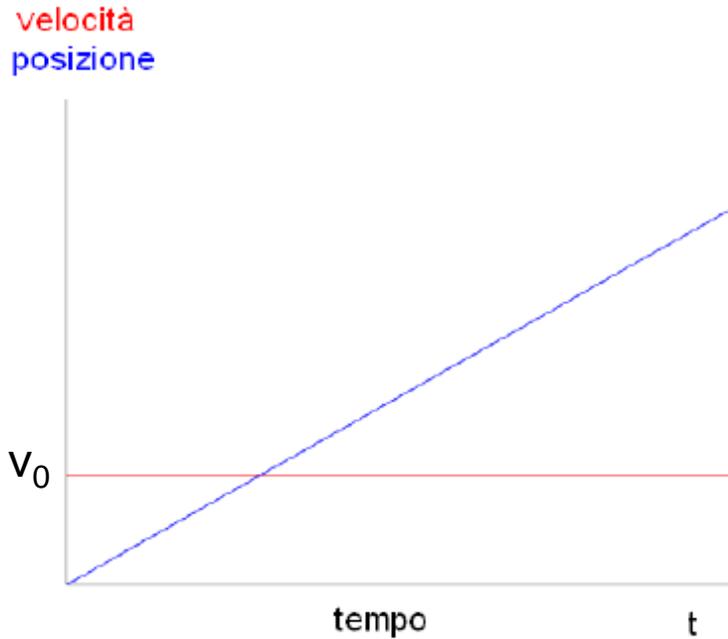
Nel S.I. l'unità di misura della velocità è m/s

Velocità media e istantanea

- Se un punto si muove di moto rettilineo uniforme la sua velocità è costante al passare del tempo e dunque coincide con la velocità media.
- Che cosa accade invece se la velocità di un punto materiale non è costante?
- In questo caso è utile introdurre il concetto di **velocità istantanea**. E' il valore della velocità calcolata in un preciso istante di tempo t
- Ha senso parlare di velocità media?
- Sì. Essa è quella velocità che il punto dovrebbe mantenere costantemente per percorrere nello stesso intervallo di tempo Δt la stessa distanza Δs .
- Supponiamo di essere in automobile.
- La velocità istantanea è quella indicata istante per istante dal tachimetro



Moto rettilineo uniforme



$$s = s_0 + v_0 \cdot t$$

$$v = v_0$$

Accelerazione



\vec{v}

Varia nel tempo

Accelerazione: grandezza vettoriale definita come variazione di velocità in un certo intervallo di tempo

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

L'unità di misura è il m/s^2

Ricorda che: spostamento, velocità ed accelerazione hanno nel moto rettilineo la stessa direzione

Accelerazione

- Esempio
- Un'automobile è ferma al semaforo rosso. Quando scatta il verde parte e dopo 8 secondi ha raggiunto la velocità di 40 km/h. Quanto vale l'accelerazione media?
- Risposta
- Trasformiamo la velocità da km/h in m/s
- $v = 40 \text{ km/h} = 40 \cdot 10^3 \text{ m} : 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 11,11 \text{ m/s}$
- Se l'automobile era ferma al semaforo, significa che la sua velocità all'istante iniziale $t_1 = 0 \text{ s}$ era uguale a zero
- All'istante $t_2 = 8 \text{ s}$ la velocità diventa $11,11 \text{ m/s}$
- Pertanto, applicando la formula

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{11,11 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{11,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8 \text{ s}} = 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Accelerazione

- Conclusioni
- Cosa significa che l'accelerazione media è stata di $1,39 \text{ m/s}^2$?
- Risposta
- Significa che mediamente al trascorrere di ogni secondo la velocità è aumentata di $1,39 \text{ m/s}$
- Qual è l'unità di misura dell'accelerazione nel S.I.?
- L'unità di misura dell'accelerazione nel Sistema Internazionale è il (metro al secondo quadrato) $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Decelerazione

- Quando la velocità finale è minore della velocità iniziale, la variazione di velocità Δv diventa negativa. Si parla allora di decelerazione.
- Significa che il punto materiale sta rallentando, cioè sta frenando.
- Esempio
- Un'automobile viaggia ad una velocità di 20 m/s quando l'autista avverte un pericolo ed inizia a frenare. Dopo 5 s l'automobile è ferma. Calcolare la accelerazione.
- Svolgimento
- La velocità iniziale $v_1 = 20$ m/s
- La velocità finale $v_2 = 0$ m/s poiché l'automobile è ferma

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{-20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

- Raramente i movimenti che si osservano in natura avvengono con velocità costante.
- Quasi sempre la velocità di un corpo varia continuamente nel tempo.
- Un caso particolare di moto a velocità variabile è **il moto rettilineo uniformemente accelerato**.
- **Moto= movimento**
- **Rettilineo= traiettoria rettilinea**
- **Uniformemente accelerato= accelerazione costante**
- Il moto rettilineo uniformemente accelerato è il movimento di un punto materiale lungo una traiettoria rettilinea che avviene con accelerazione costante.
- Poiché la accelerazione media è definita come
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
- significa che nel moto uniformemente accelerato le variazioni di velocità sono **direttamente proporzionali** agli intervalli di tempo

Moto rettilineo uniformemente accelerato

- Partiamo dalla formula dell'accelerazione

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

- Se ora poniamo il tempo iniziale $t_1=0$ e per semplicità indichiamo con v_0 la velocità iniziale al tempo iniziale $t_1=0$ e con v la velocità finale v_2 al tempo $t_2=t$ allora la formula diventa

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v - v_0}{t}$$

- Moltiplicando a sinistra e a destra dell'uguale per t si ricava

$$a \cdot t = v - v_0$$

- *Portando v a sinistra e at a destra si ricava*

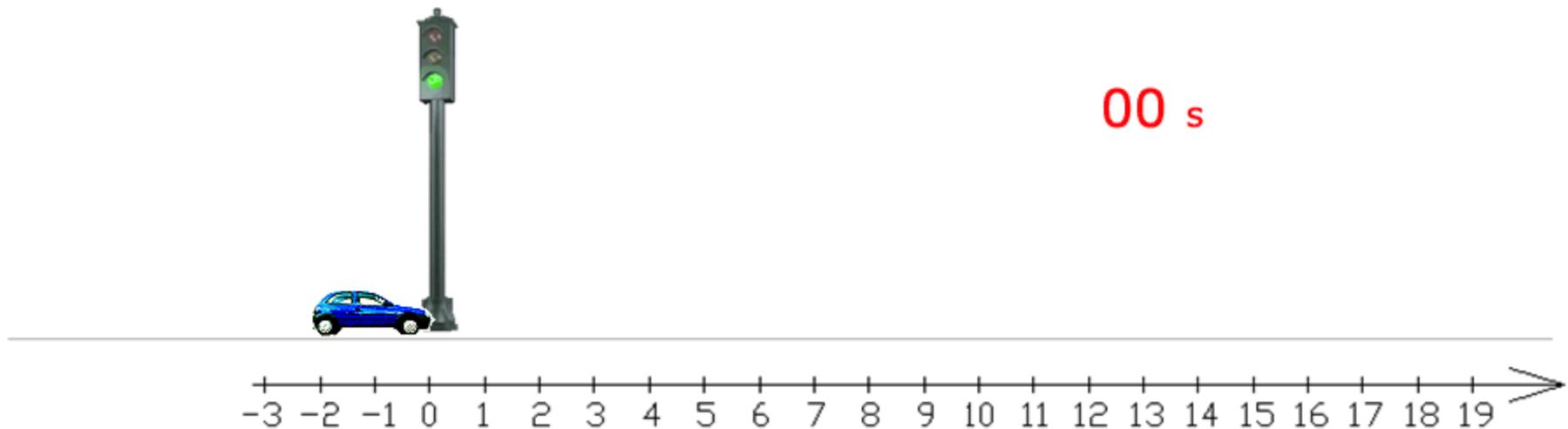
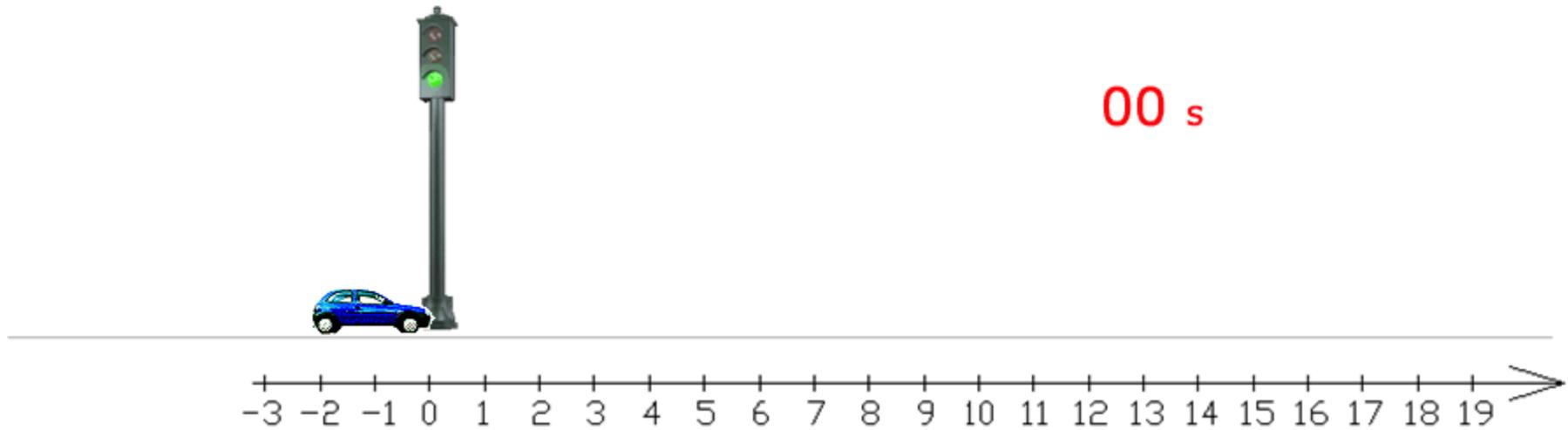
$$v = v_0 + a \cdot t$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

- Questa formula $v = v_0 + a \cdot t$ ci permette di
- calcolare la velocità ad un tempo t di un punto materiale che si muove di moto uniformemente accelerato aggiungendo alla velocità iniziale il prodotto dell'accelerazione per il tempo
- Se il punto materiale parte da fermo la sua velocità iniziale è zero
- E dunque la formula diventa

$$v = a \cdot t$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato



Moto rettilineo uniformemente accelerato

- La legge oraria di un moto ci permette di conoscere in ogni istante la posizione del punto materiale rispetto all'origine del sistema di riferimento.
- Nel caso del moto uniformemente accelerato risulta:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

- S è la posizione del punto all'istante t
- S_0 è la posizione del punto all'istante iniziale $t_0 = 0$
- V_0 è la velocità del punto all'istante iniziale $t_0 = 0$
- a è l'accelerazione subita dal punto materiale
- t è l'istante di tempo generico

Ricapitolando:

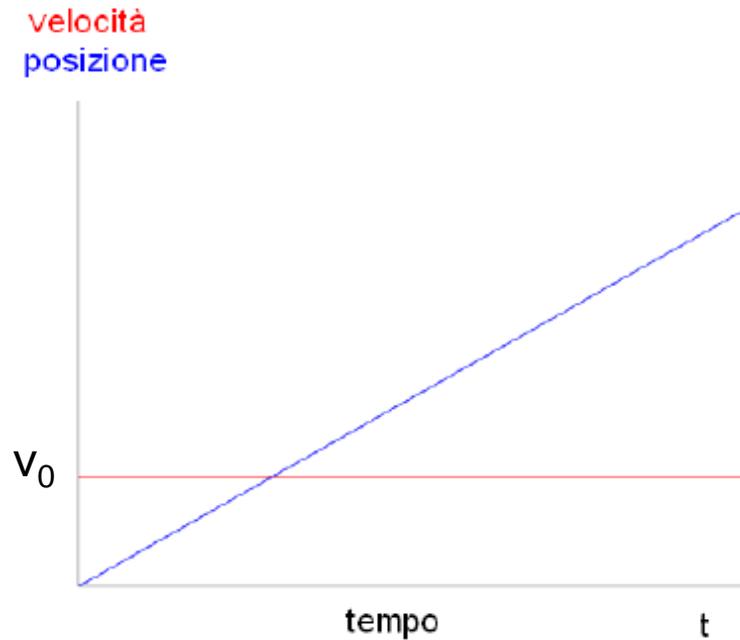
Moto rettilineo: avviene lungo una direzione fissata

Moto uniforme: avviene a velocità $v = \text{costante}$.

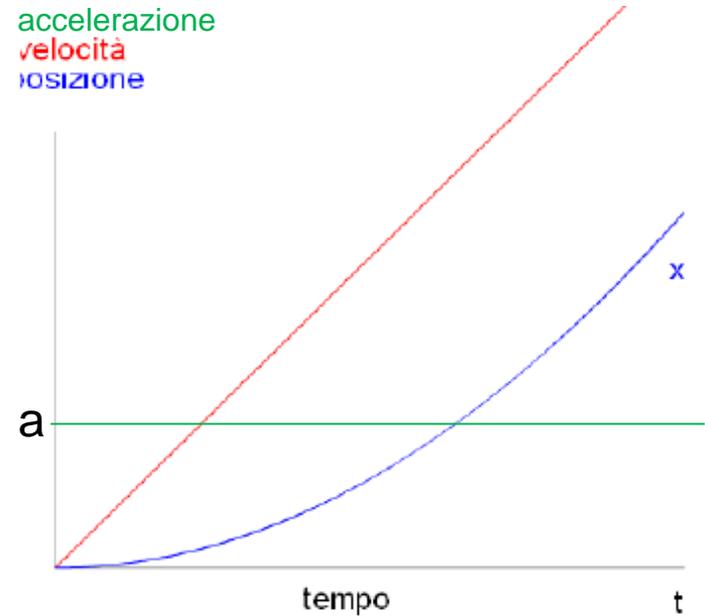
Moto uniformemente accelerato: avviene ad accelerazione $a = \text{costante}$.

Esempio: moto di caduta libera in assenza di attrito

$x(t)$, $v(t)$, $a(t)$



$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t$$
$$v(t) = v_0$$
$$a(t) = 0$$



$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$v(t) = v_0 + a t$$
$$a(t) = a$$

Esempio:

- Un'automobile viaggia ad una velocità di 75 km/h e si trova a 3,250 m dopo il casello autostradale quando l'autista inizia ad accelerare imprimendo all'auto una accelerazione di 2,3 m/s². Quale sarà la velocità dopo 4 secondi e dove si troverà l'auto rispetto al casello autostradale?
- Svolgimento
- Le formule da usare sono:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

- $V_0 = 75 \text{ km/h}$
- $a = 2,3 \text{ m/s}^2$
- $t = 4 \text{ s}$
- $S_0 = 3,250 \text{ m}$

ATTENZIONE:

Non è detto che il vettore accelerazione sia parallelo al vettore velocità

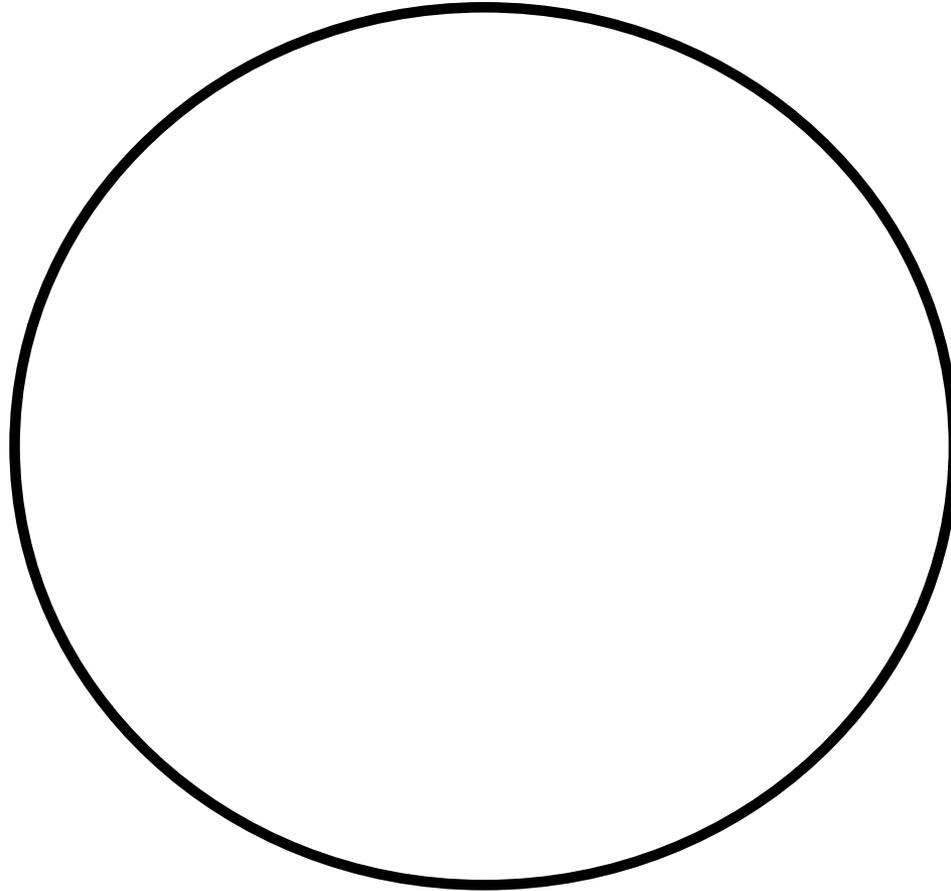
(es.: moto circolare, moto di un proiettile)

E non è detto che il vettore accelerazione sia lungo la direzione del moto

(es.: di nuovo: moto circolare, moto di un proiettile)

Moti nel piano: moto circolare uniforme

Un oggetto si muove di moto circolare uniforme quando:

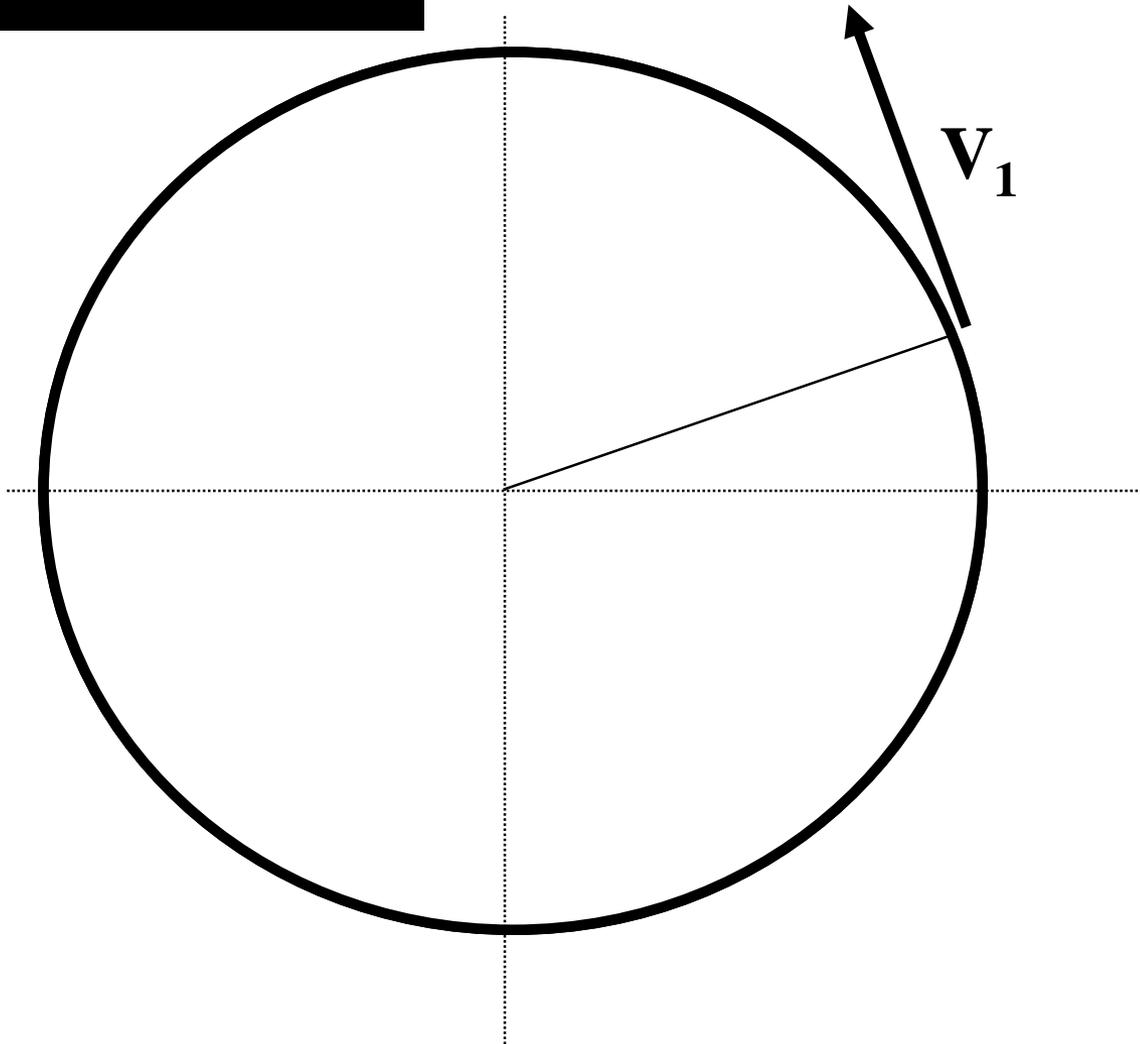


La sua traiettoria è una circonferenza

Moti nel piano: moto circolare uniforme

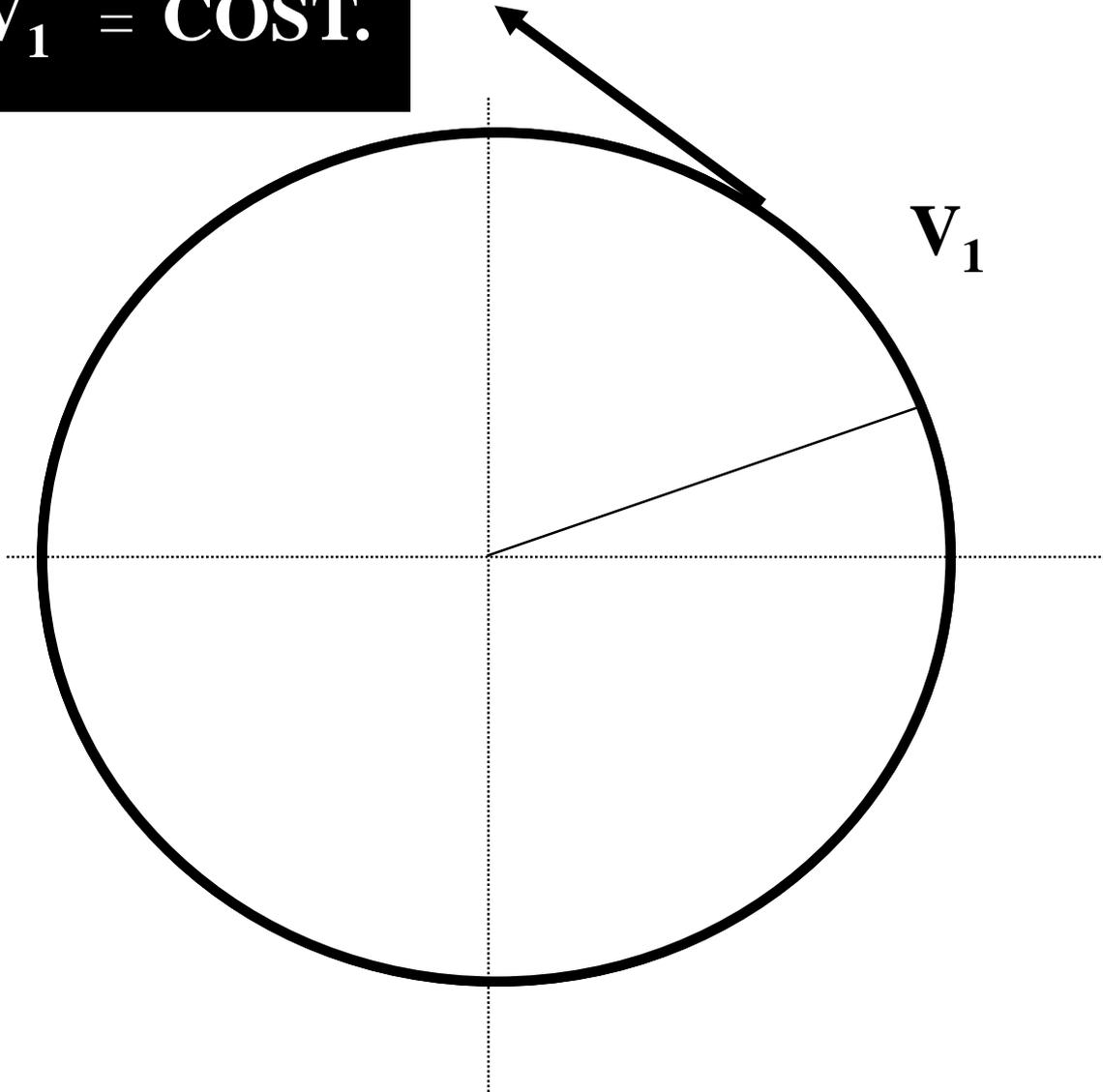
$$V_1 = \text{COST.}$$

Il modulo della velocità
tangenziale è costante



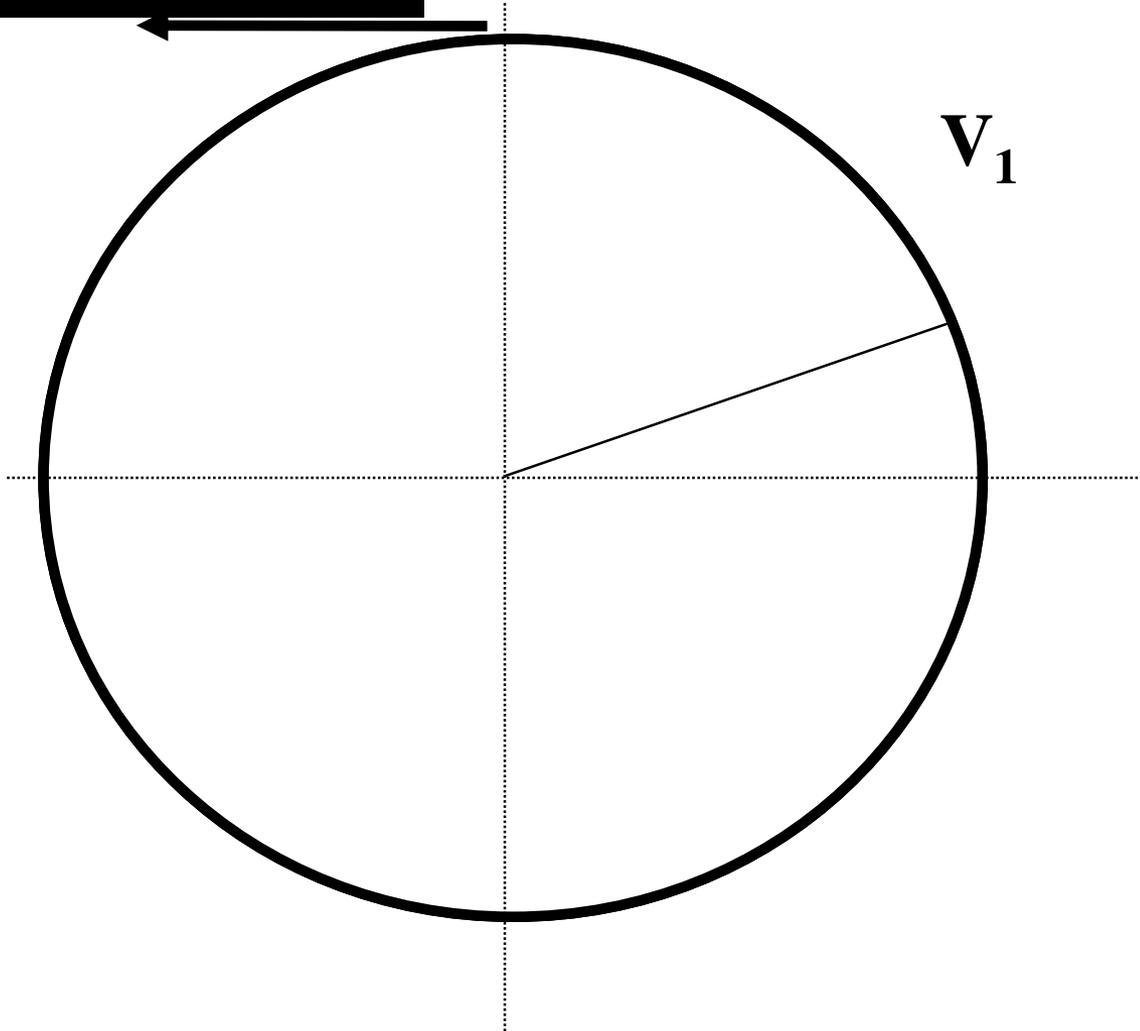
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



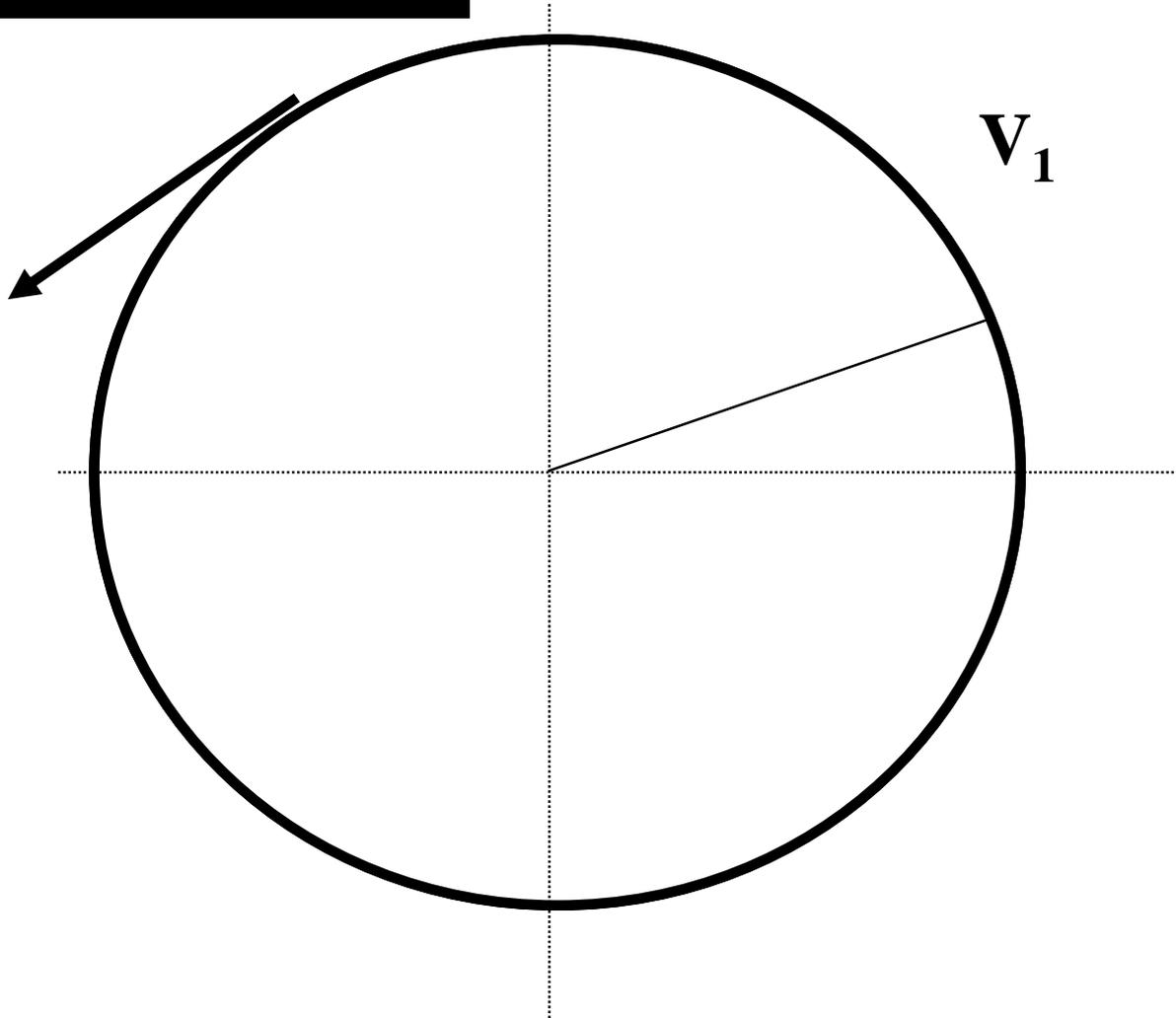
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



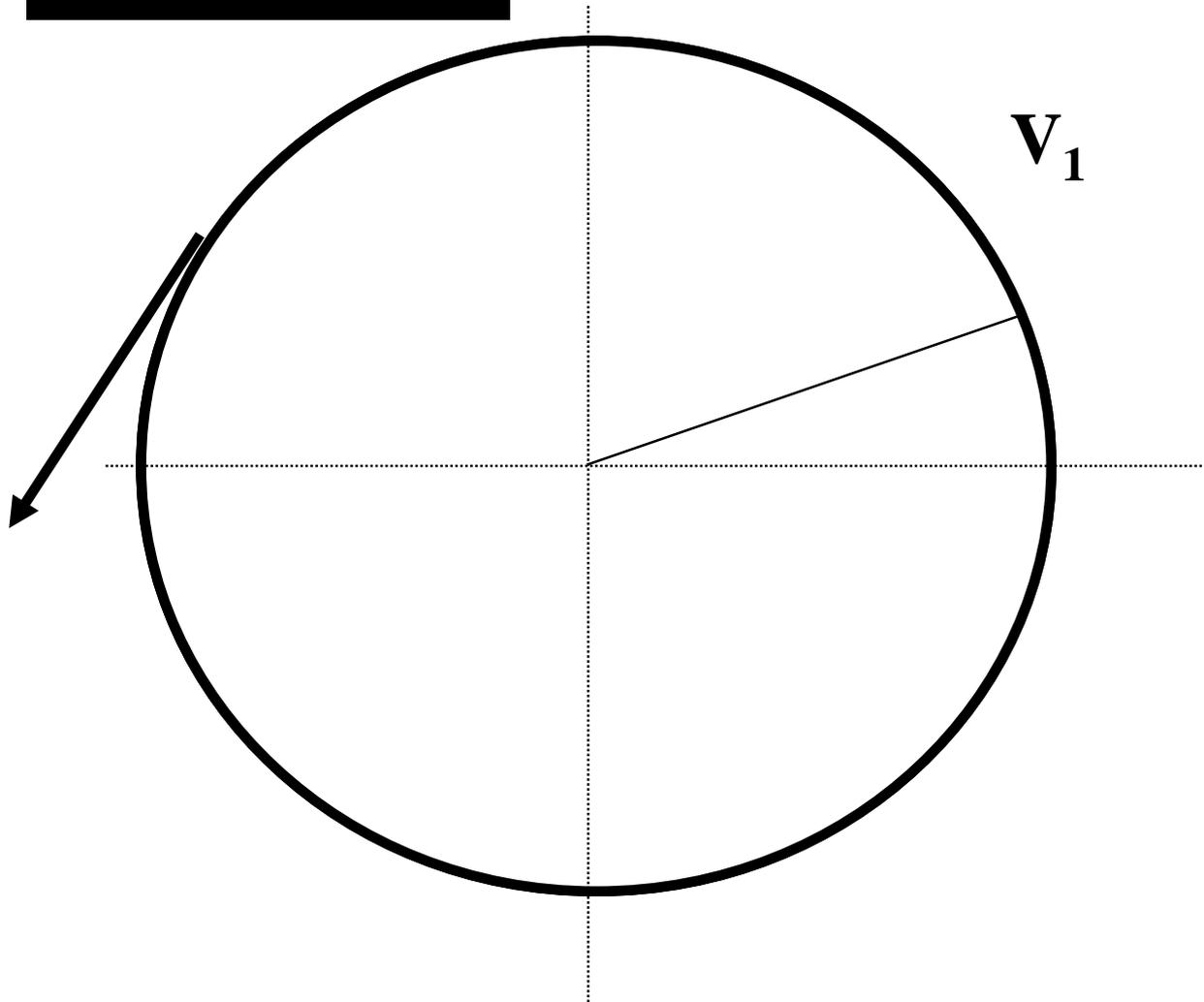
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



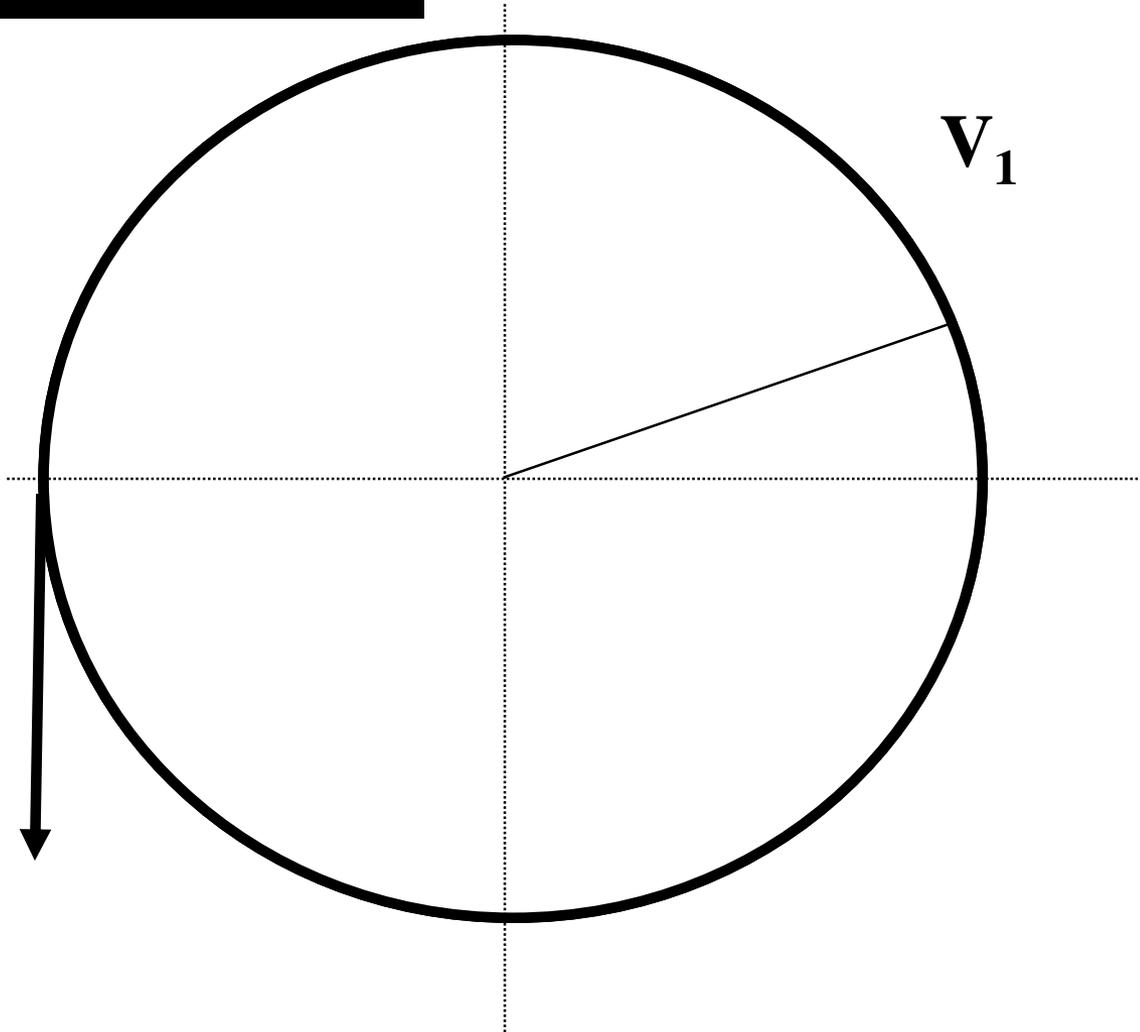
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



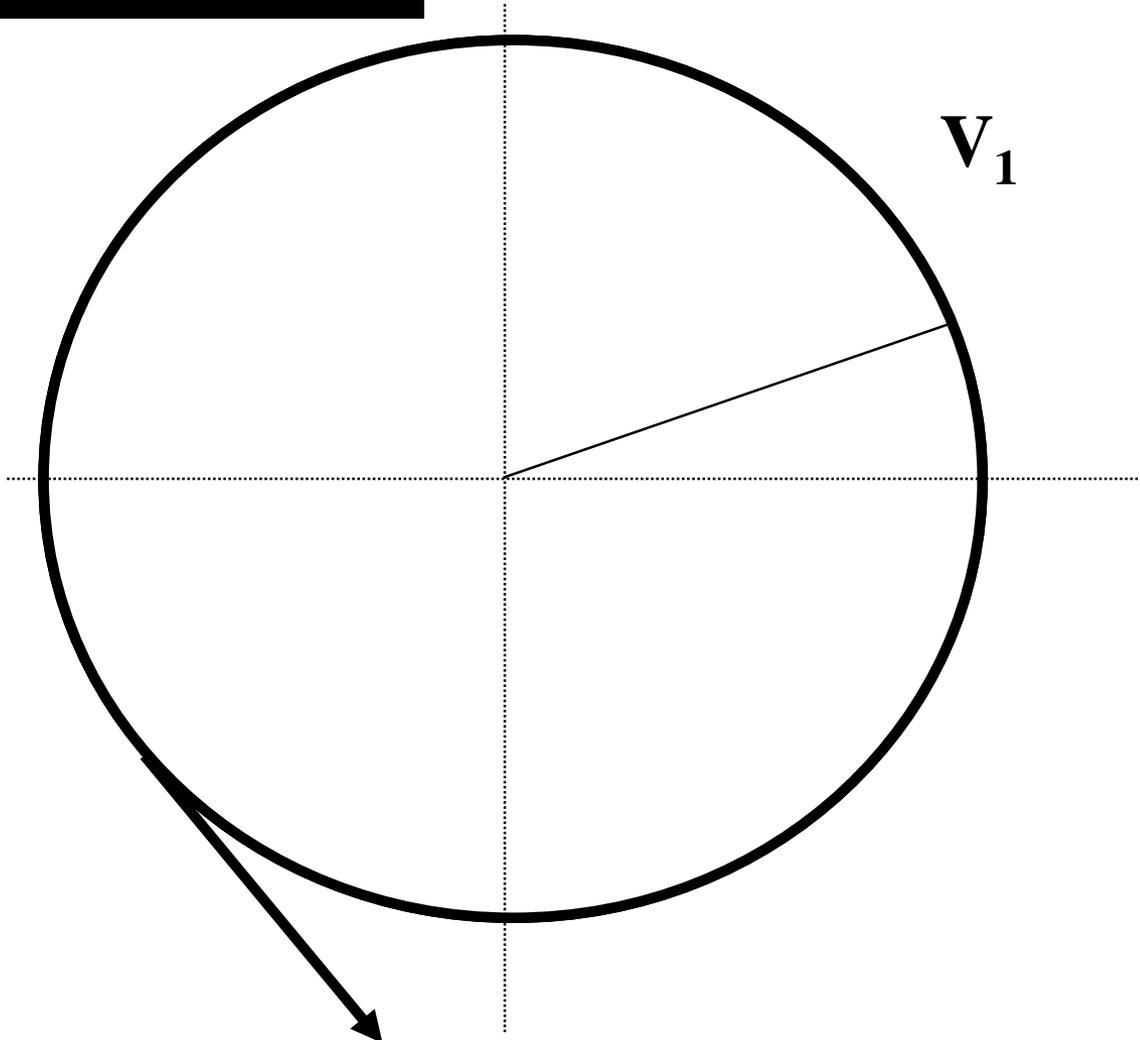
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



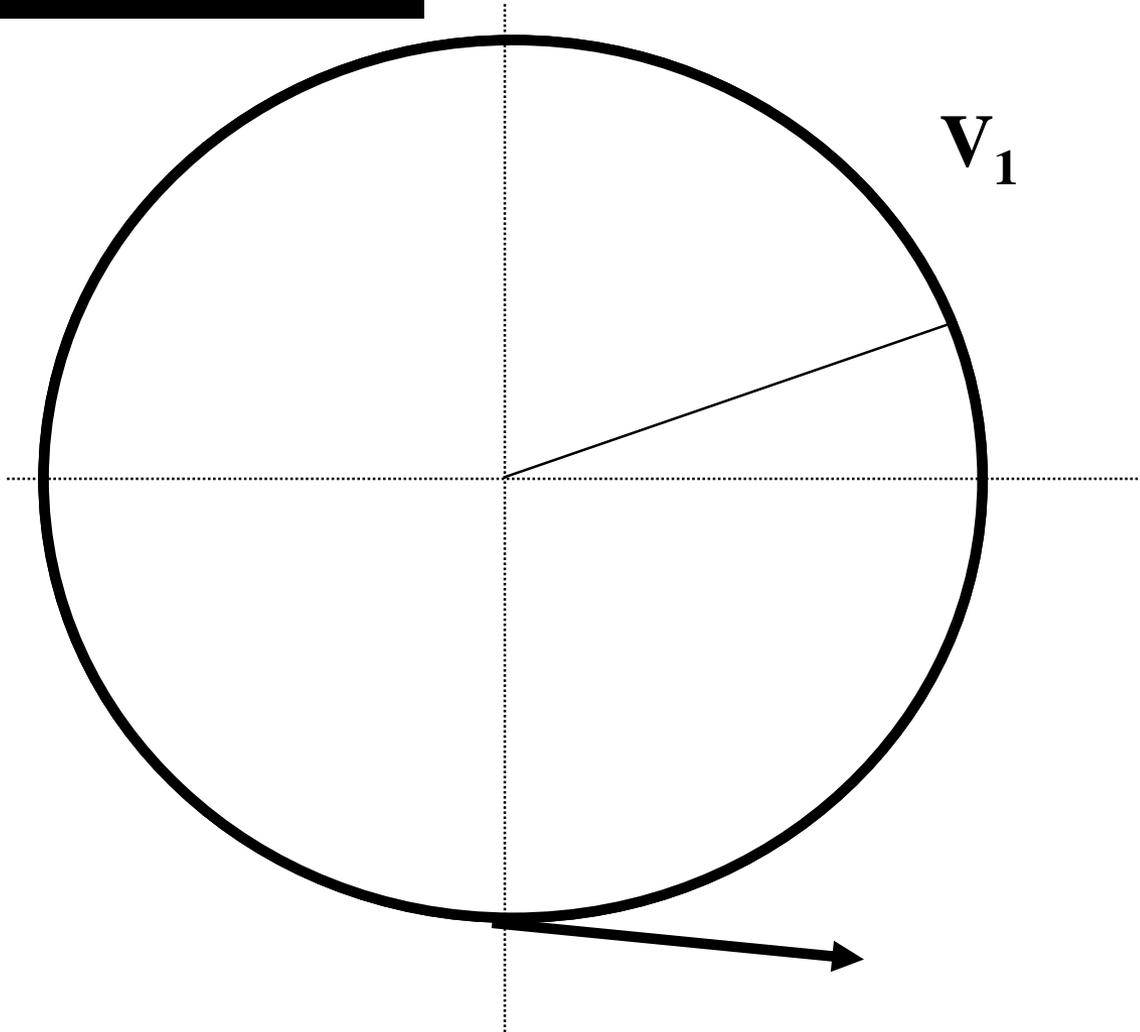
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



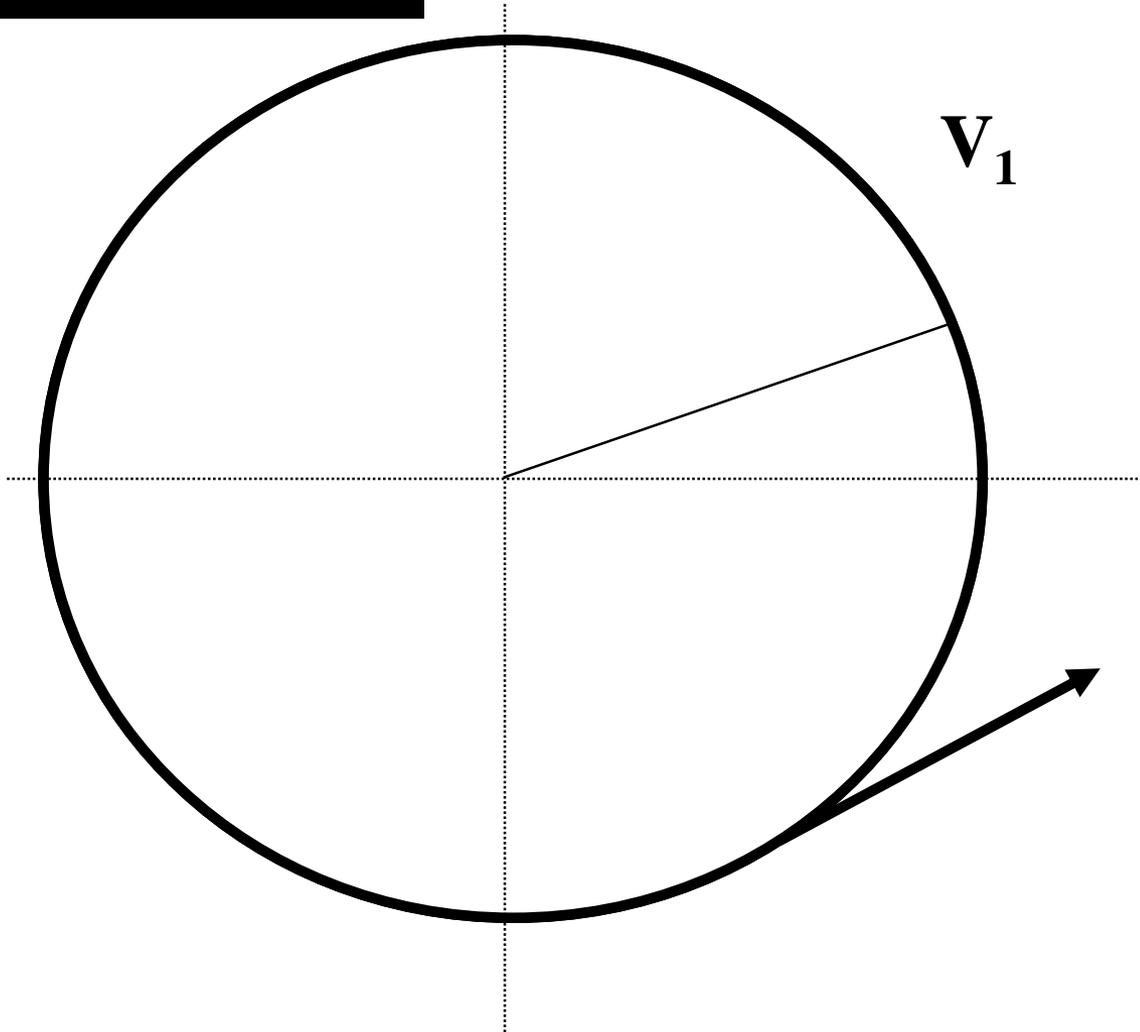
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



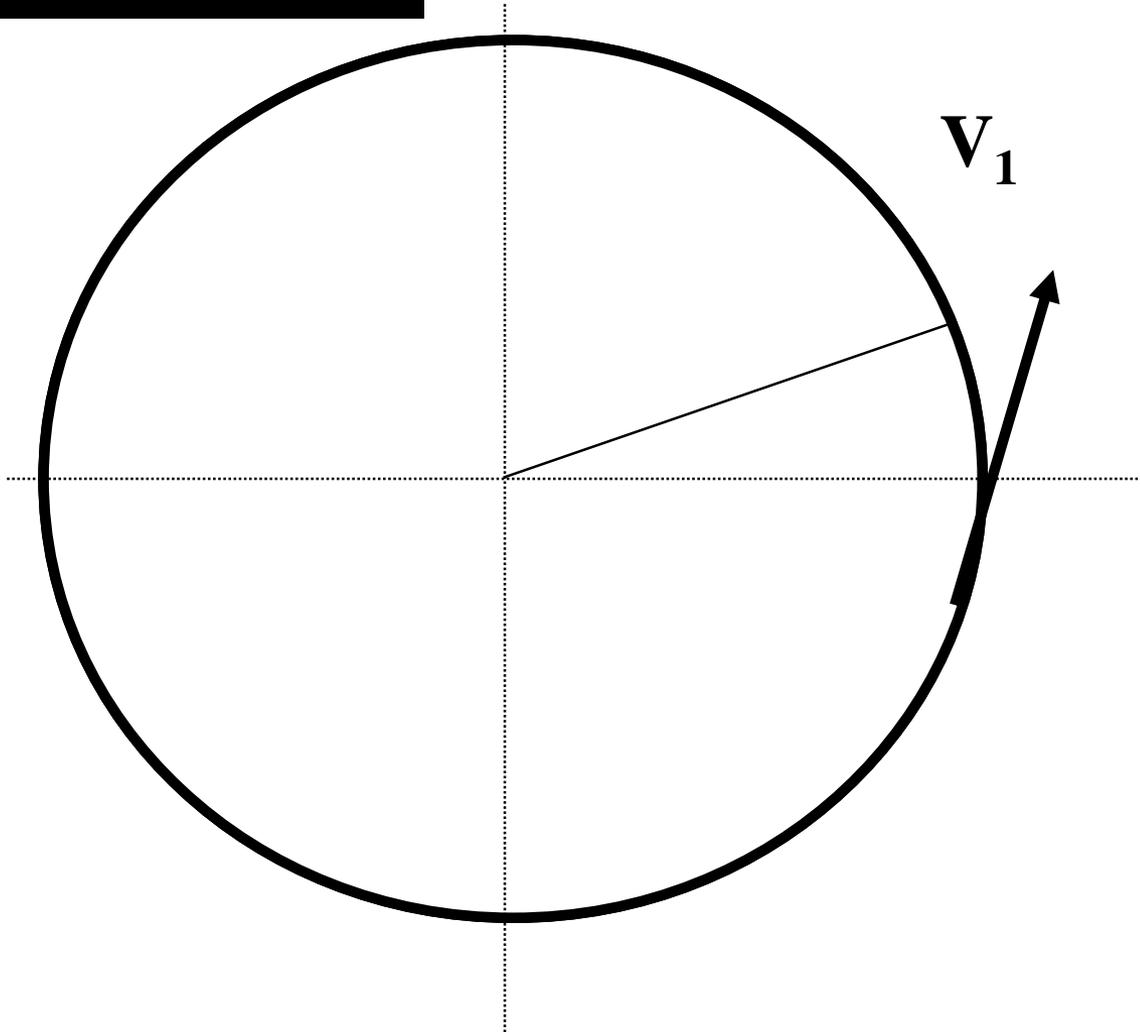
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



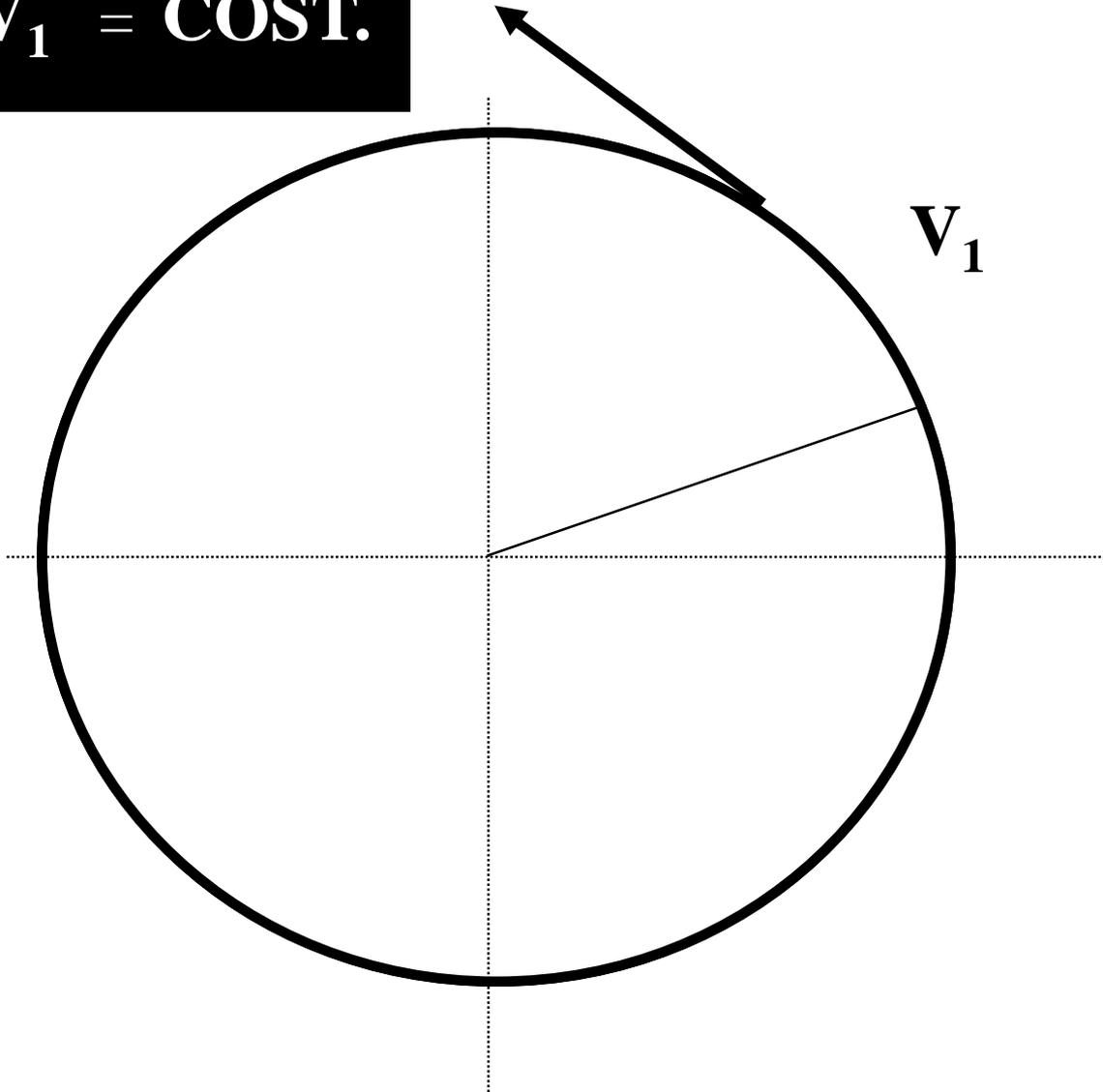
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



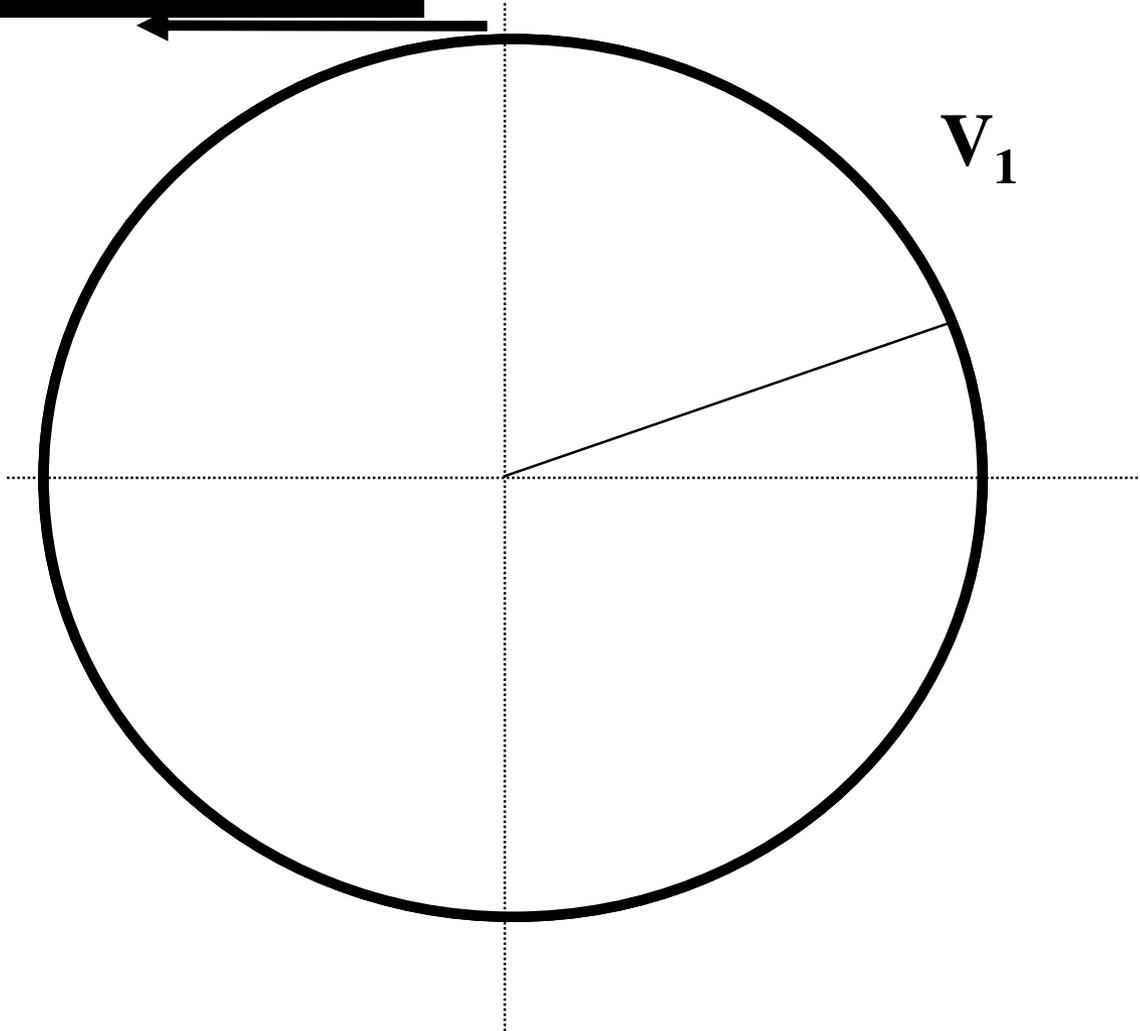
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



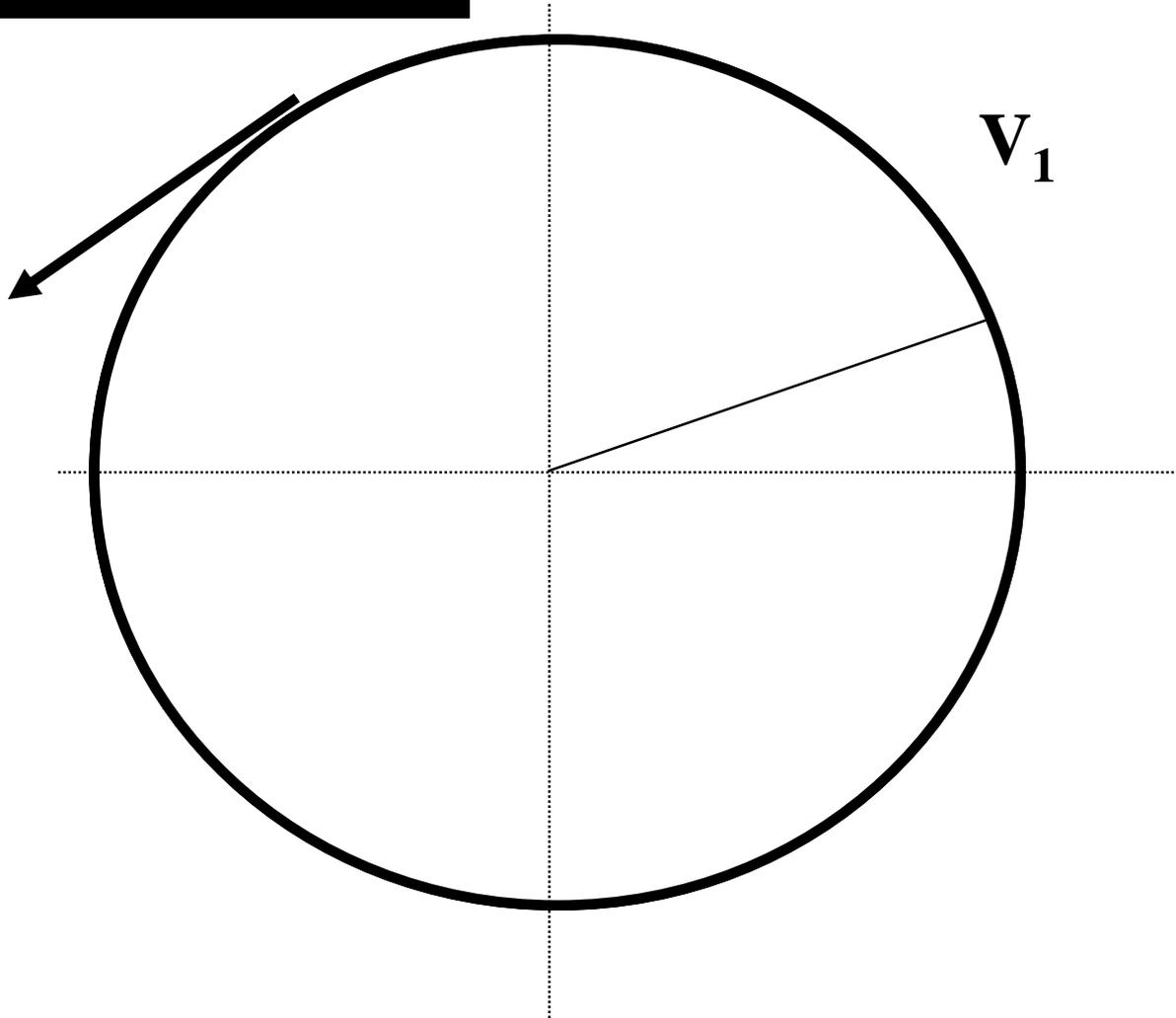
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



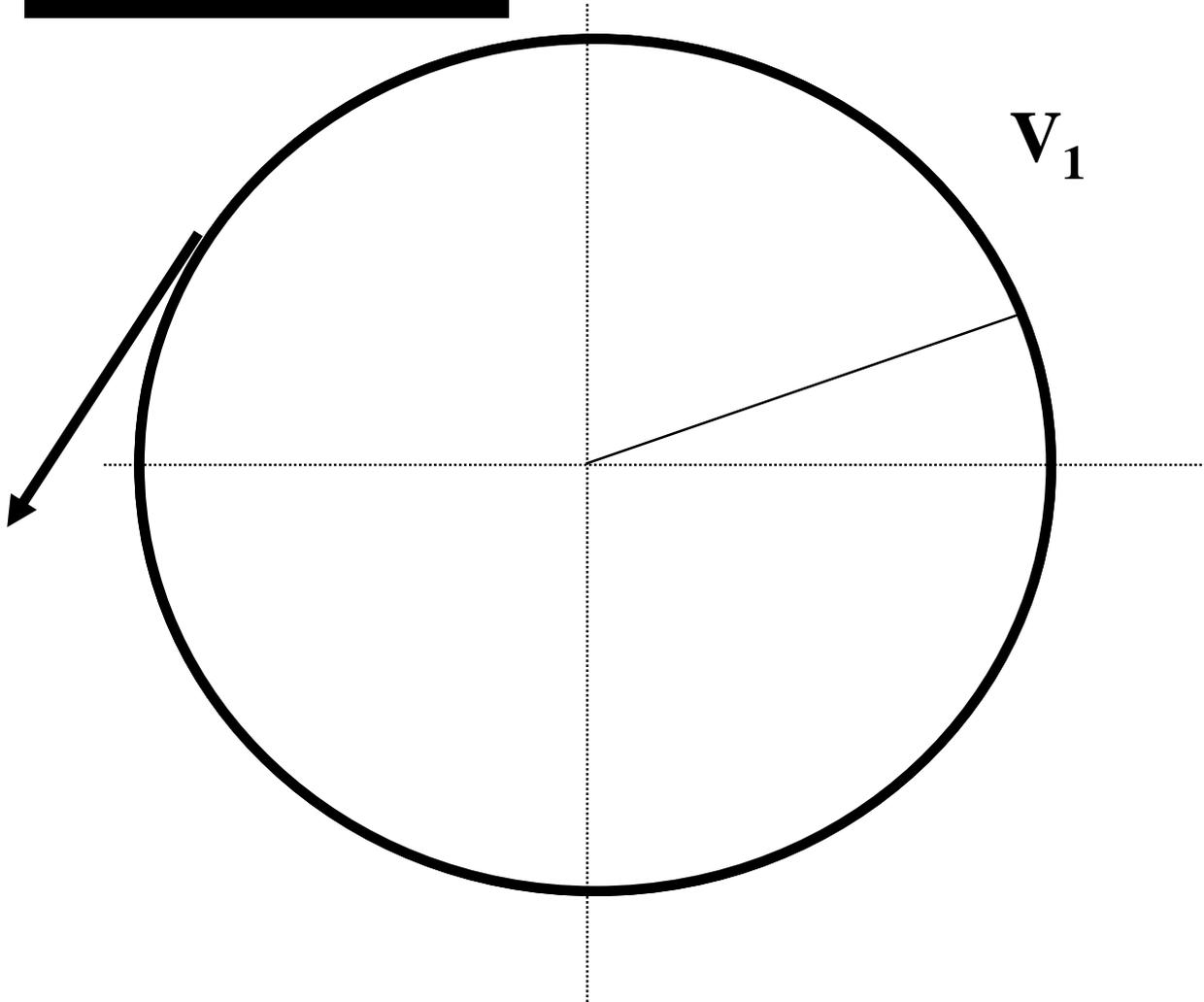
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



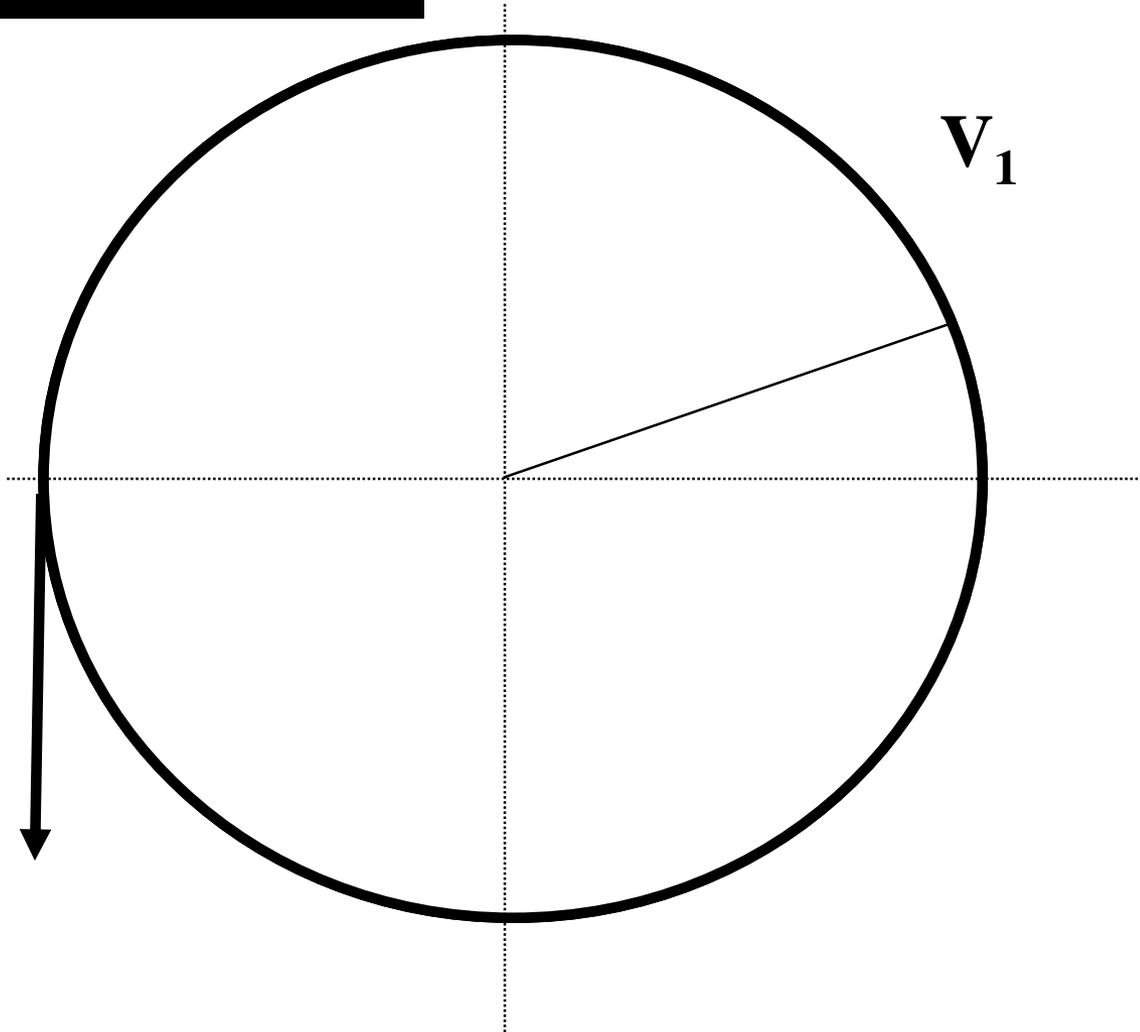
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



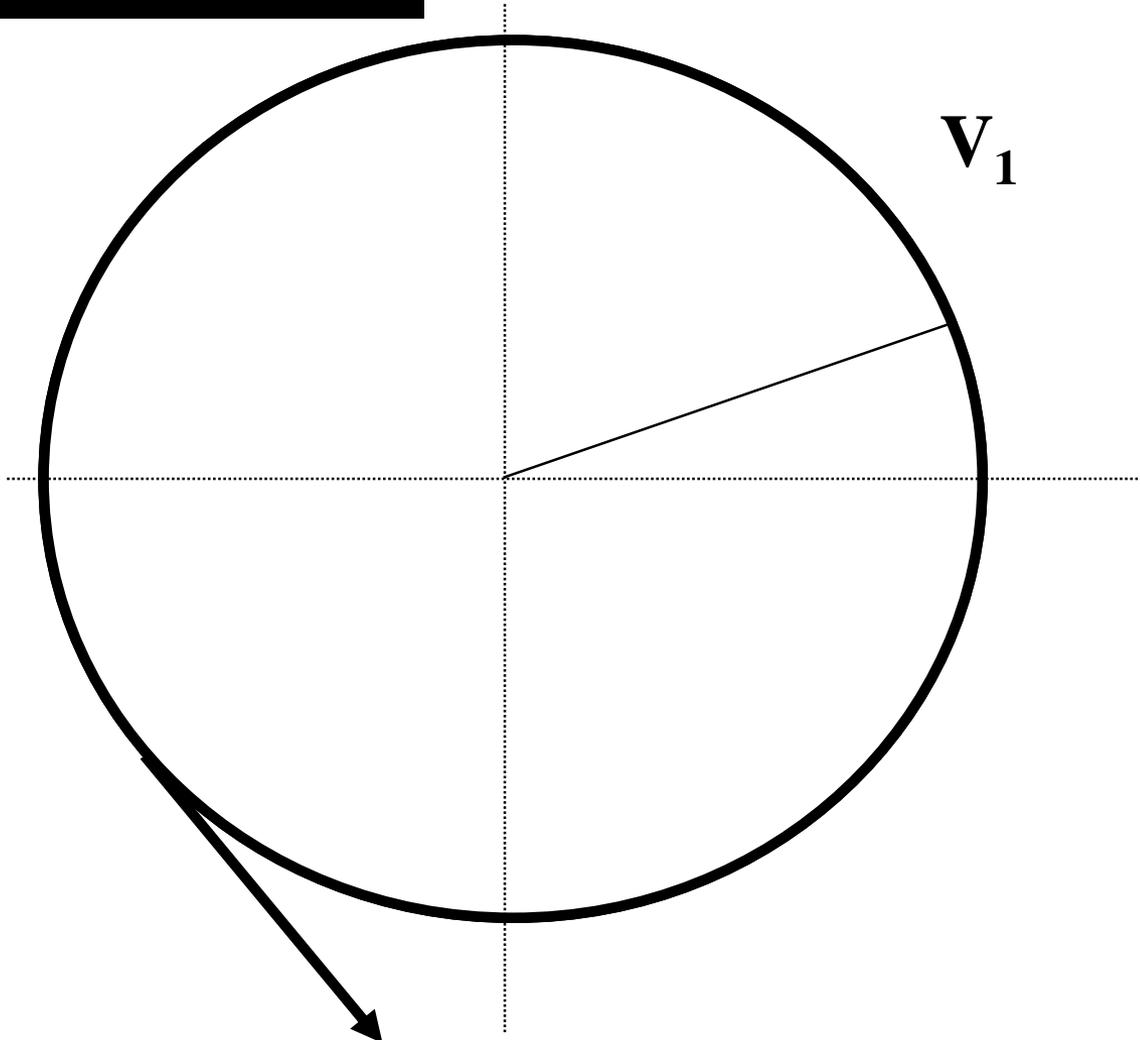
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



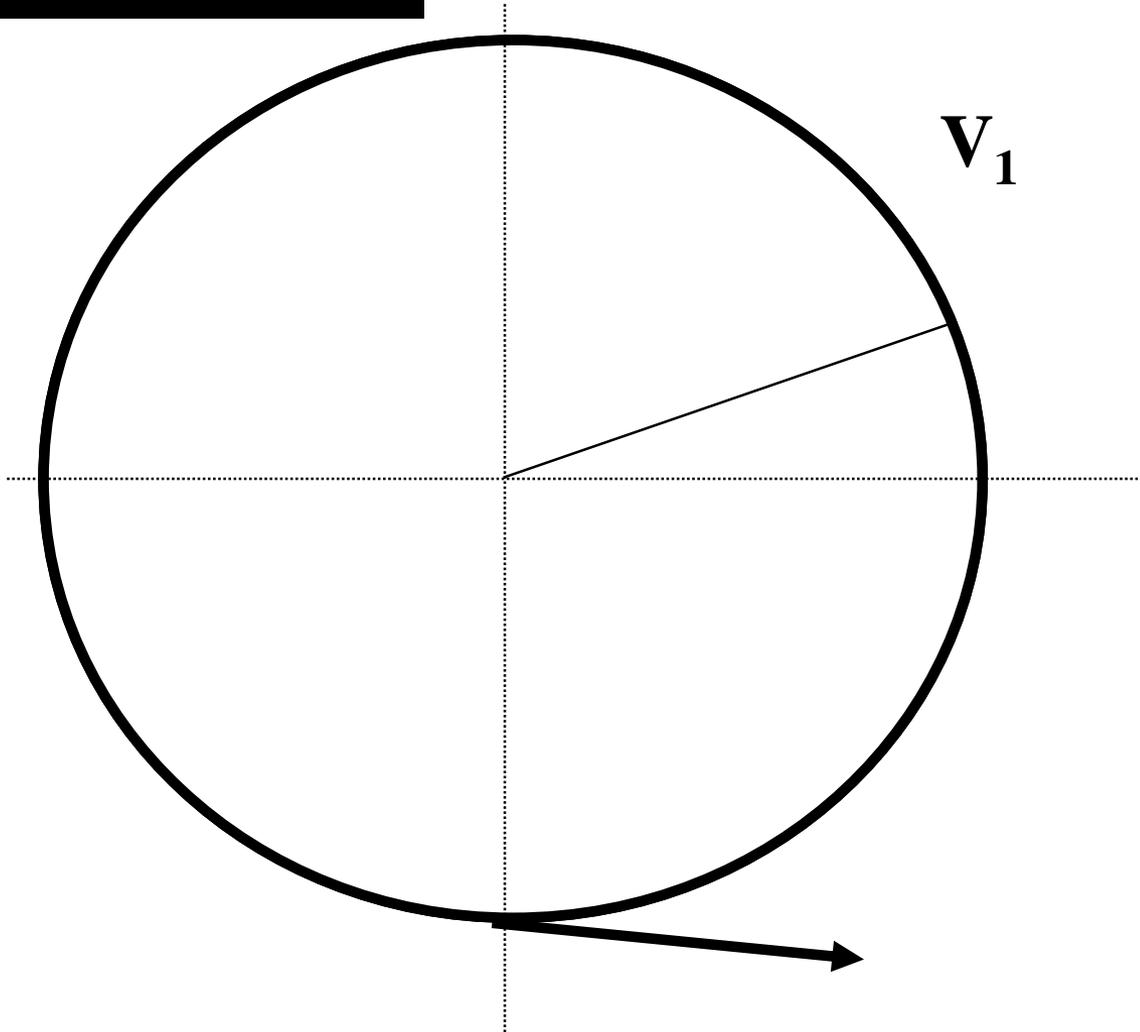
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



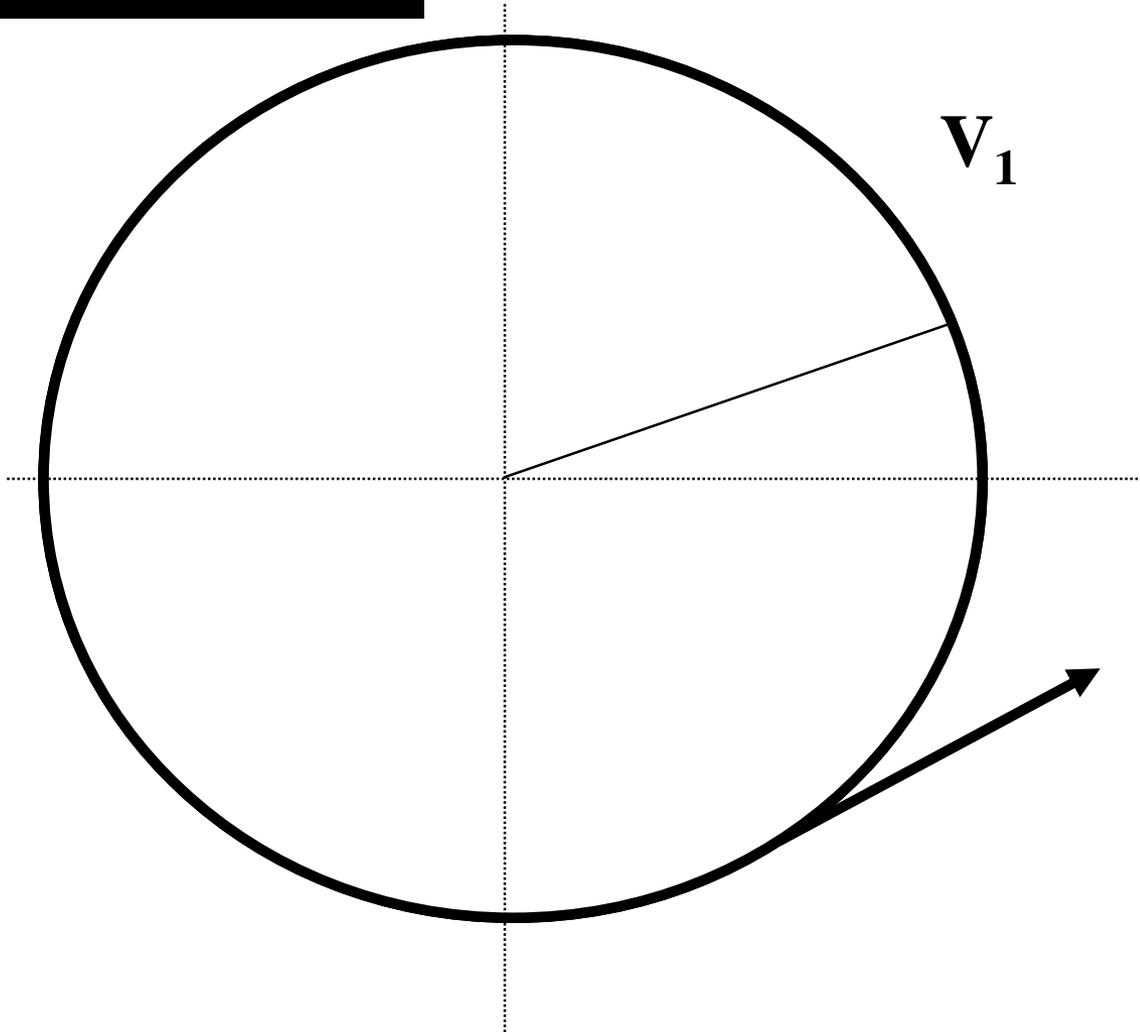
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



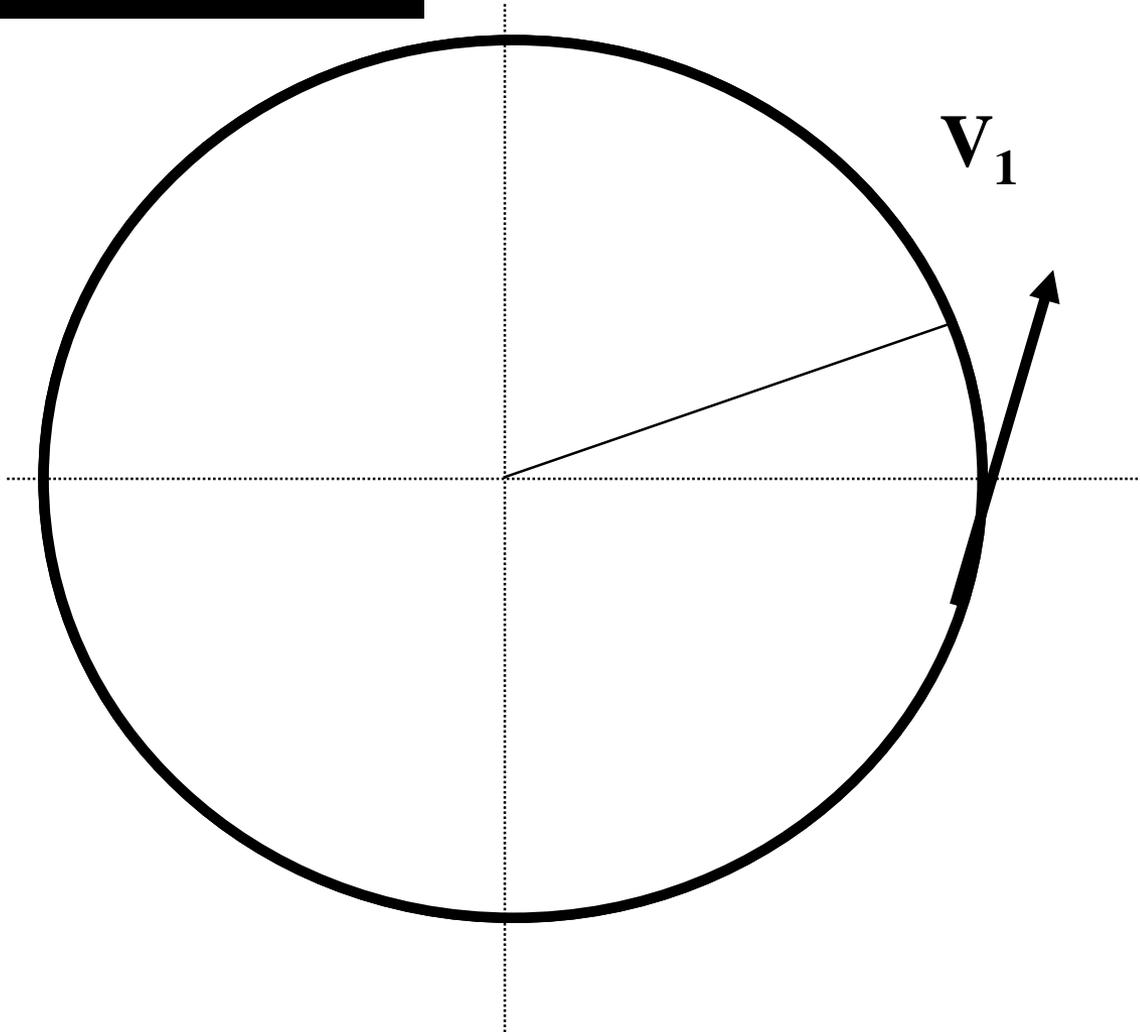
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



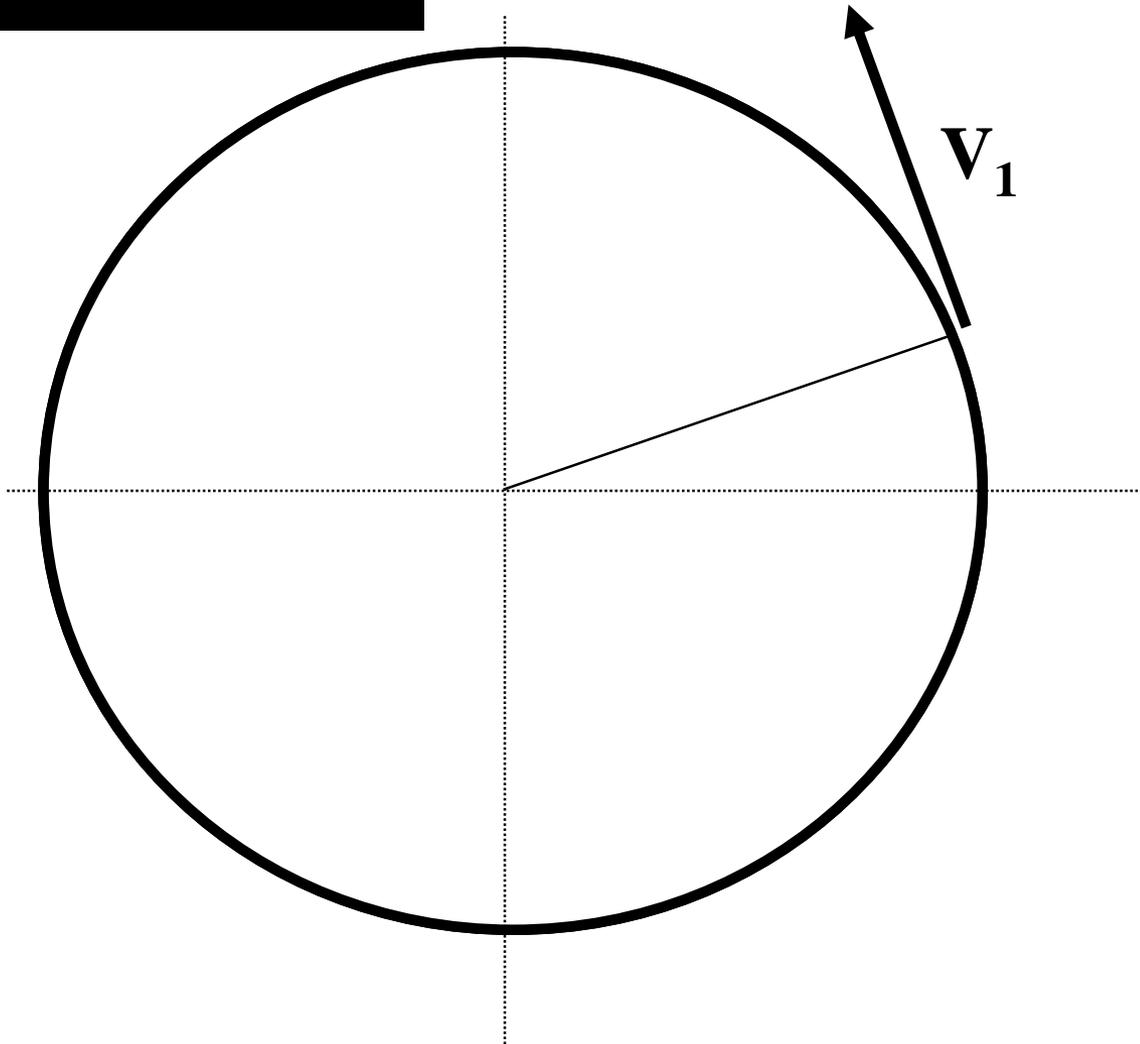
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



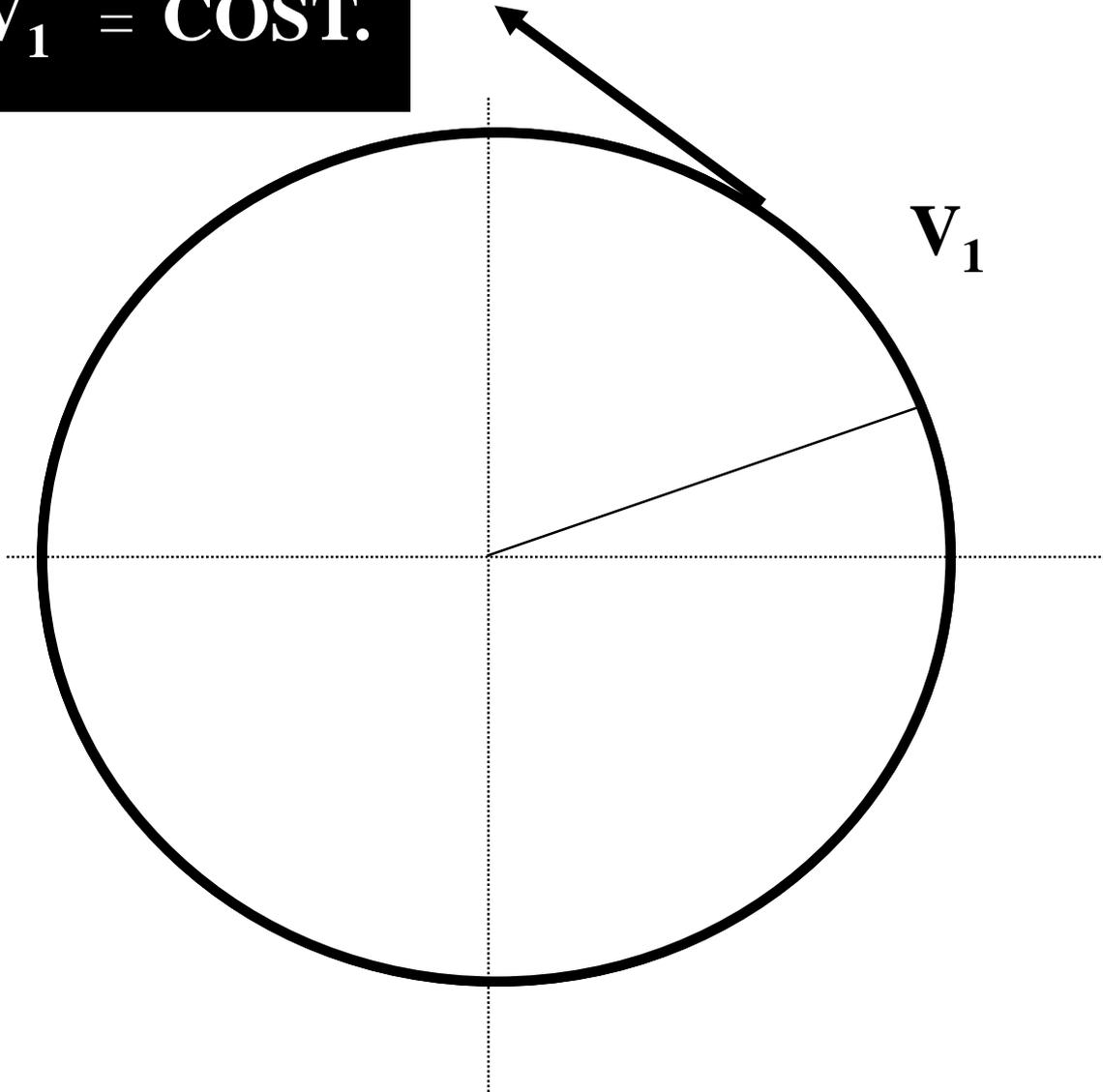
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



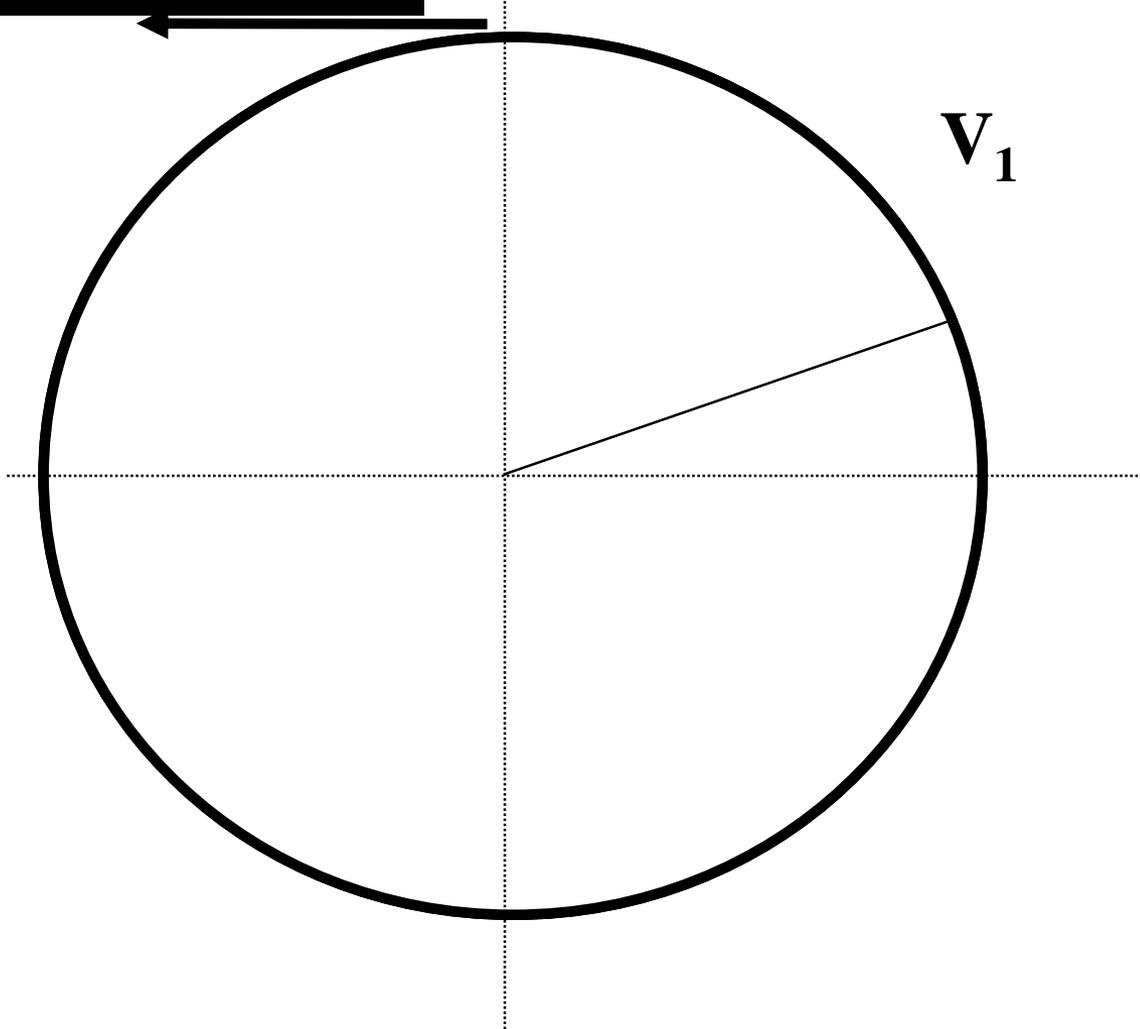
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



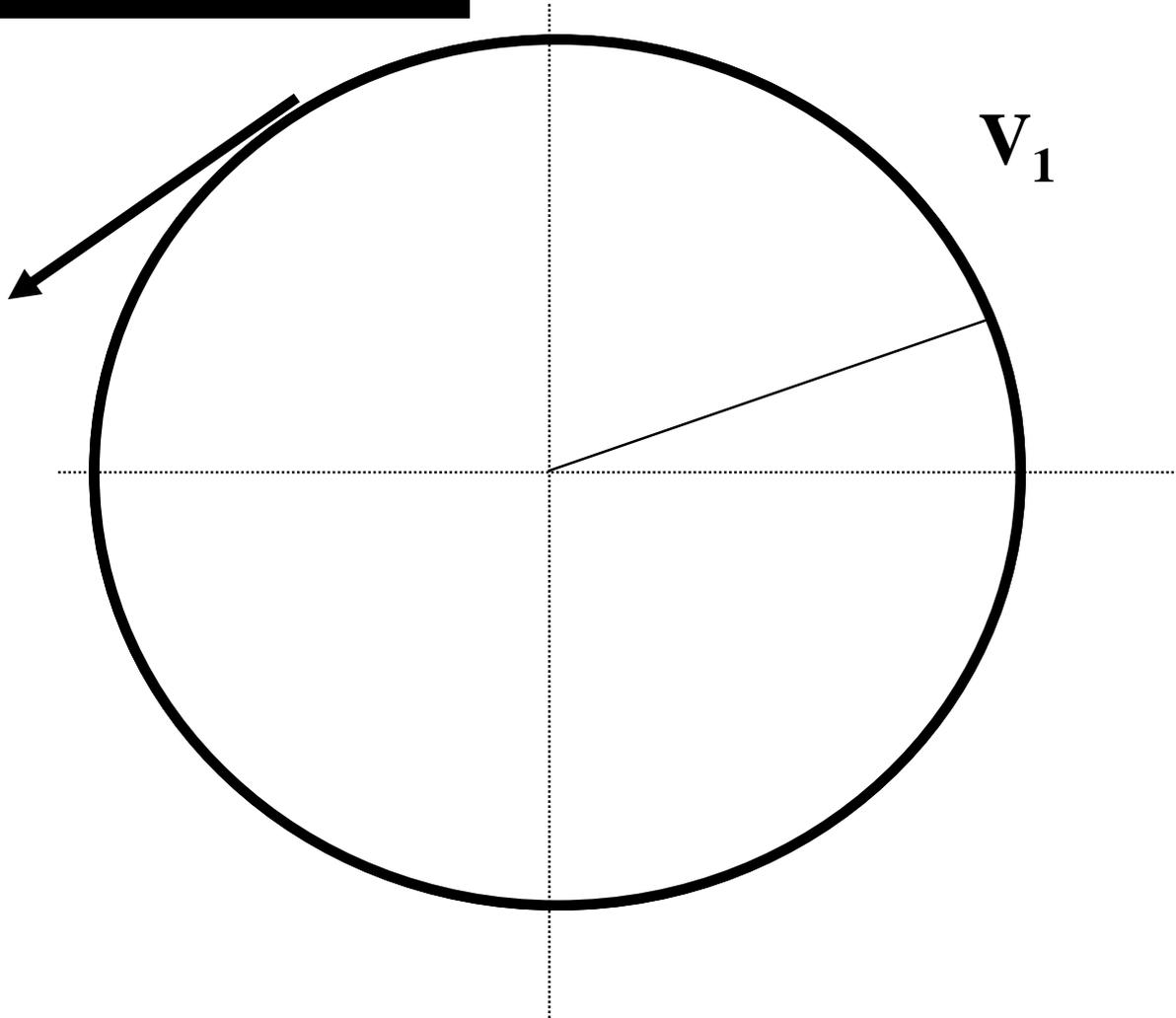
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



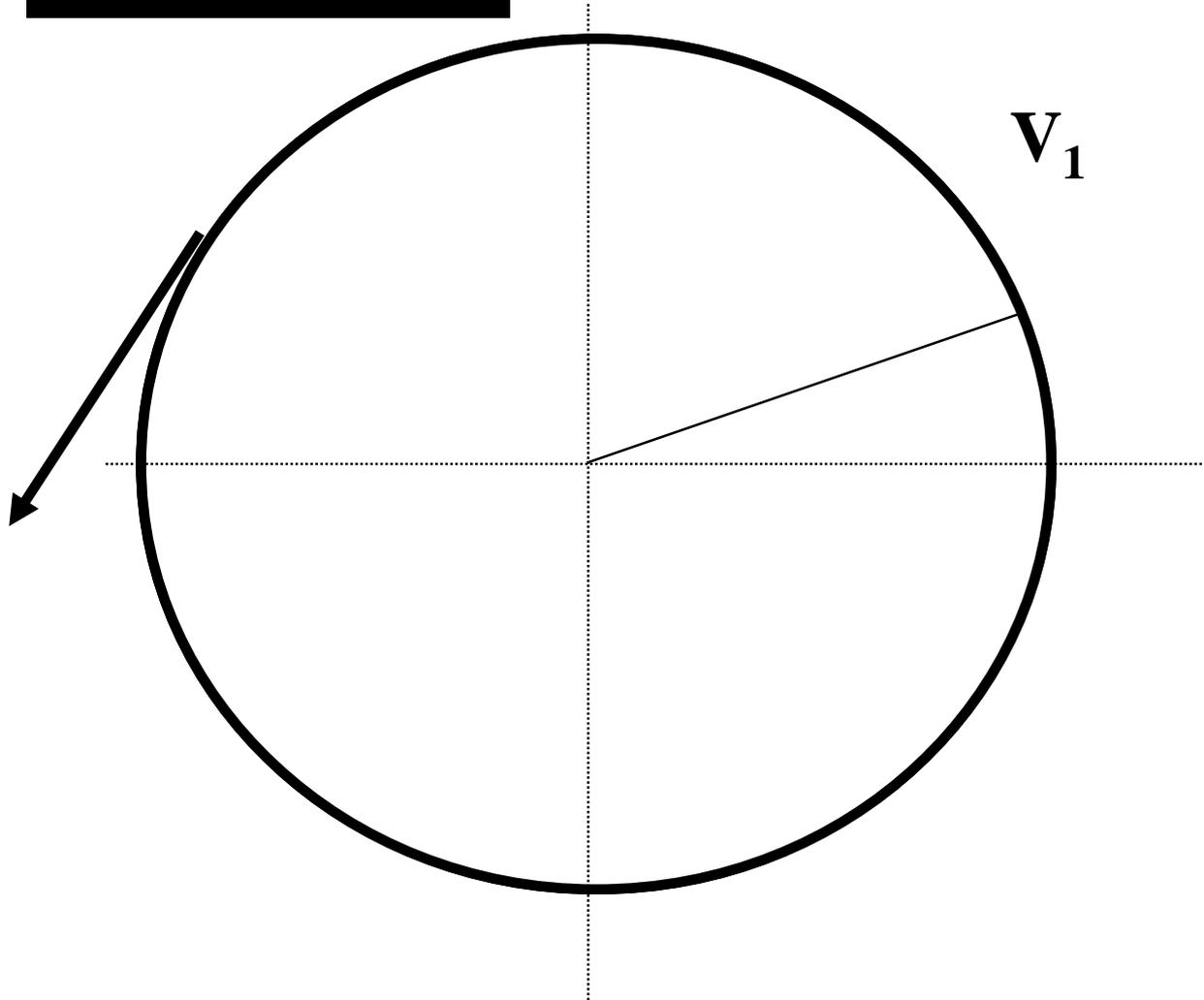
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



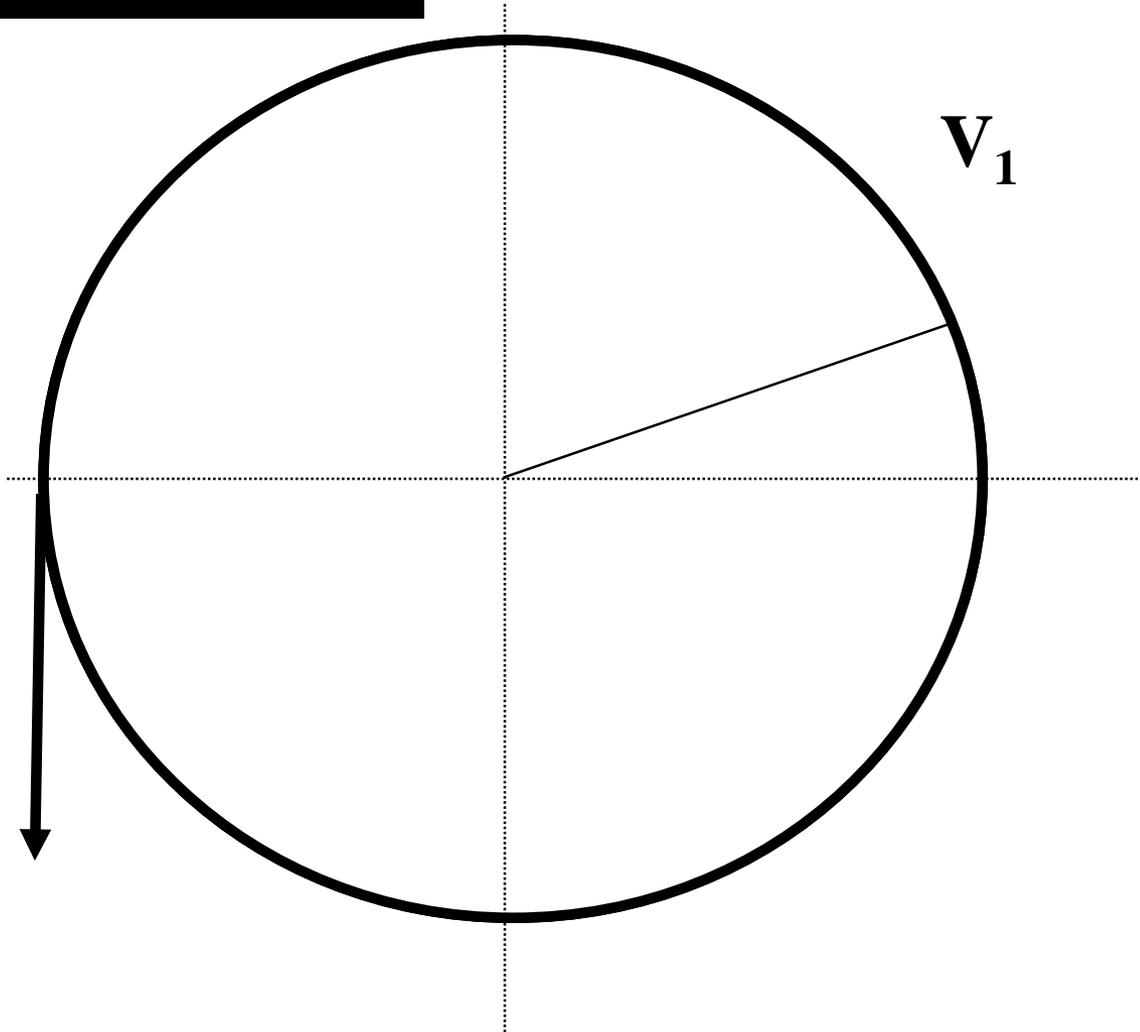
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



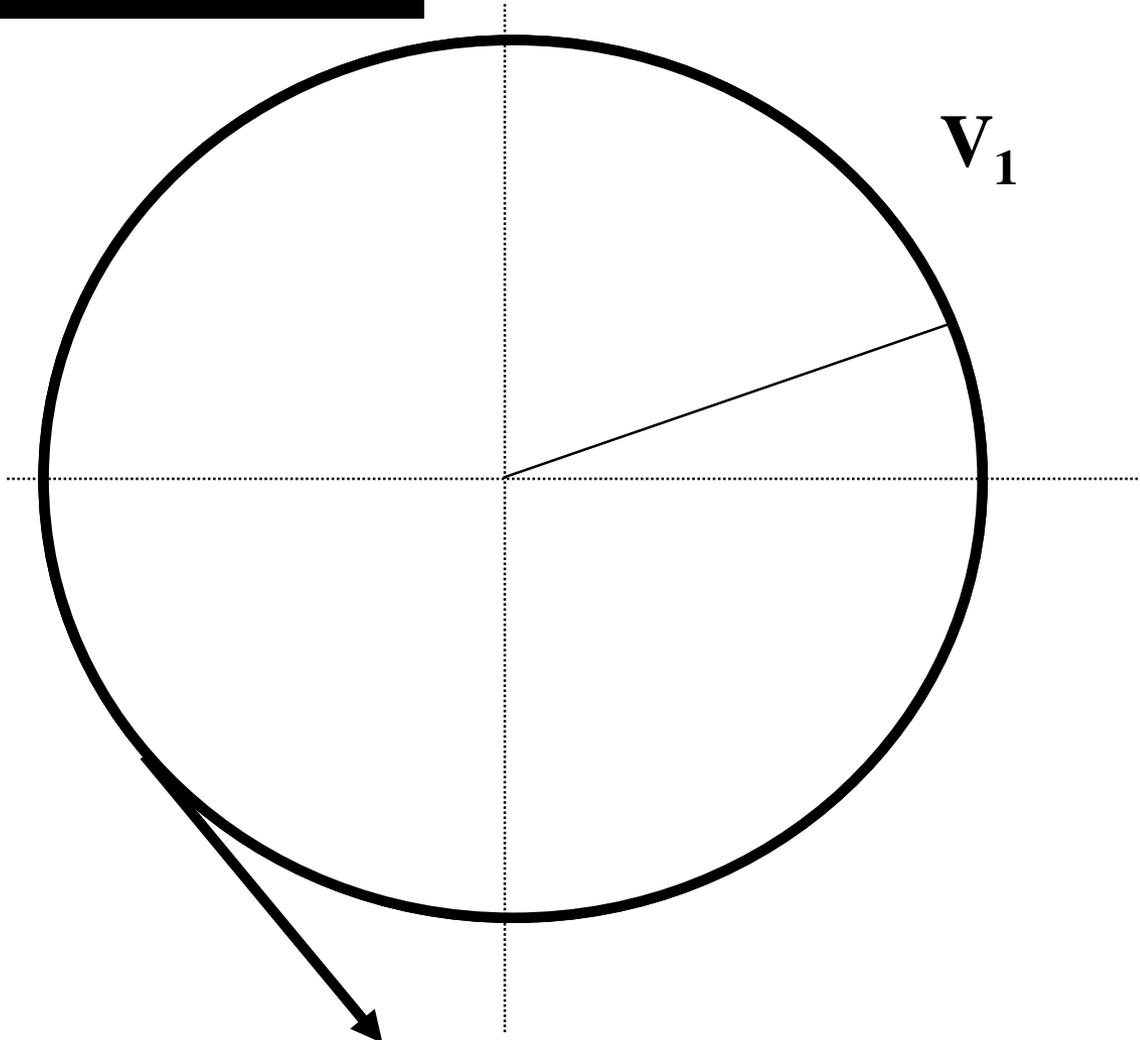
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



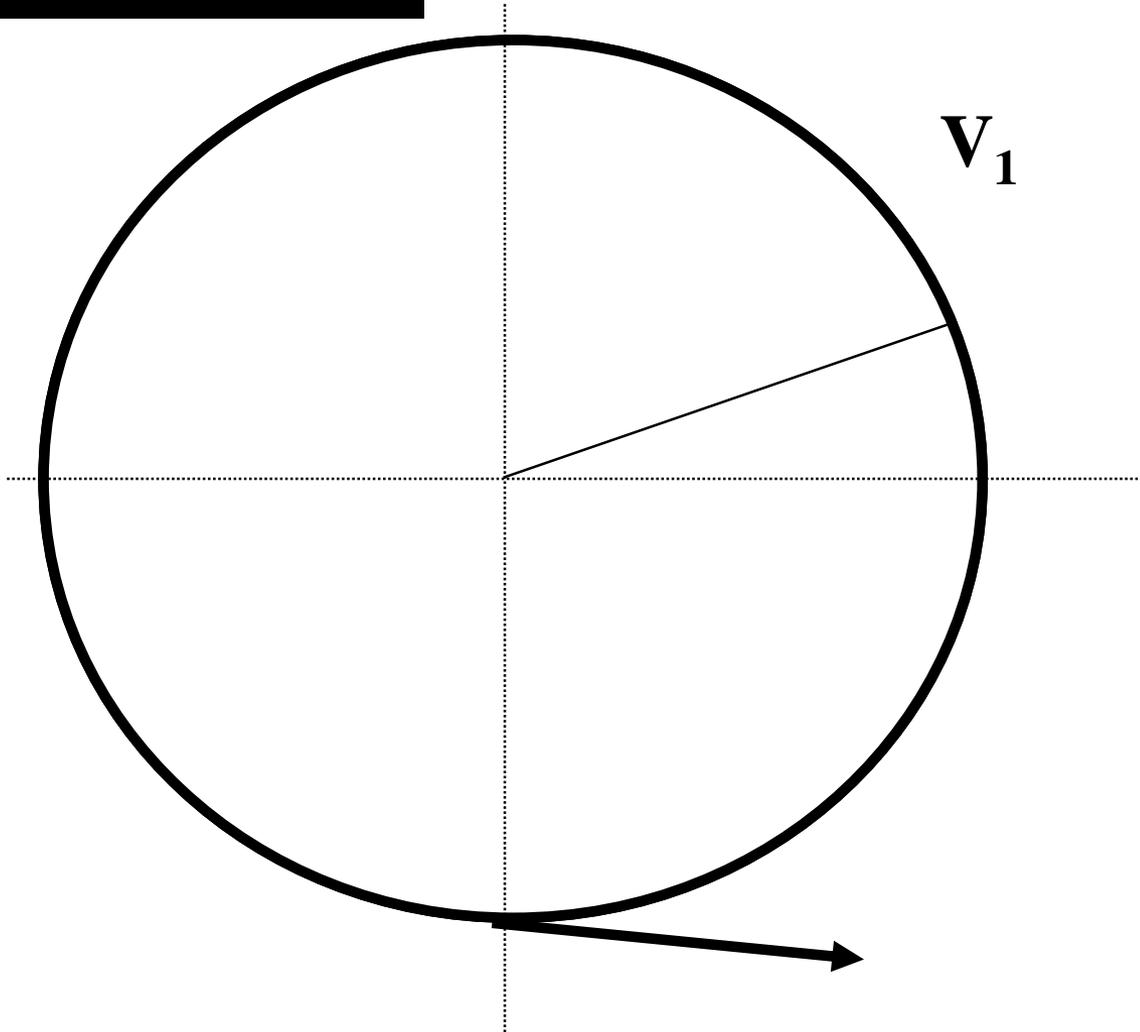
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



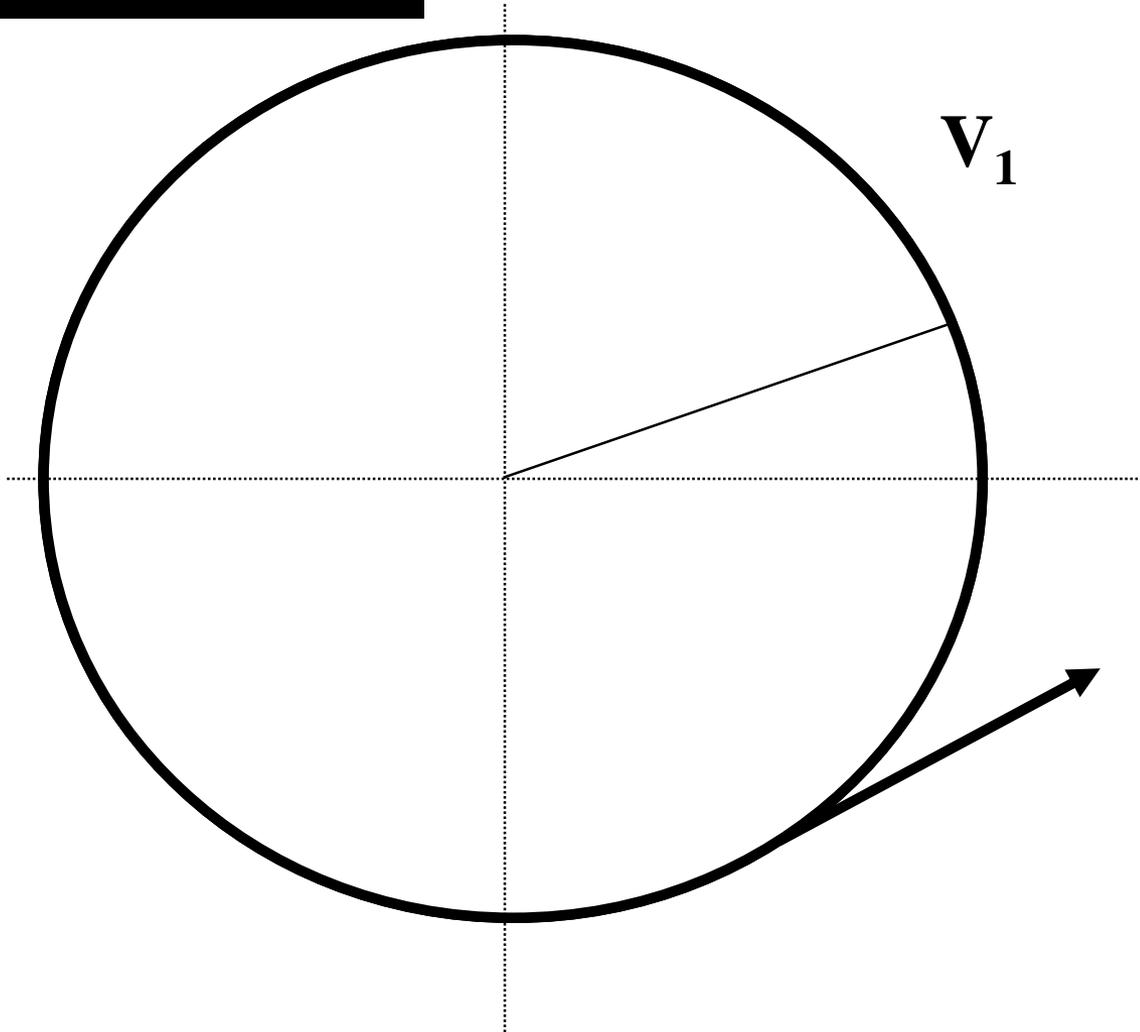
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



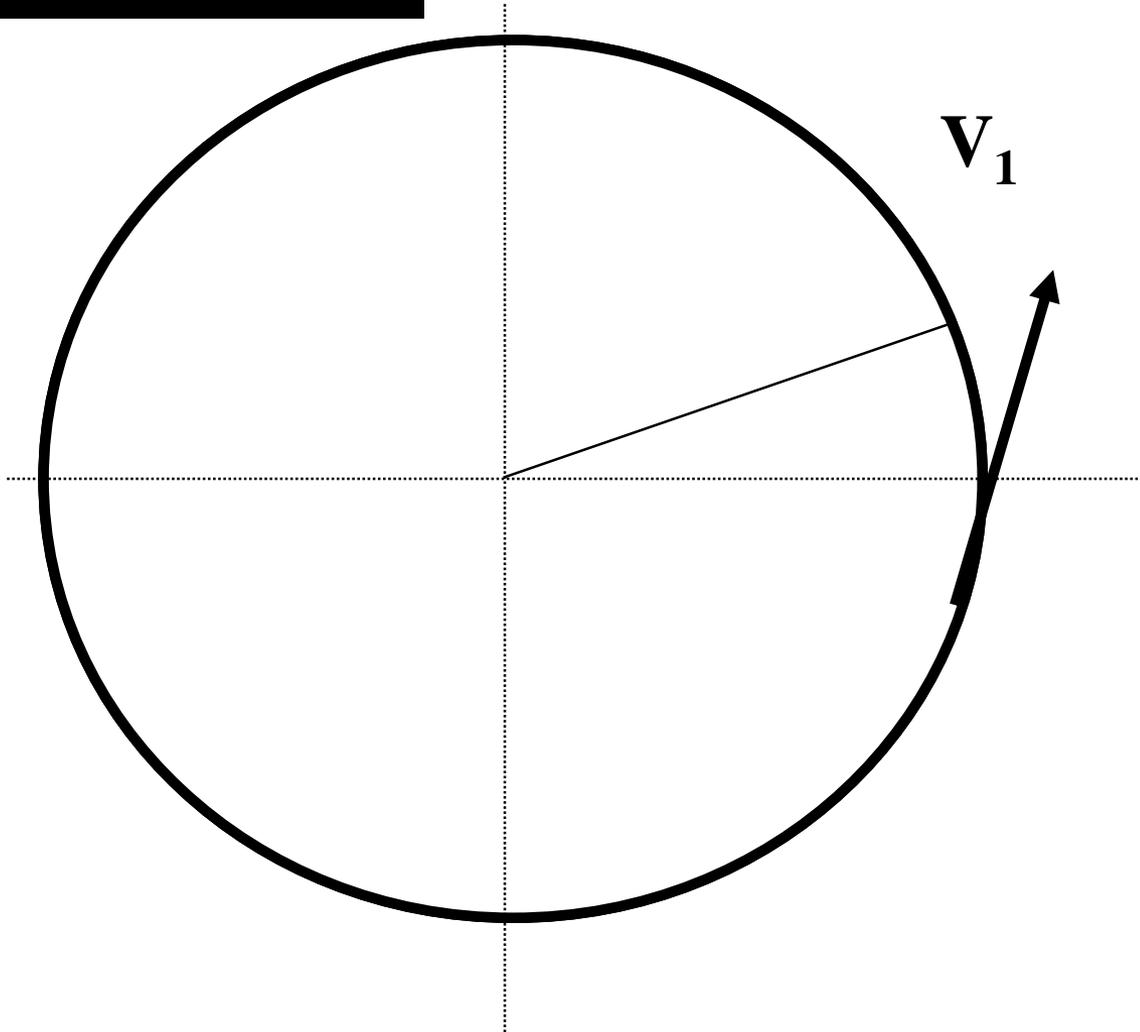
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



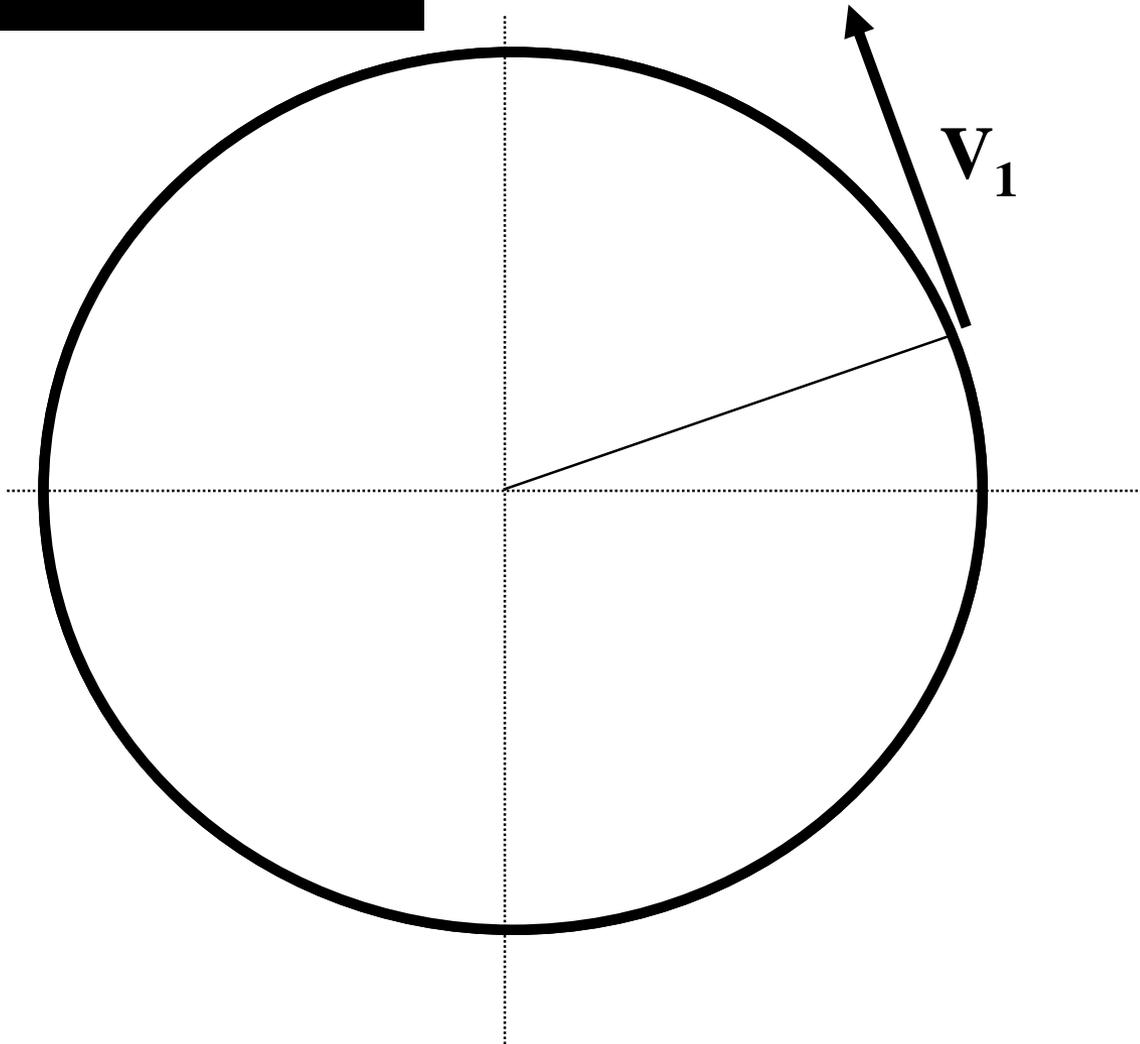
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



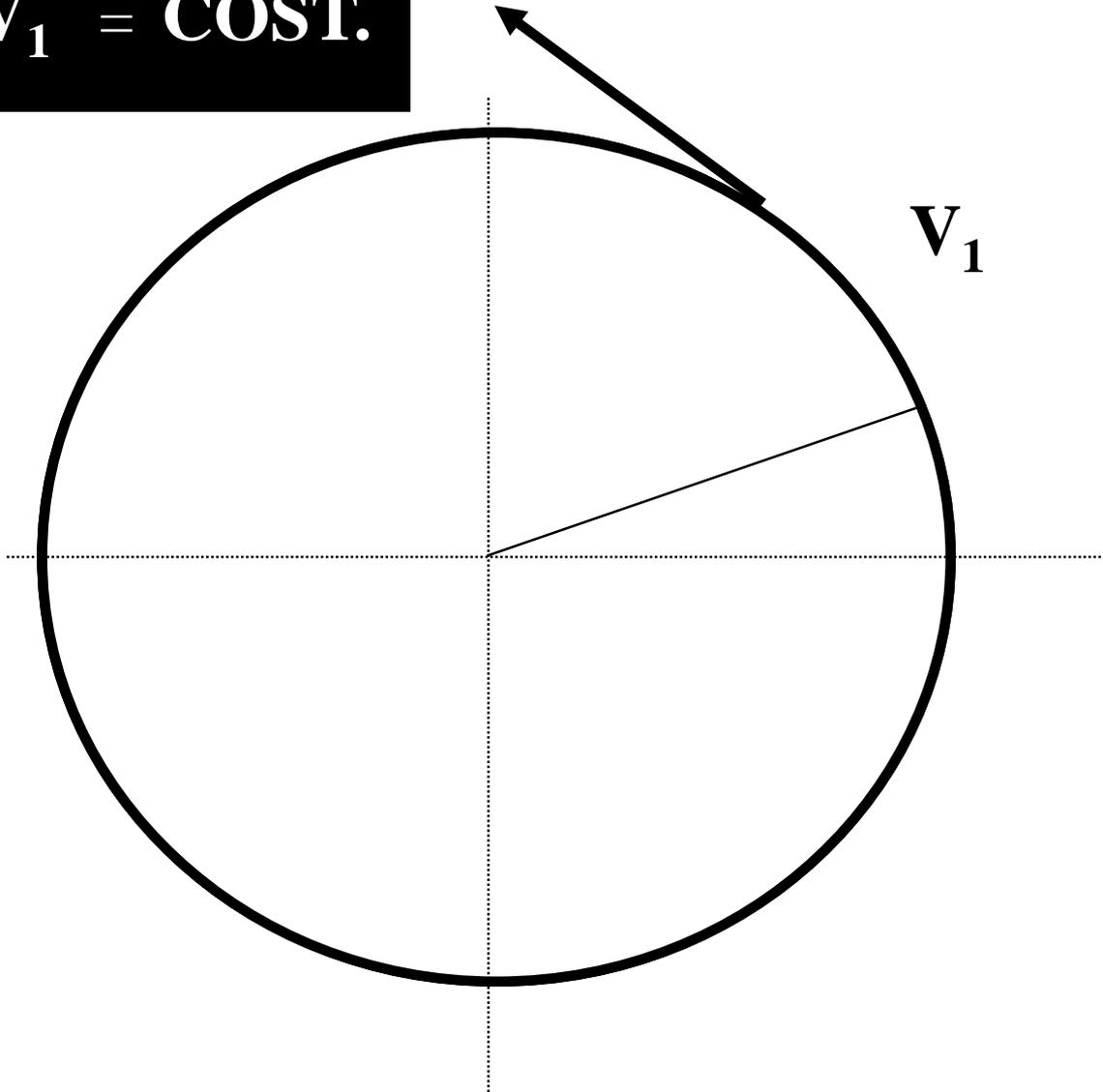
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



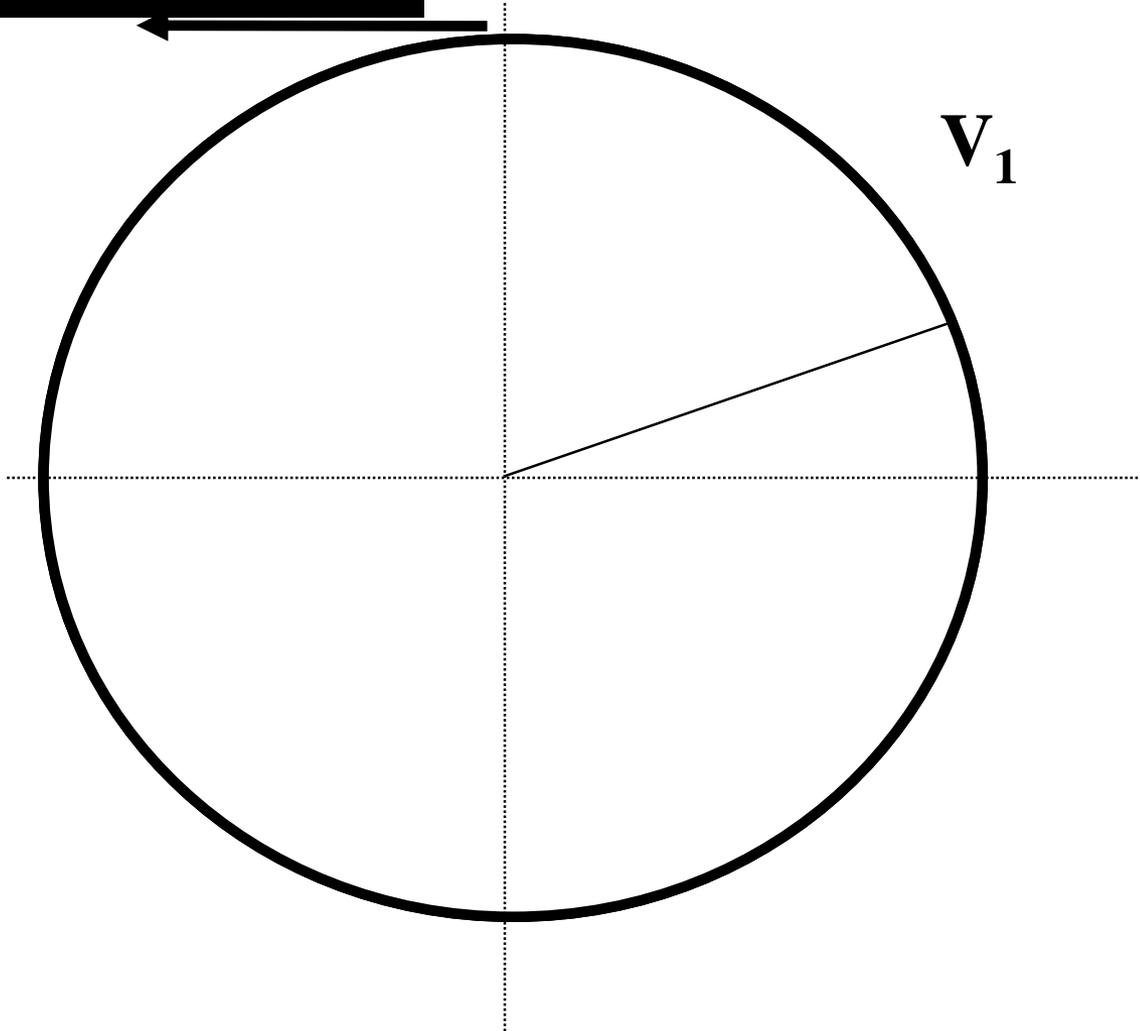
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



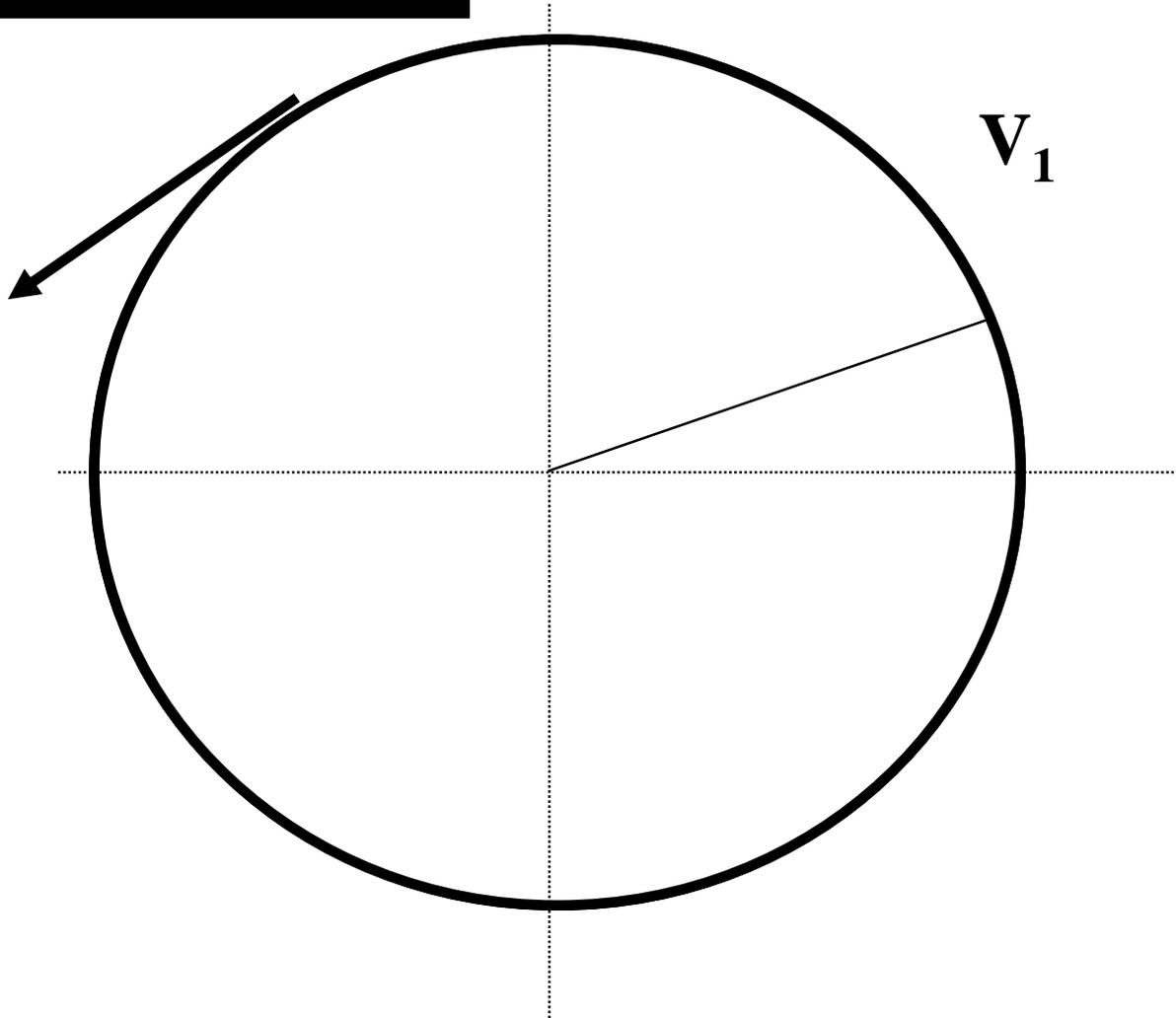
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



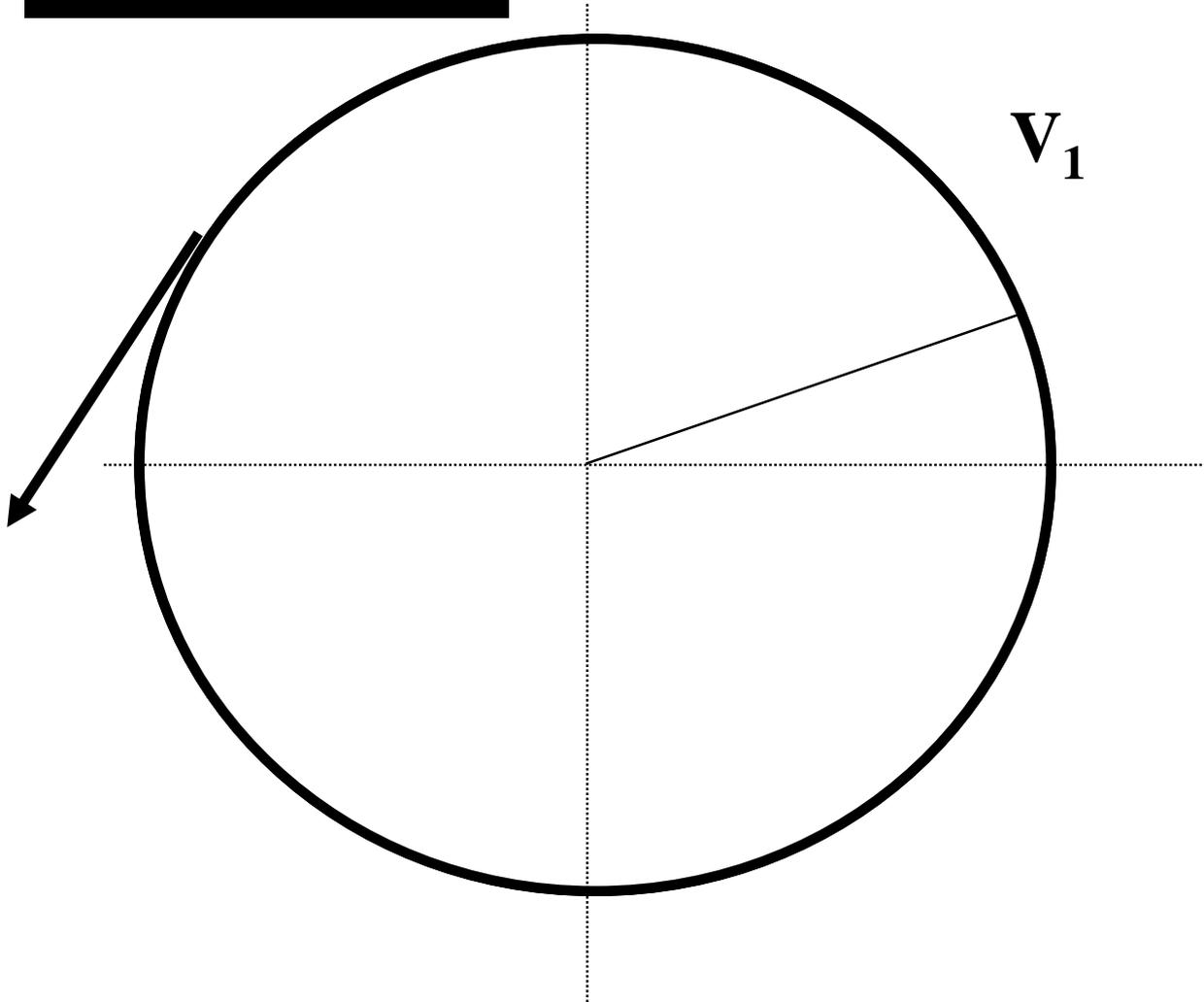
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



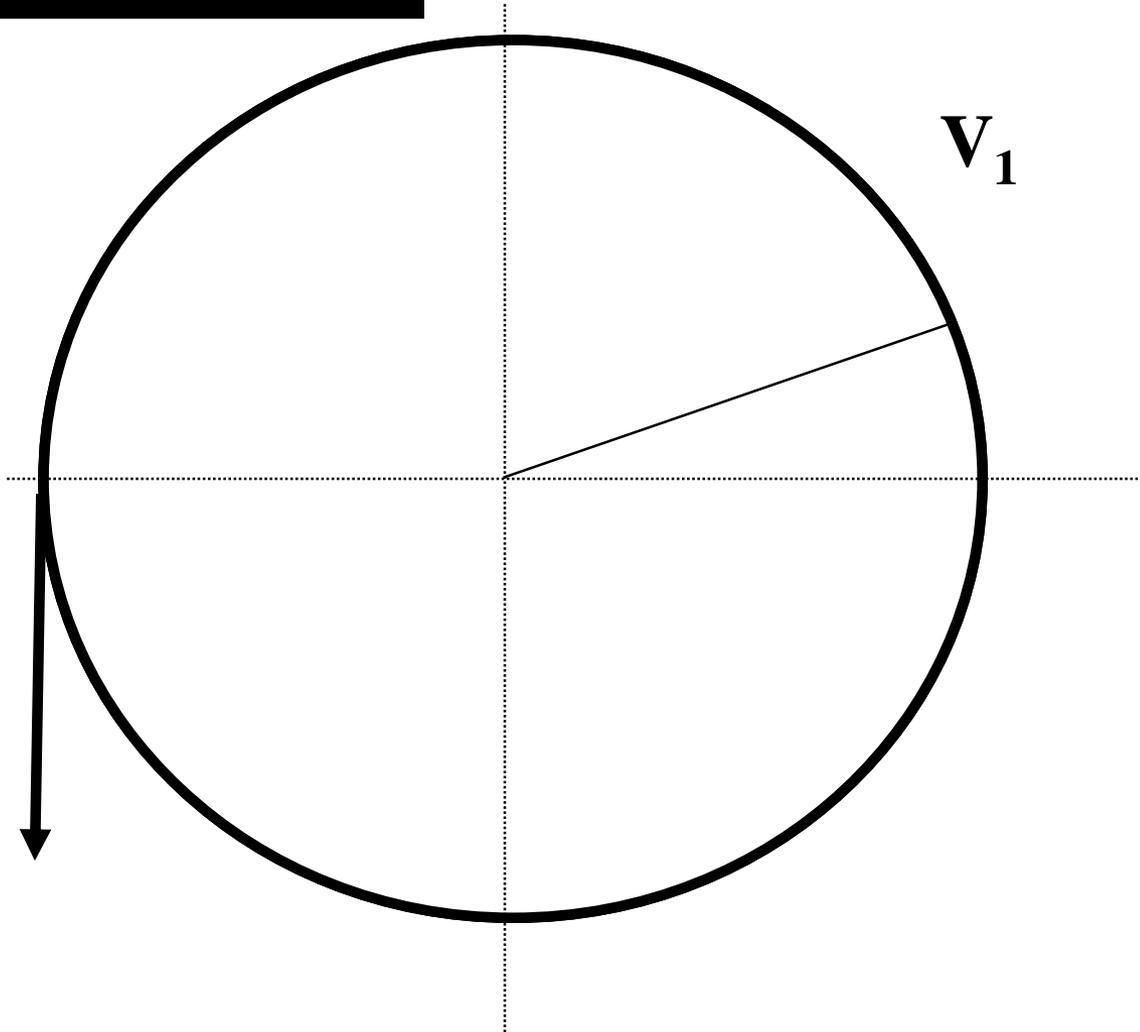
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



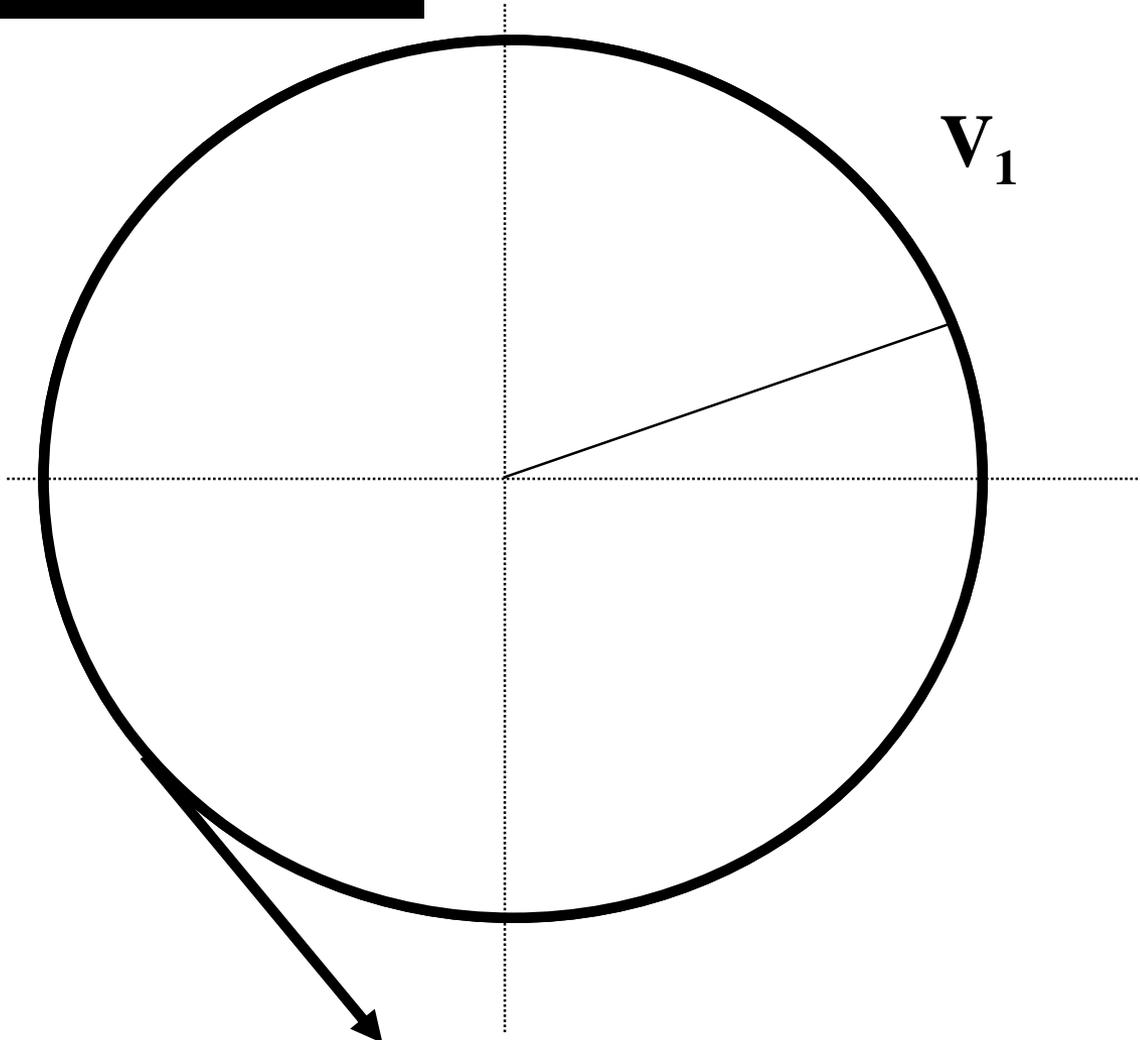
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



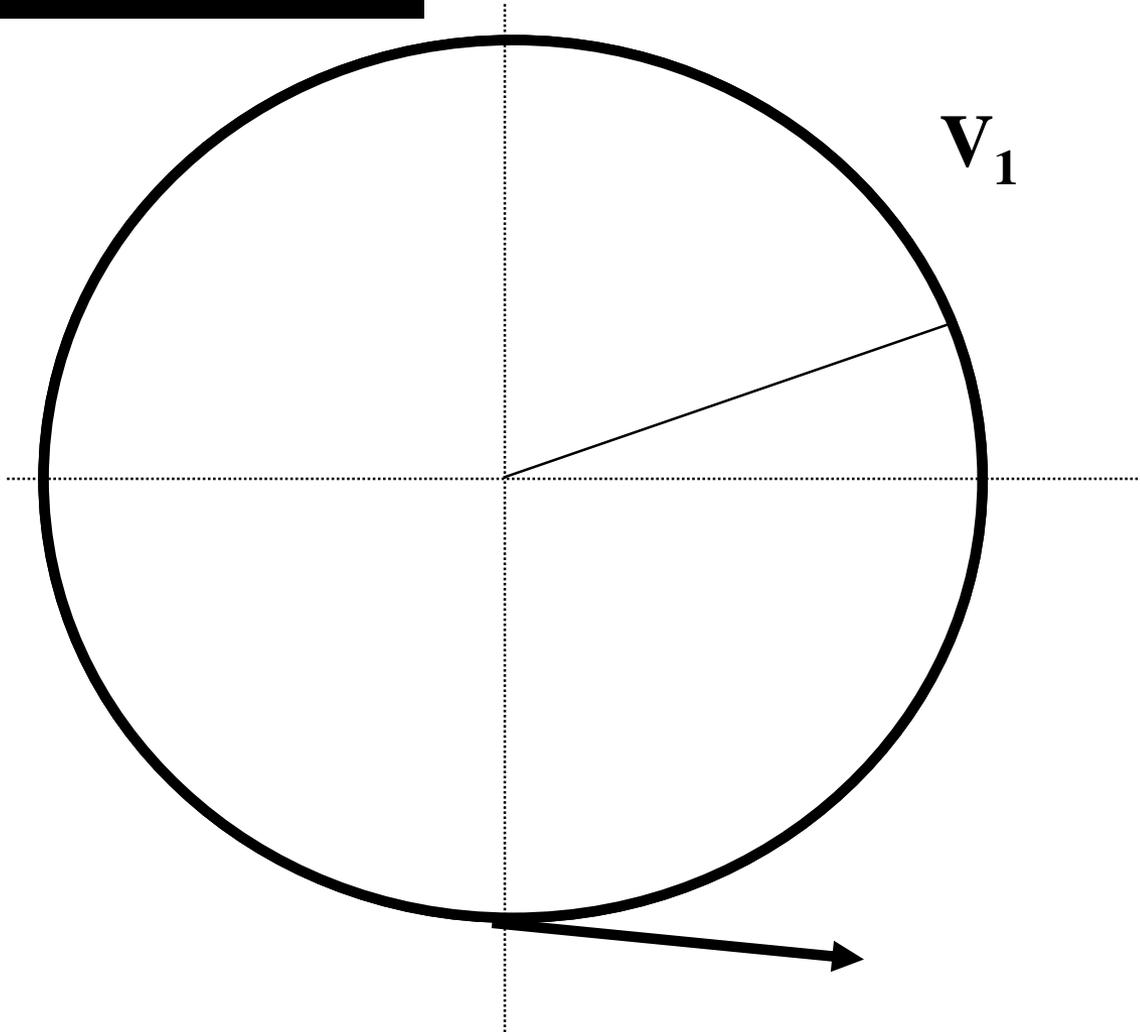
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



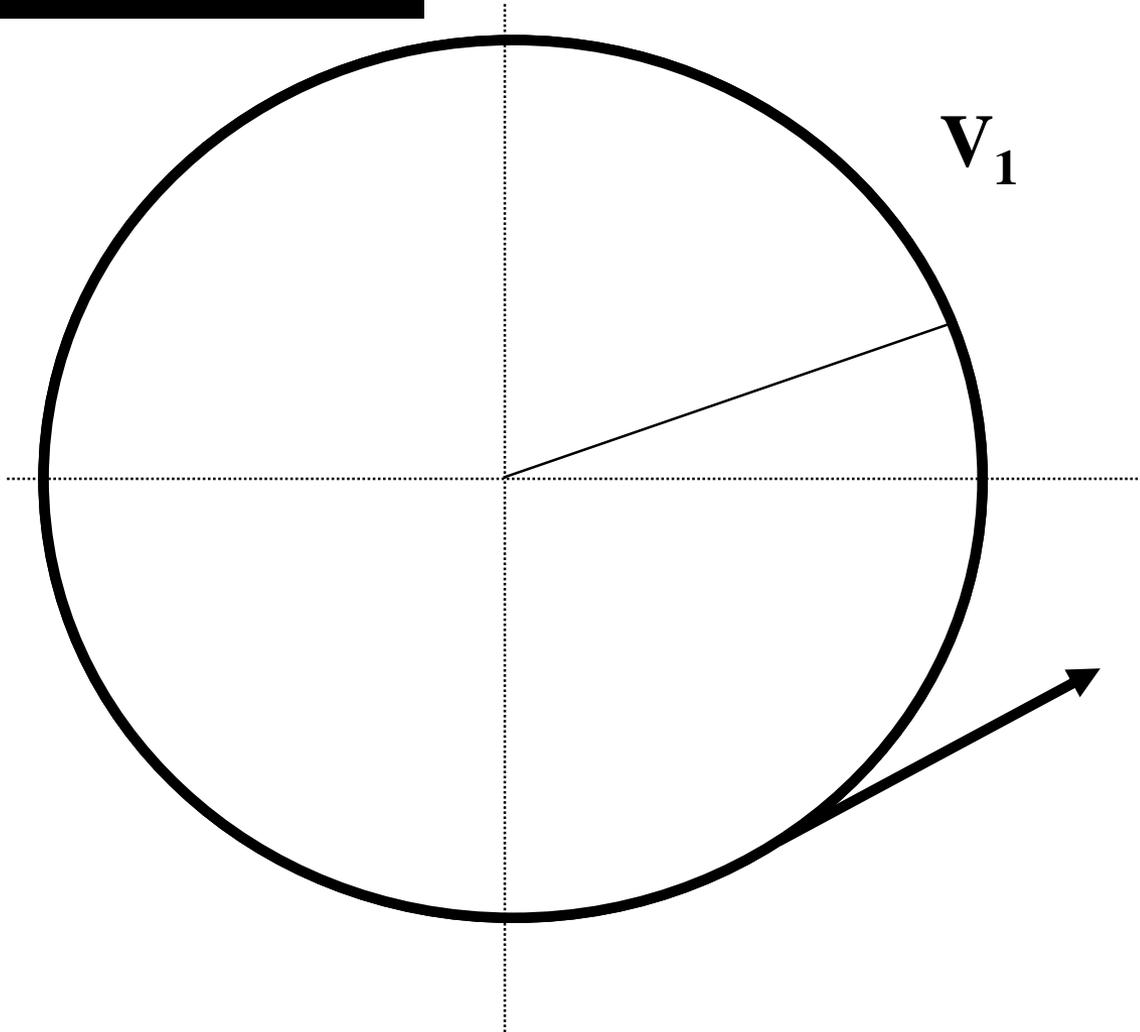
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



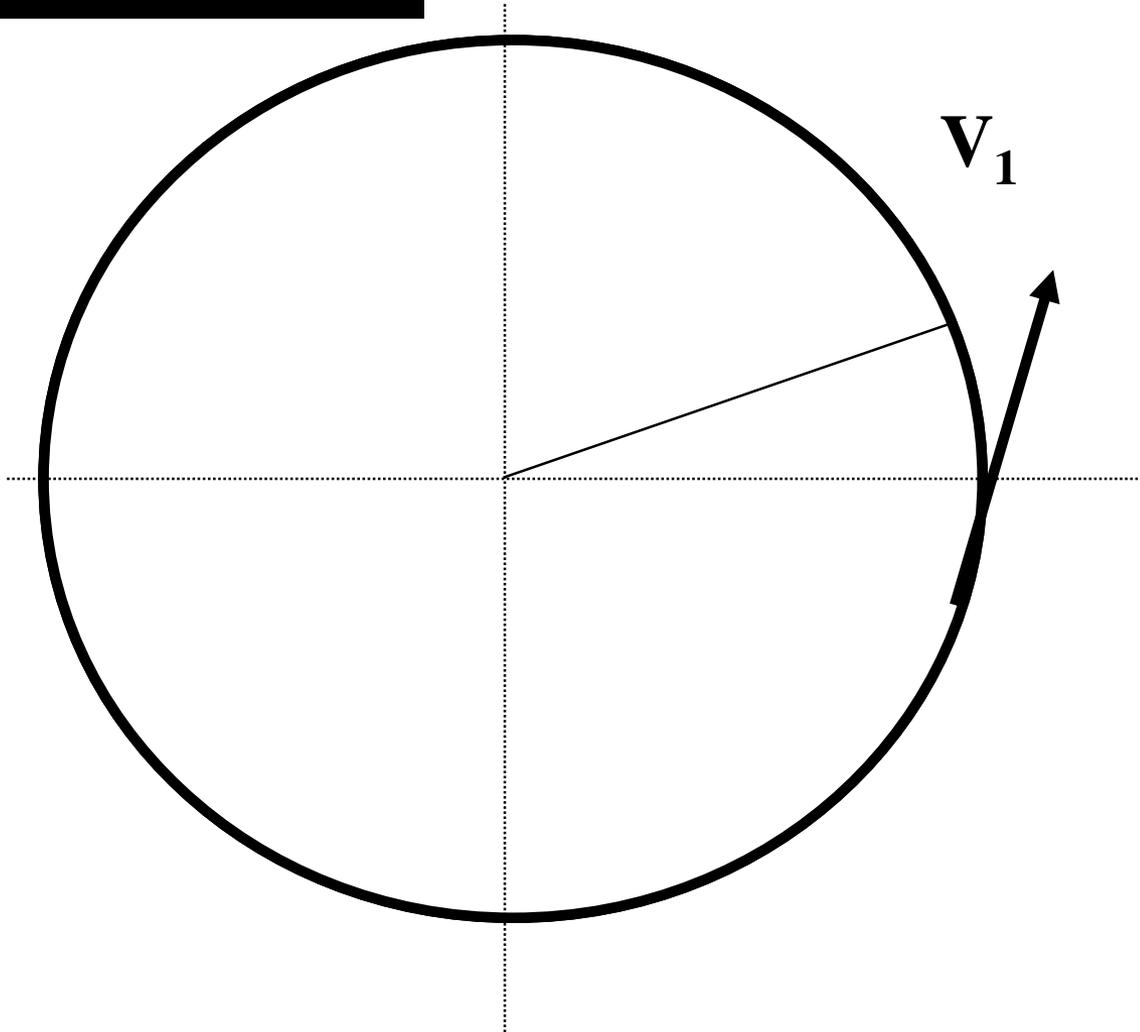
Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$

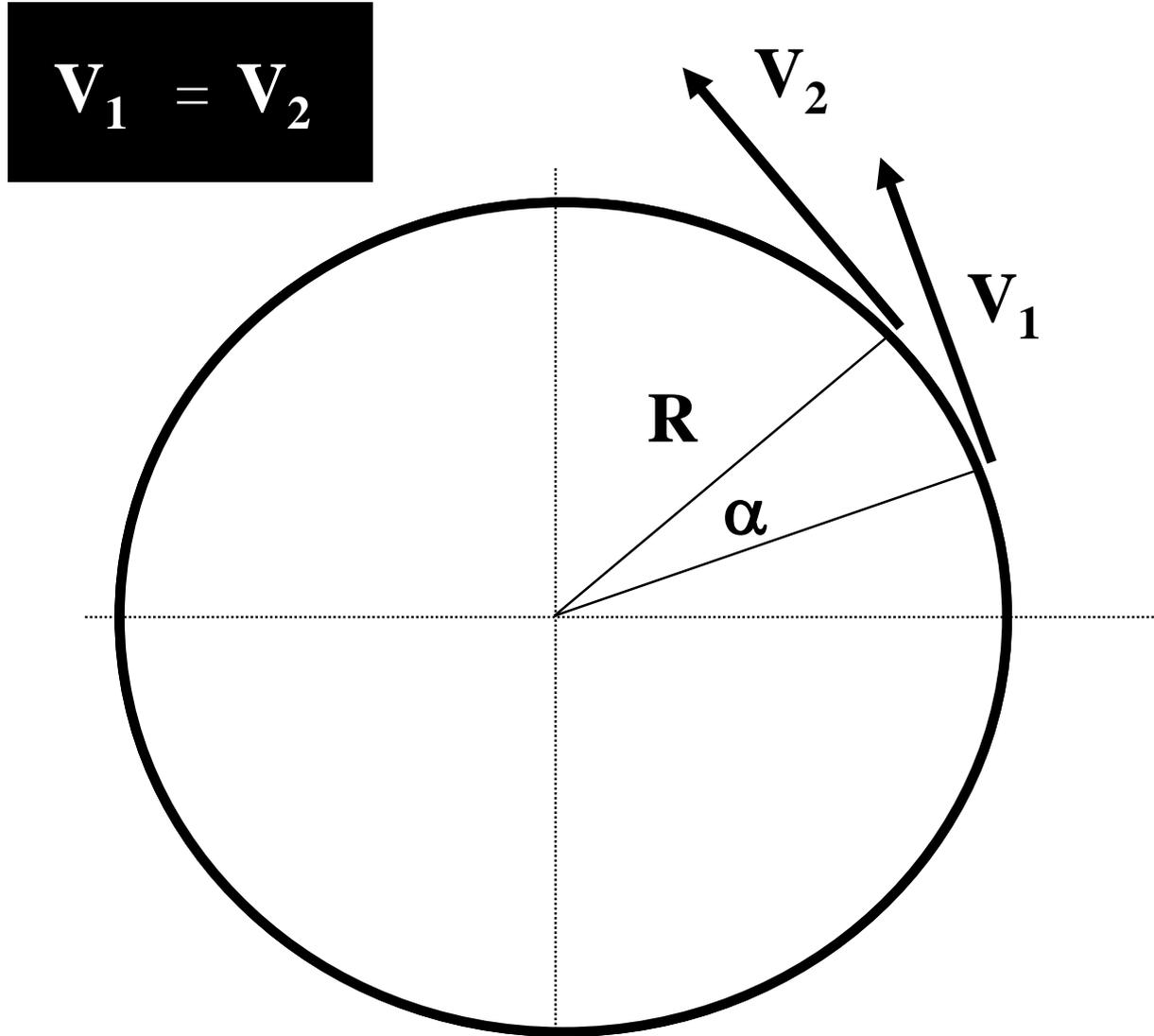


Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$V_1 = \text{COST.}$$



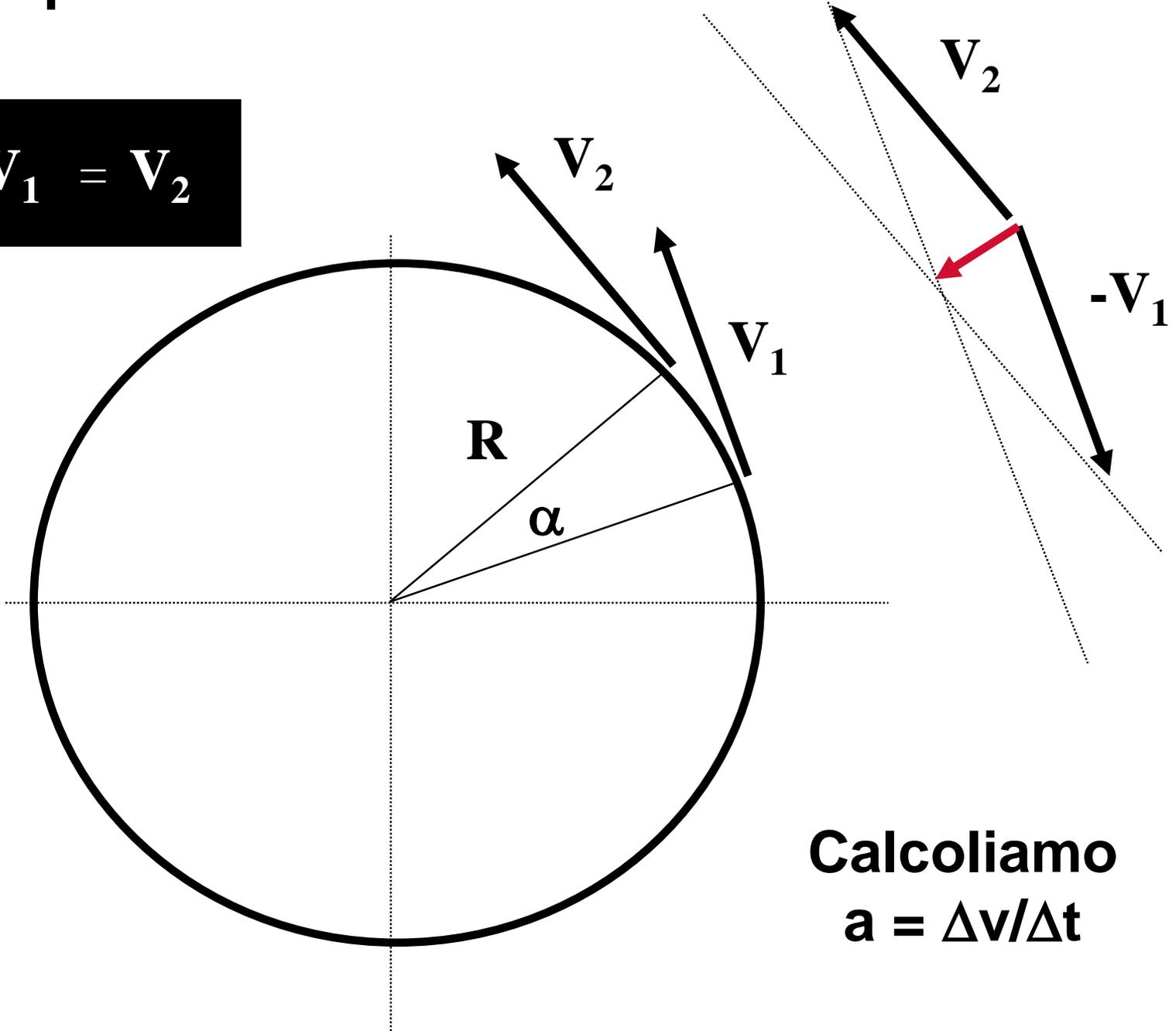
Moti nel piano: moto circolare uniforme



La direzione del vettore velocità varia nel tempo – esiste un'accelerazione.

Moti nel piano: moto circolare uniforme

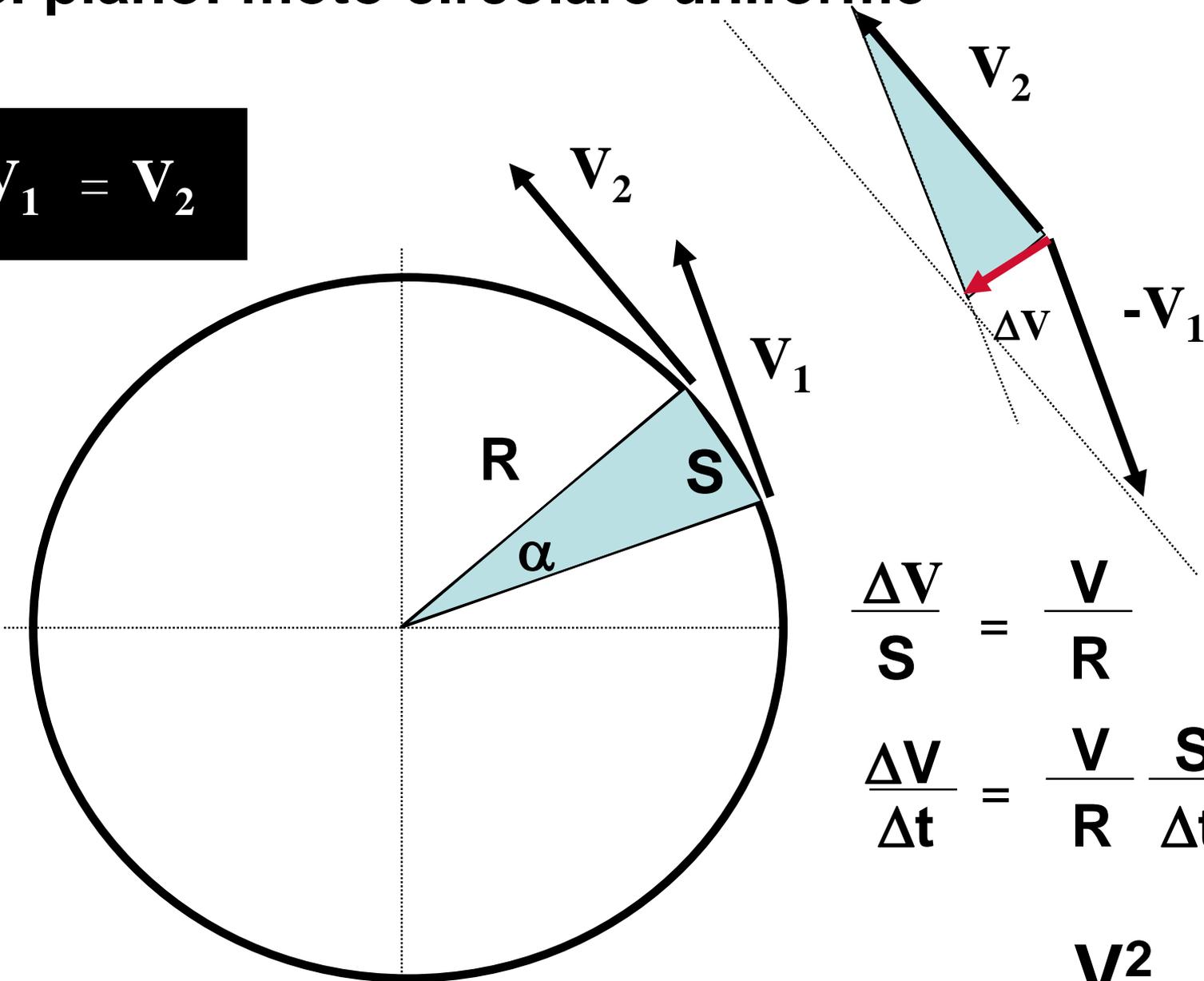
$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2$$



Calcoliamo
 $\mathbf{a} = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$

Moti nel piano: moto circolare uniforme

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2$$



$$\frac{\Delta V}{S} = \frac{V}{R}$$
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V}{R} \frac{S}{\Delta t}$$

Accelerazione centripeta

$$\mathbf{a} = \frac{V^2}{R}$$

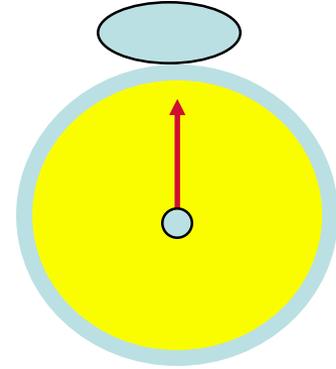
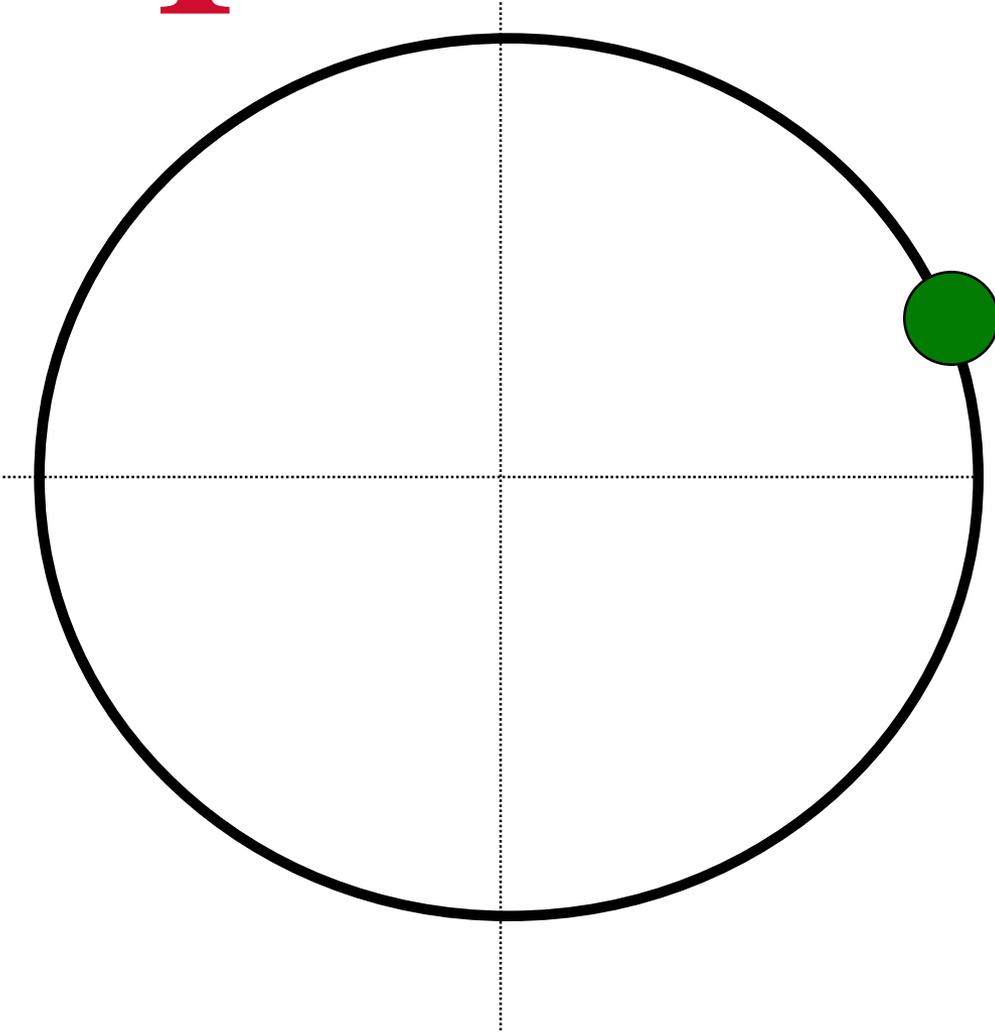
Moti nel piano: moto circolare uniforme

Alcune grandezze utili:

PERIODO: tempo T impiegato dal corpo a percorrere un'intera circonferenza

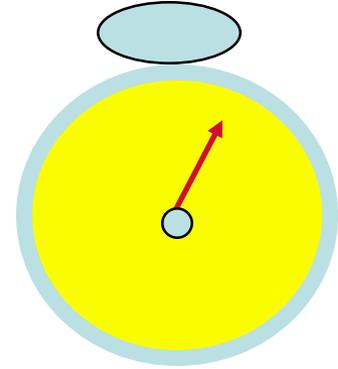
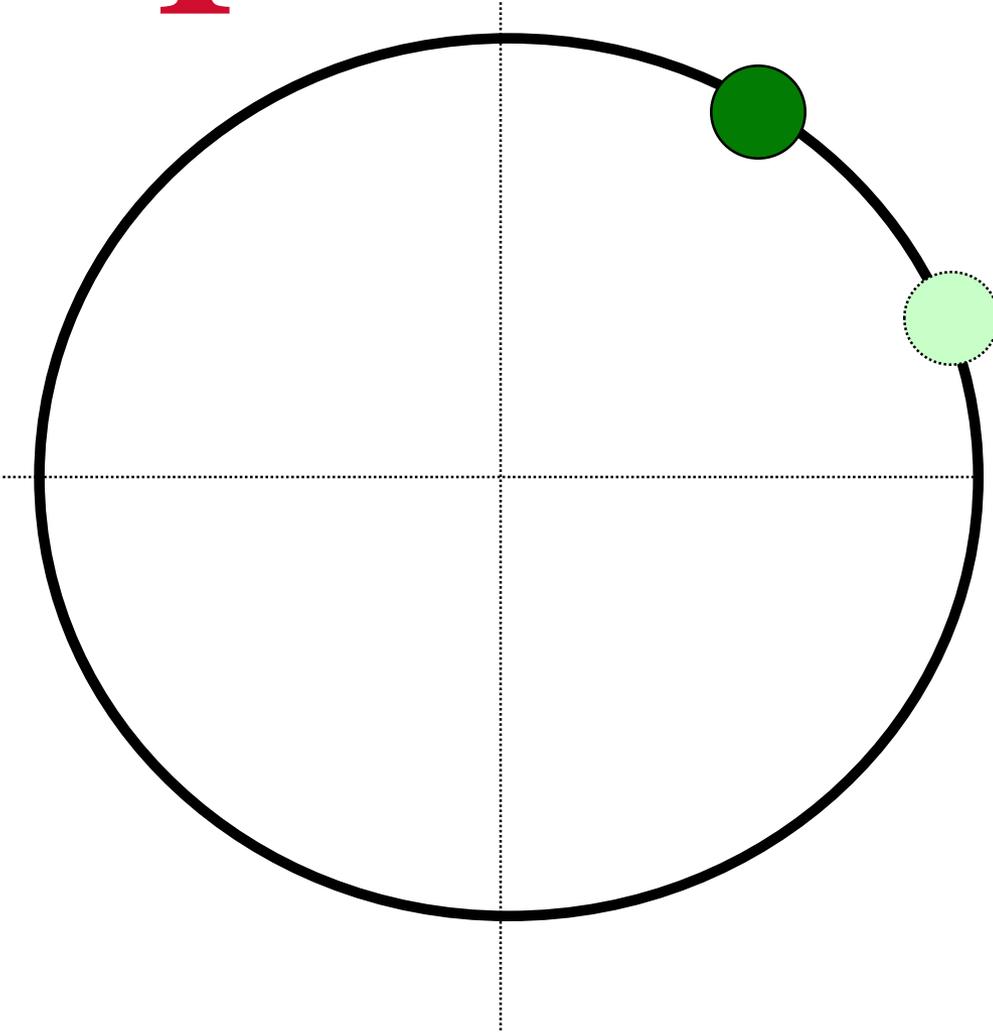
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



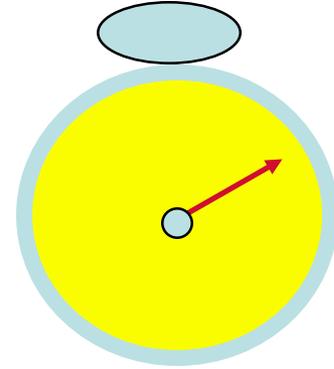
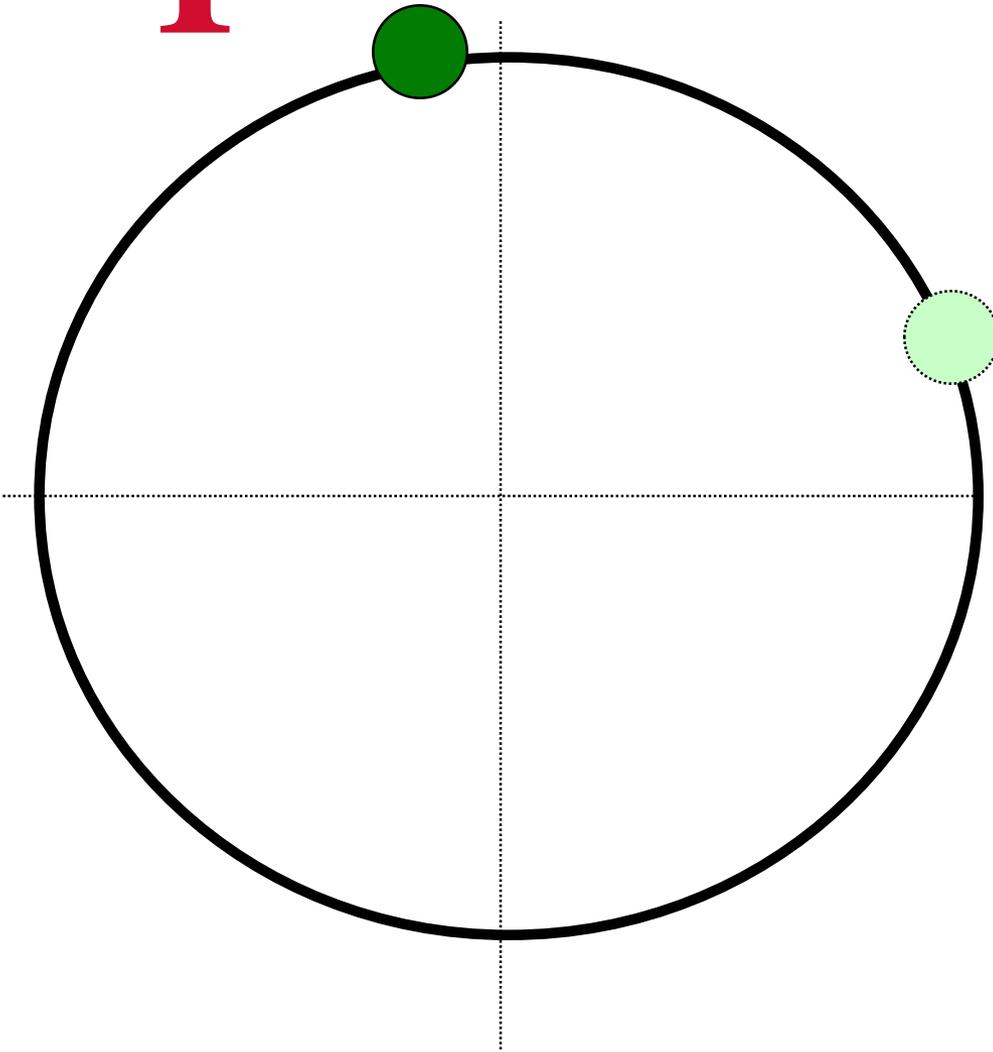
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



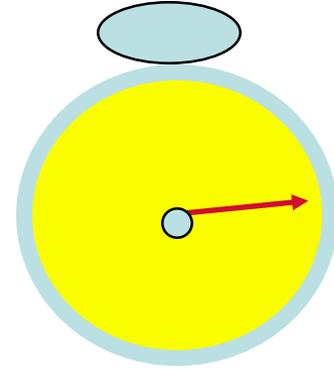
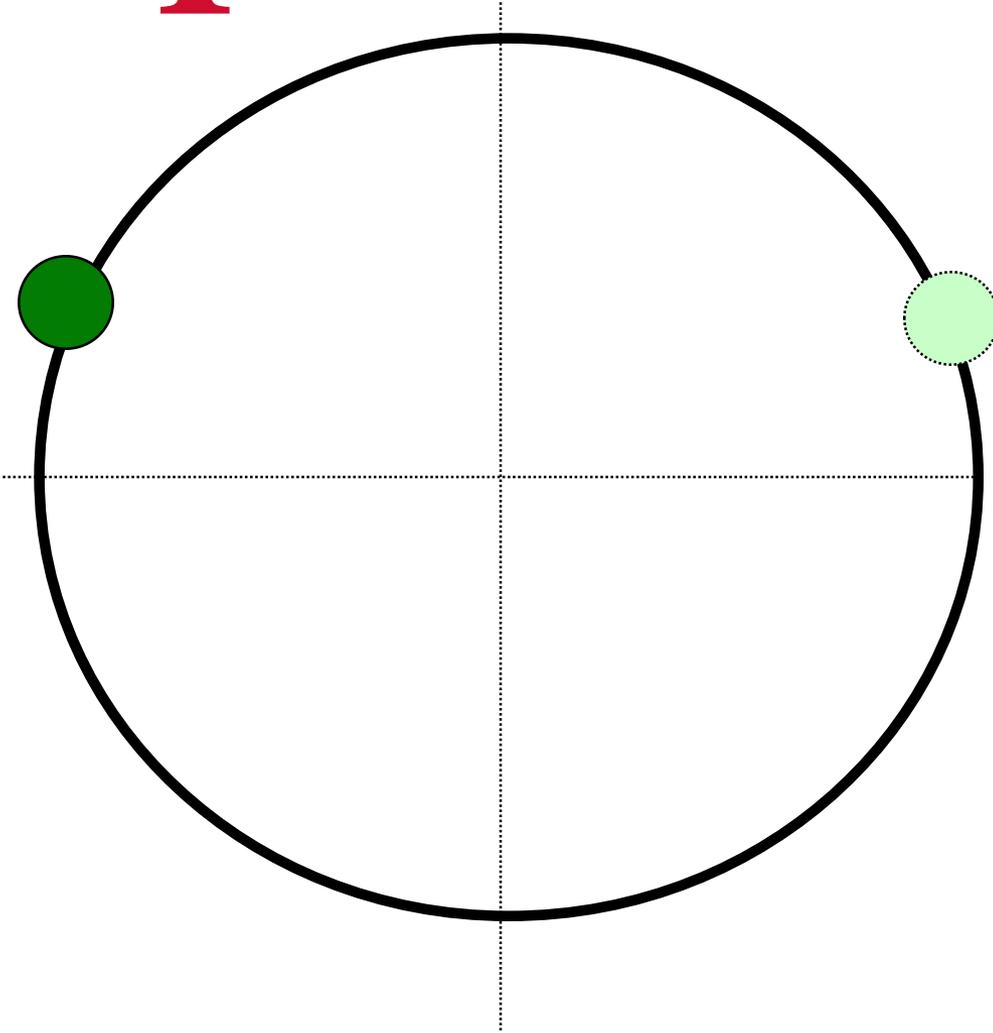
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



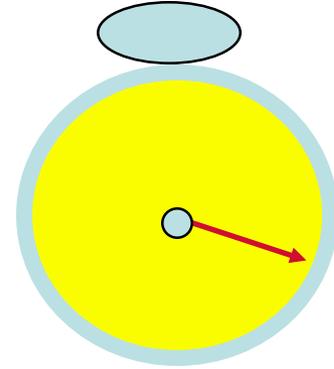
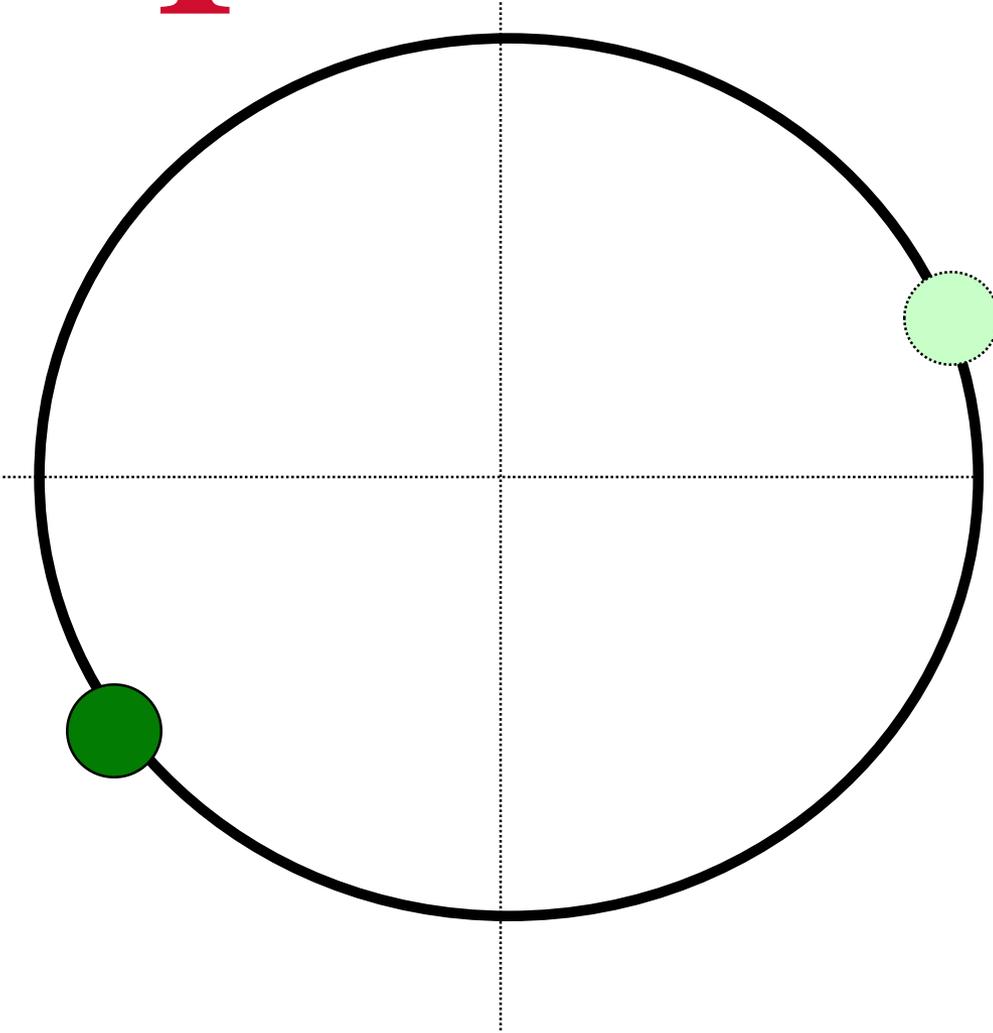
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



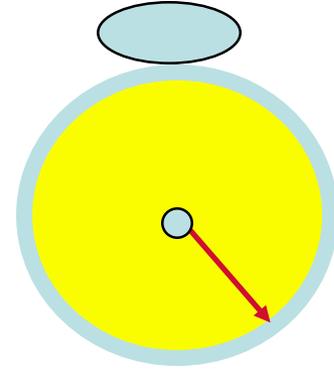
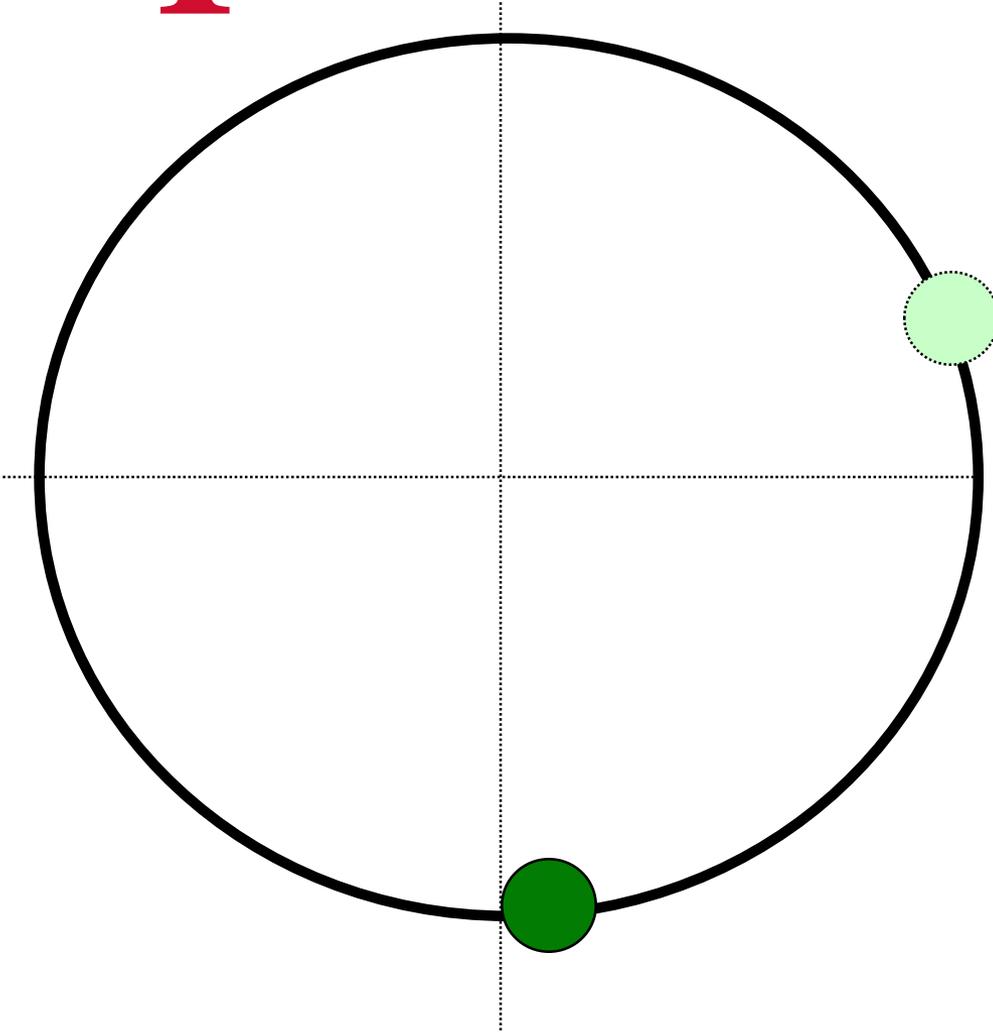
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



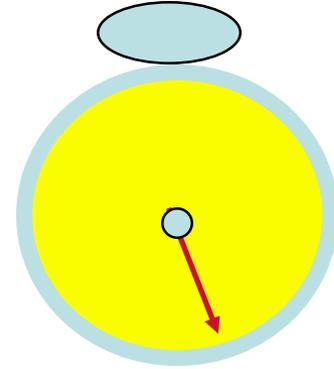
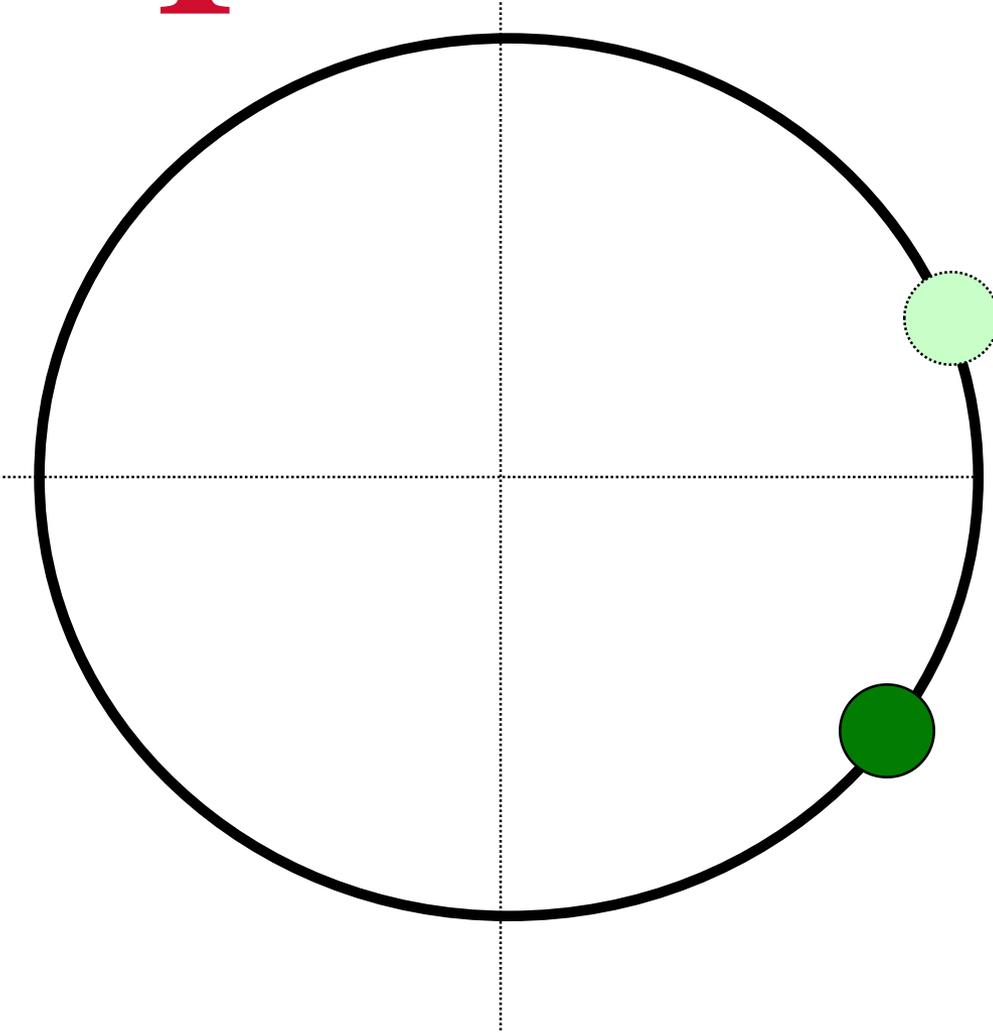
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



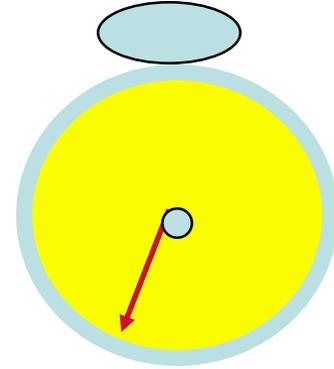
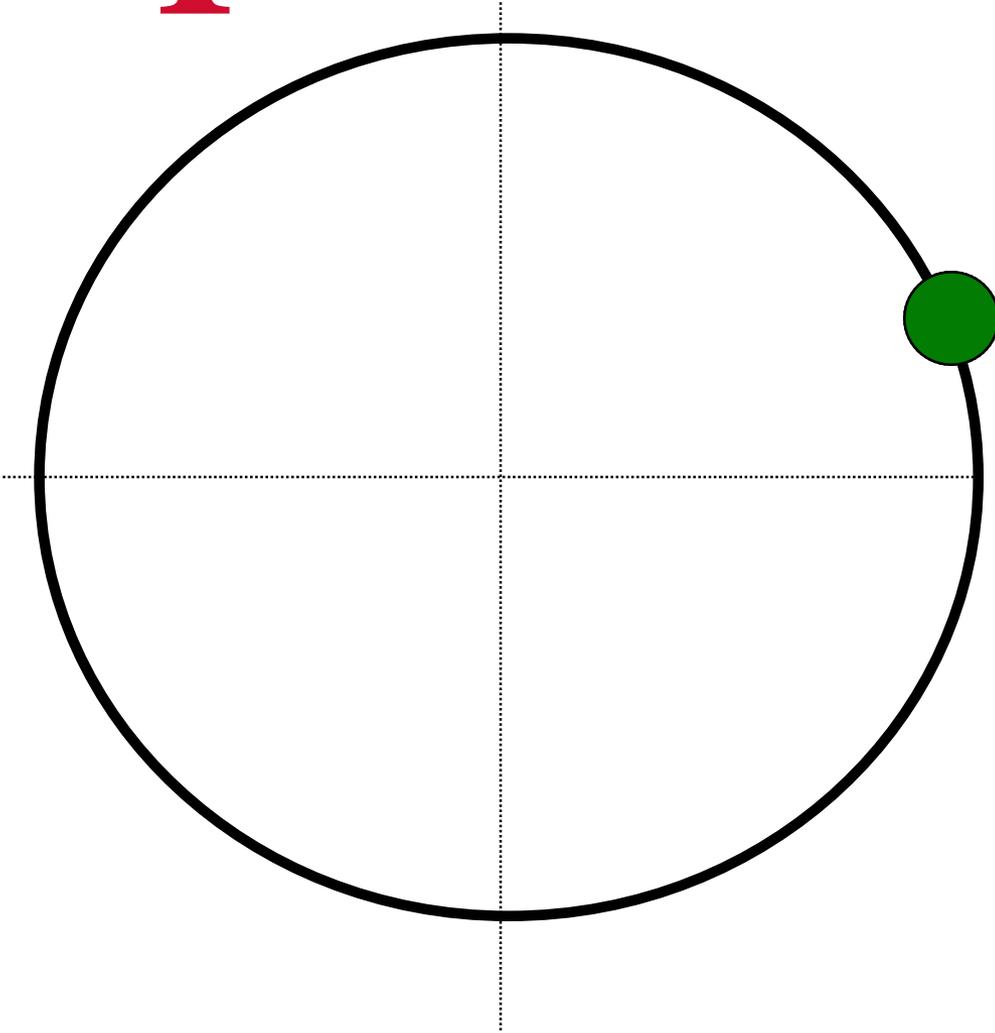
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



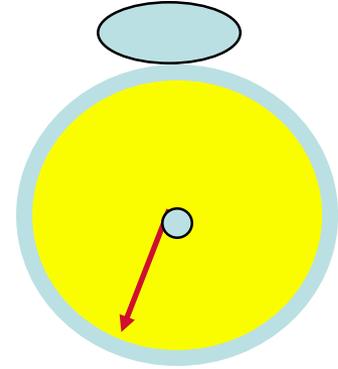
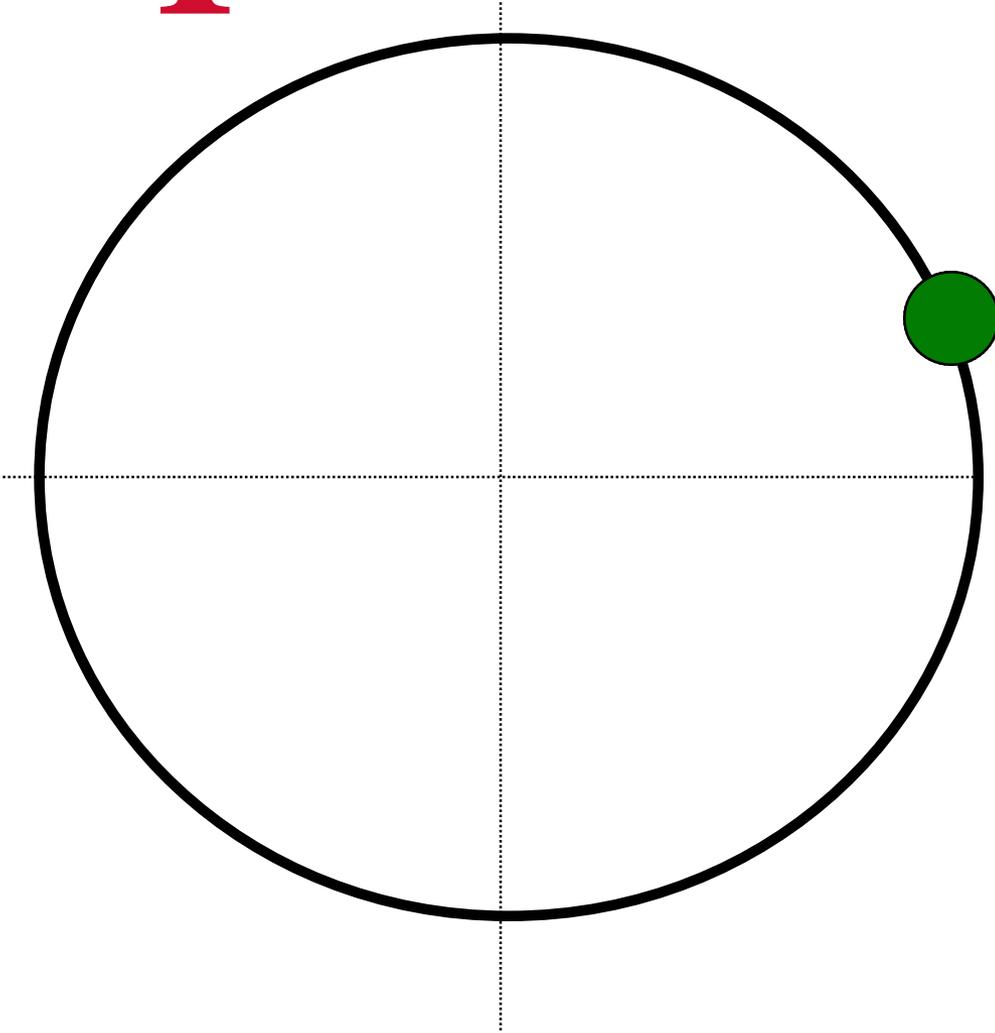
Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



Moti nel piano: moto circolare uniforme

T



T = 35 s

Moti nel piano: moto circolare uniforme

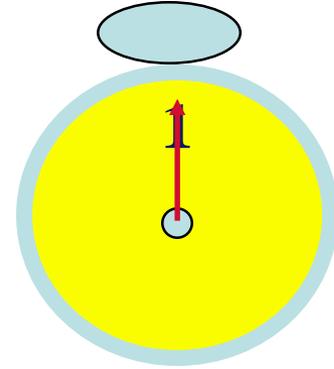
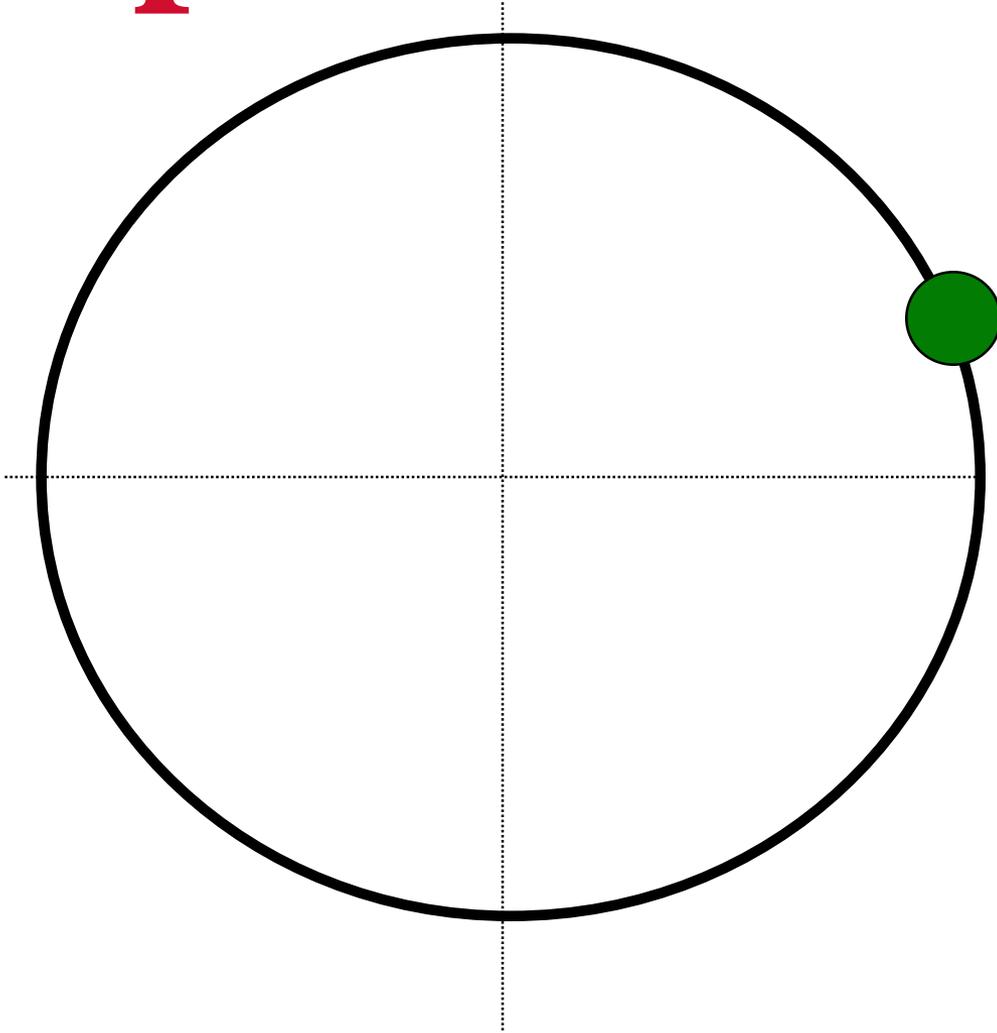
Alcune grandezze utili:

PERIODO: tempo T impiegato dal corpo a percorrere un'intera circonferenza

FREQUENZA: numero di giri f fatti dal corpo nell'unità di tempo (di solito 1 sec)

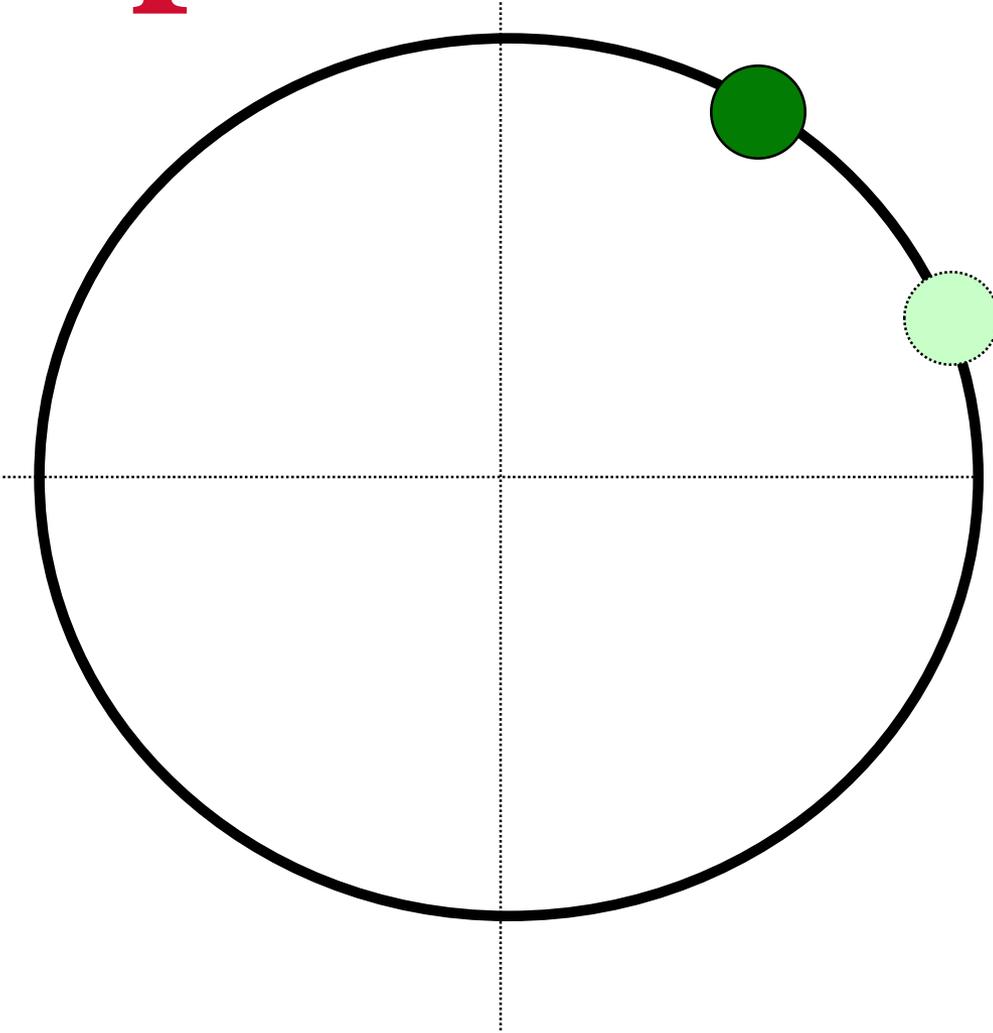
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



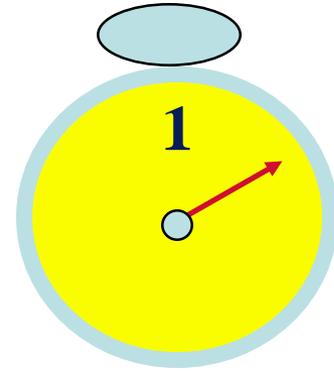
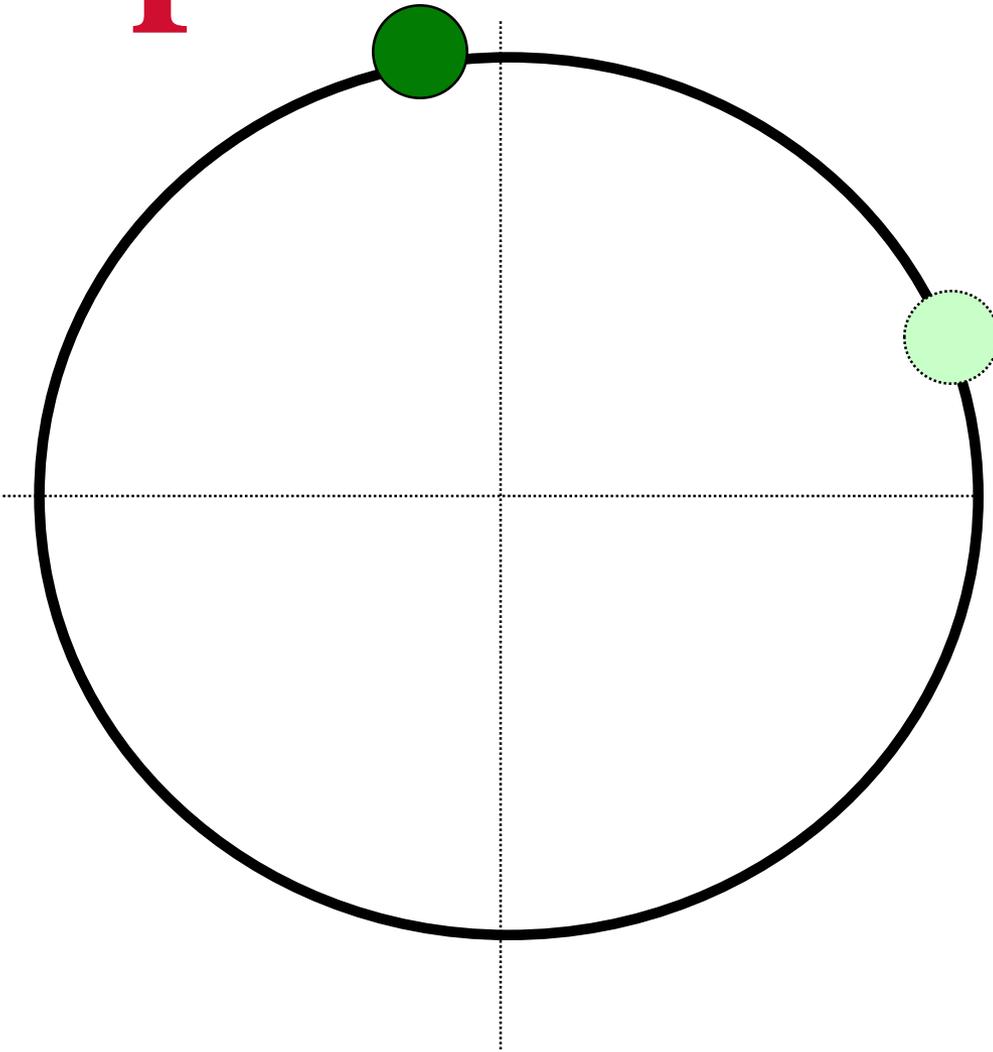
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



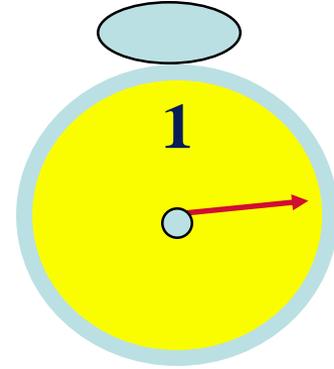
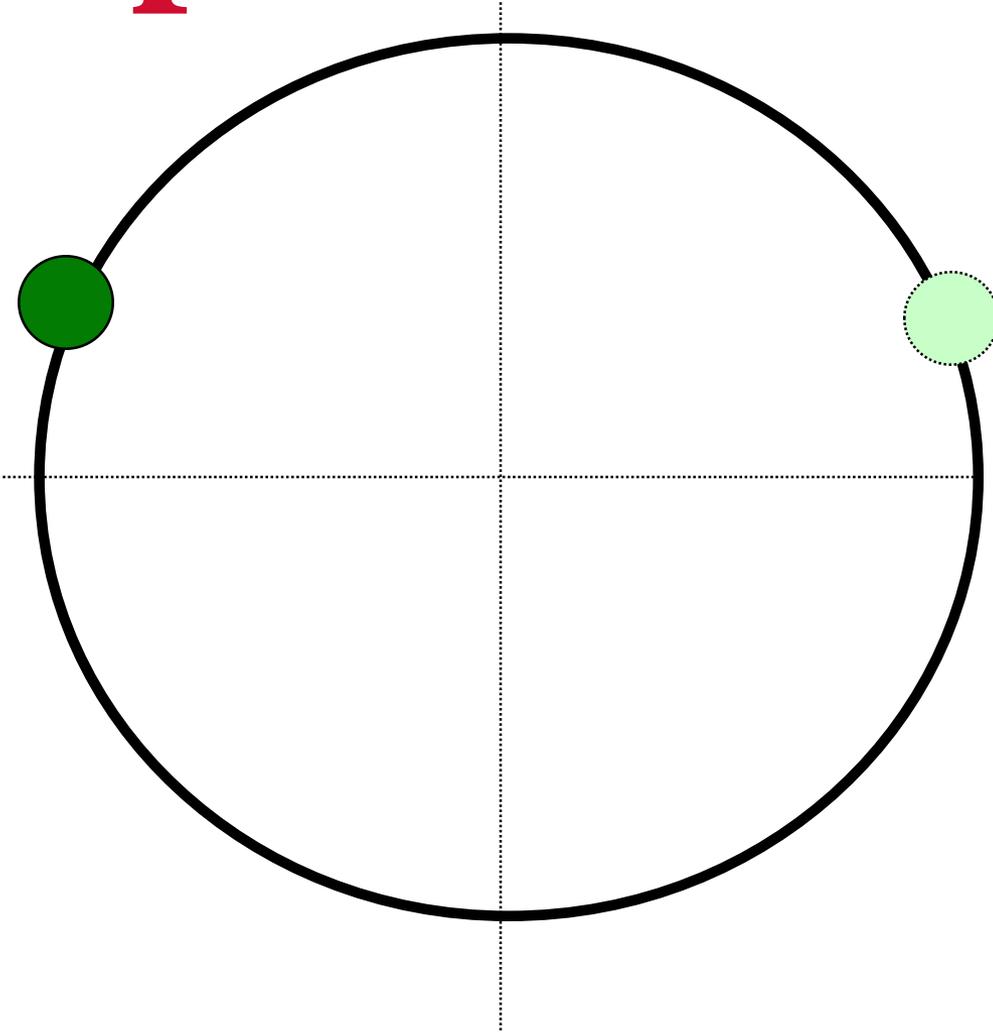
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



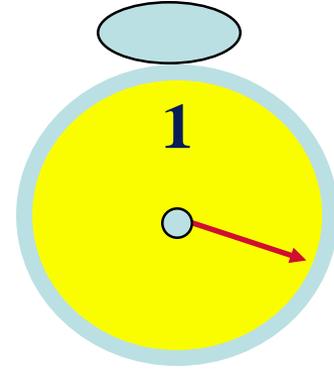
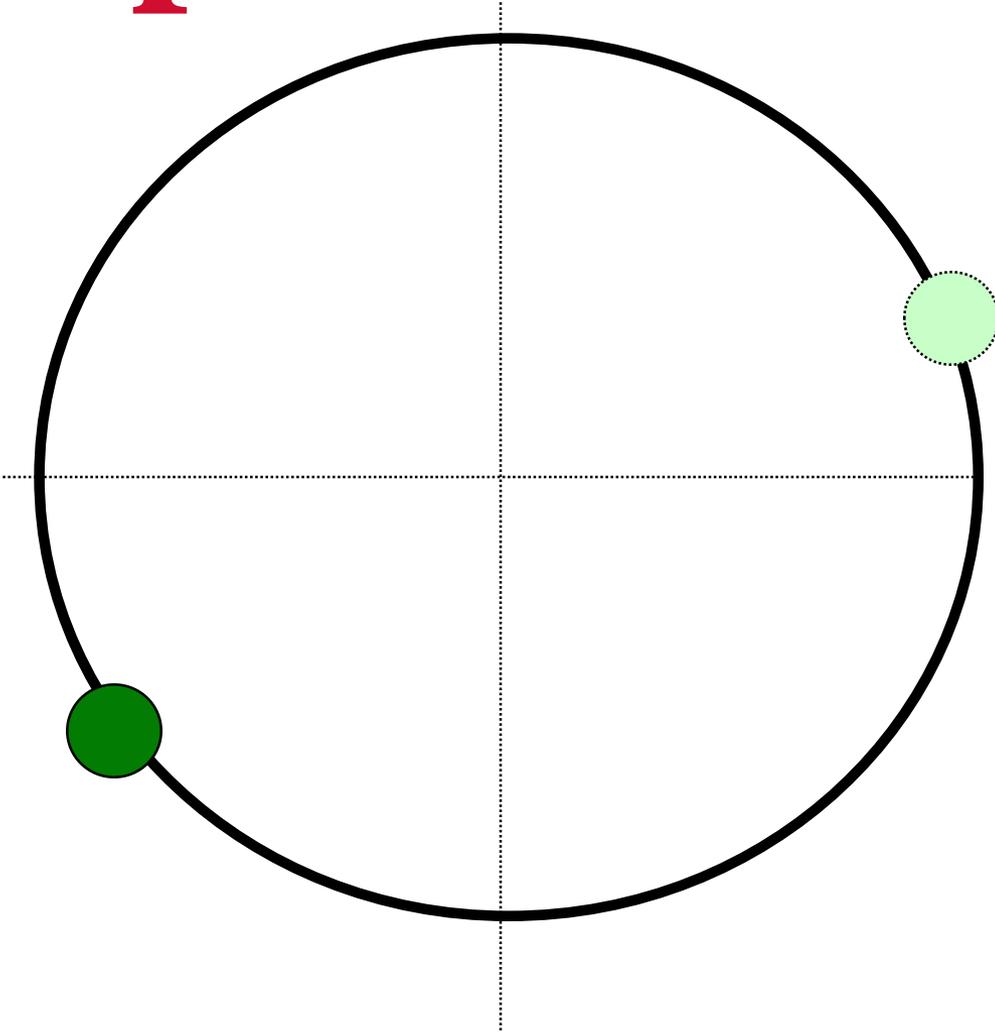
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



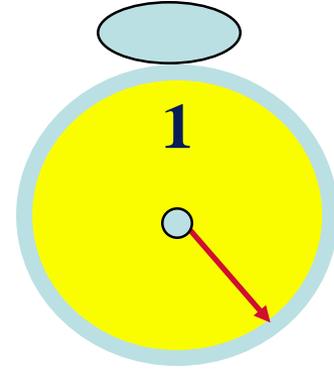
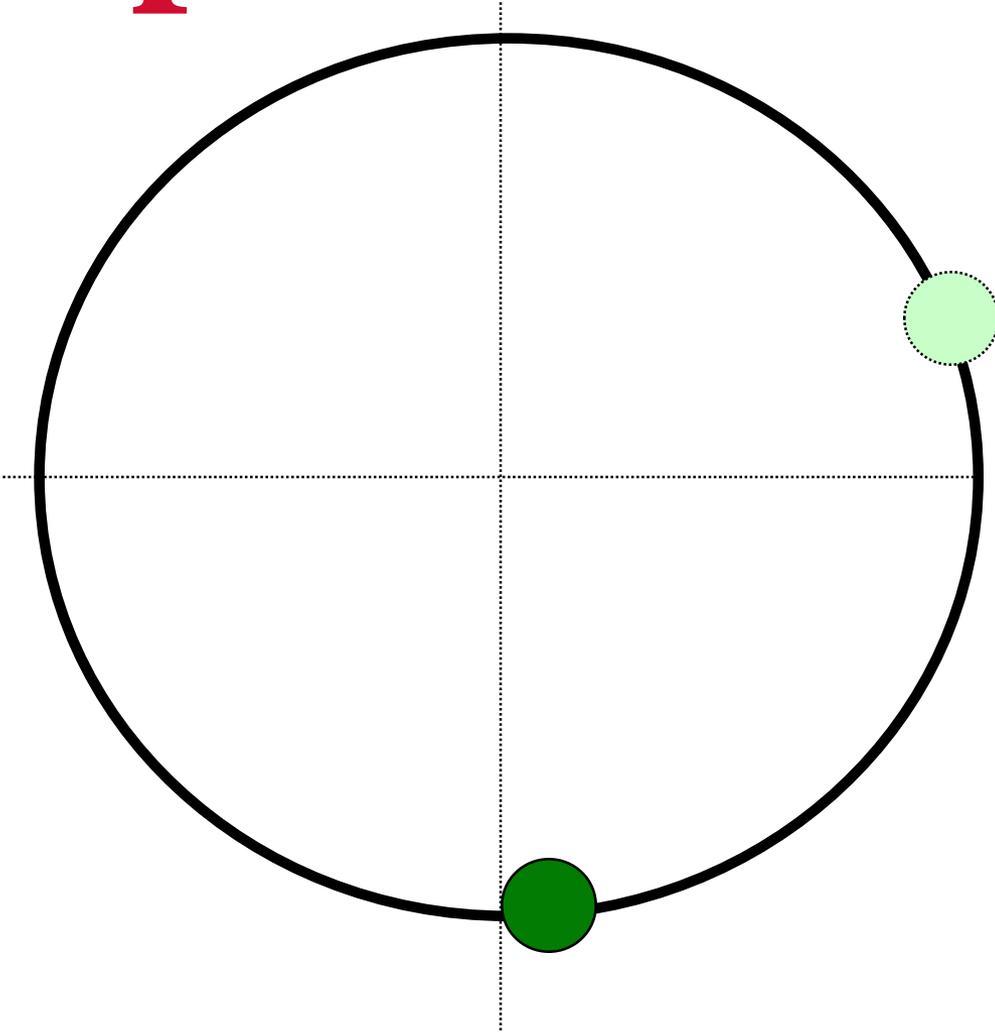
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



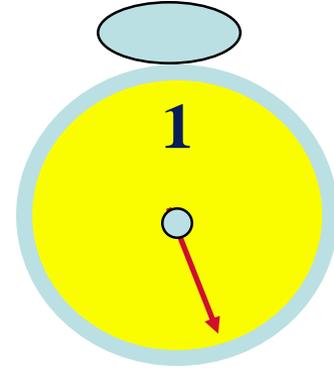
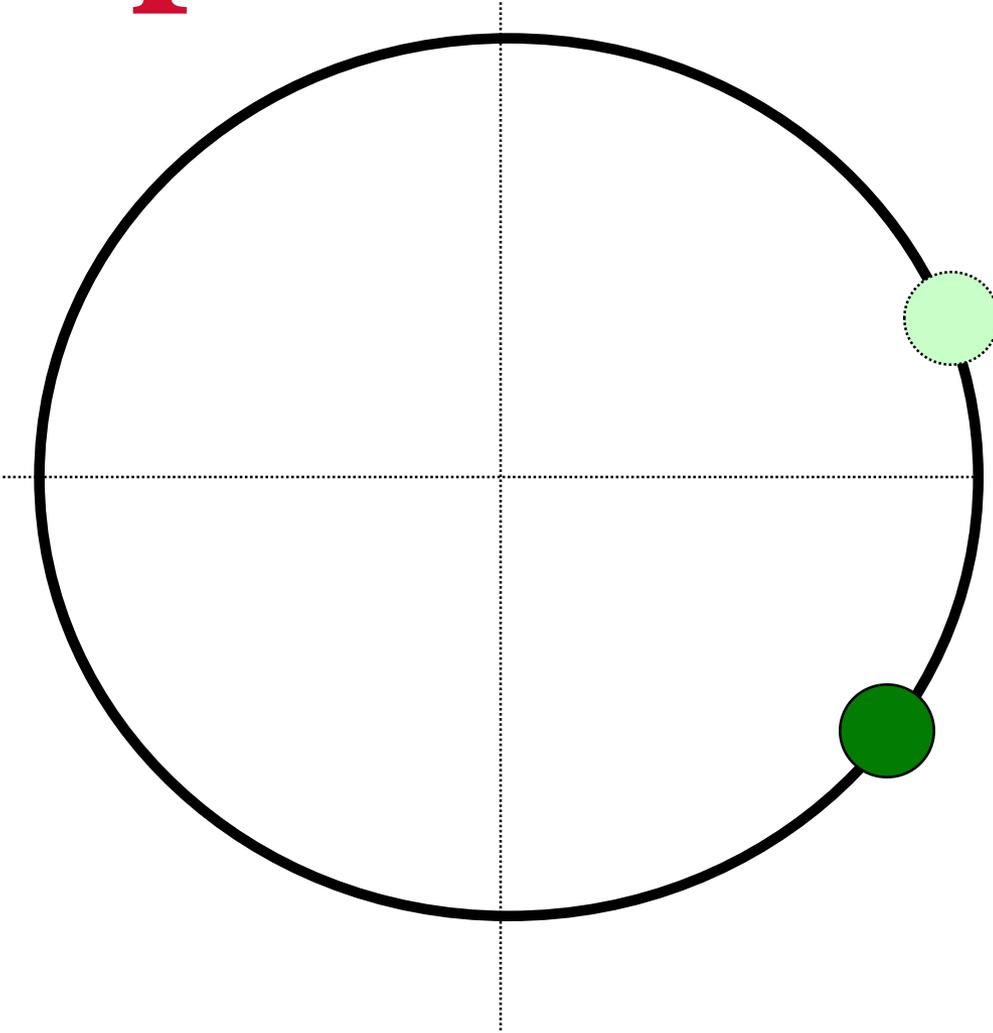
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



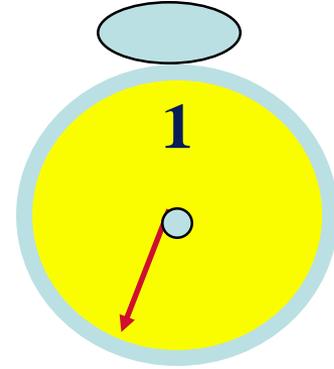
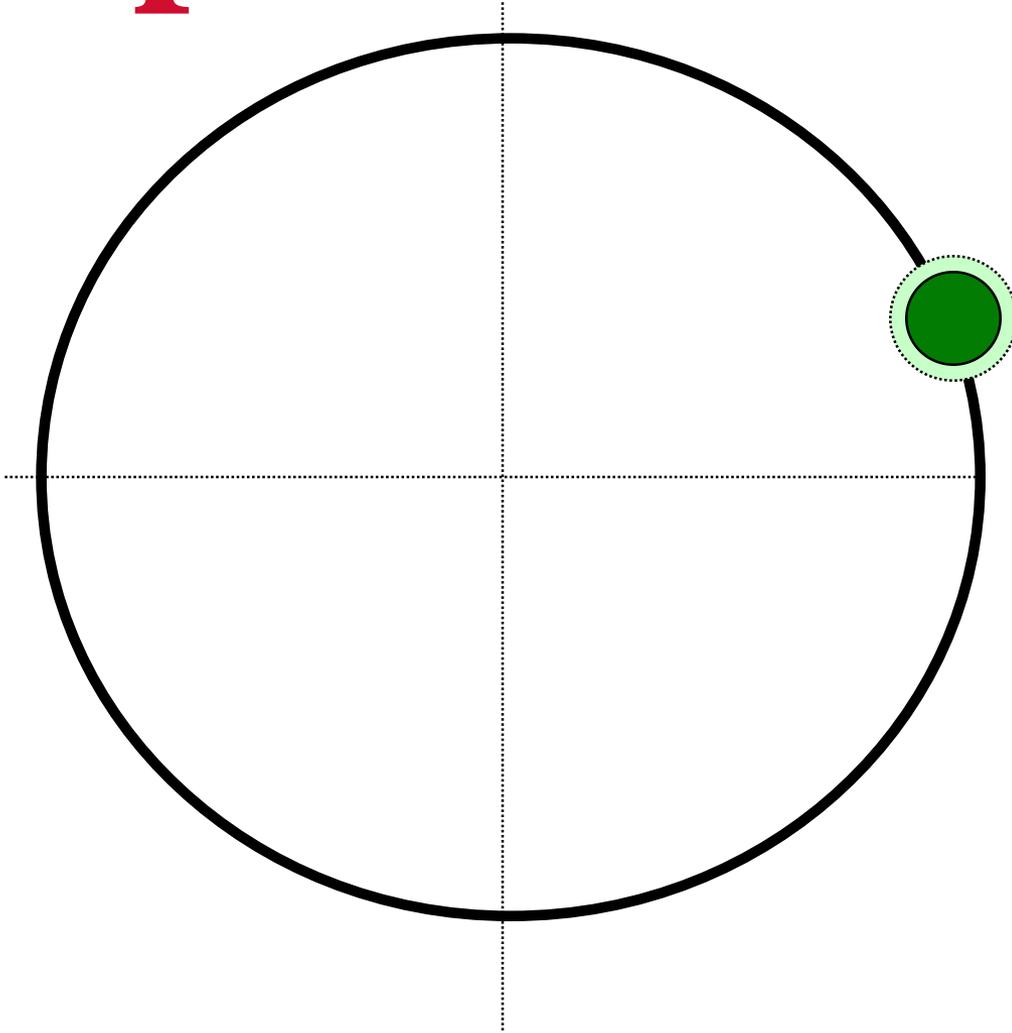
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



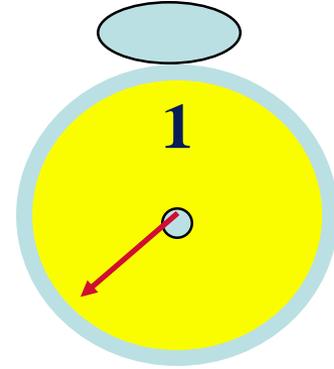
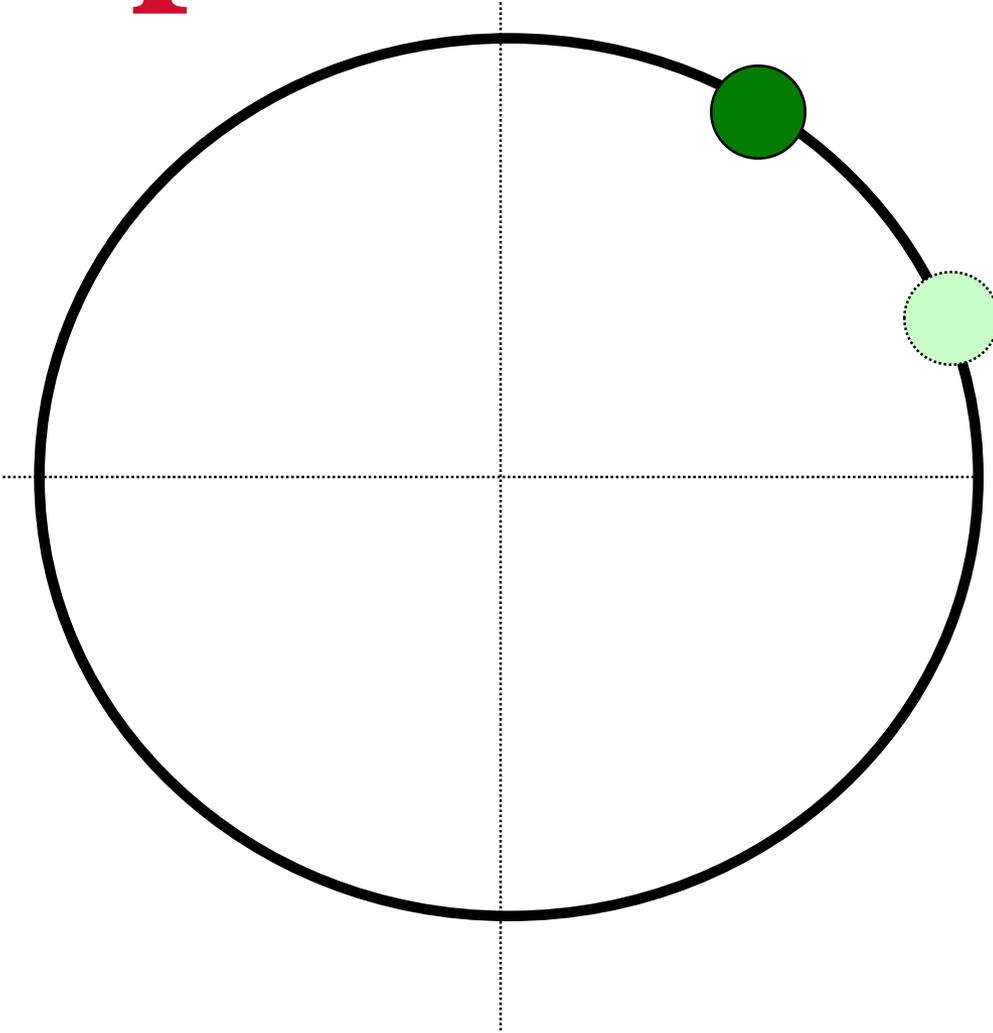
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



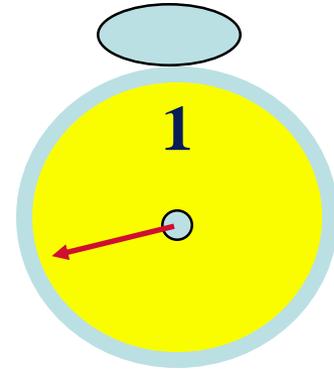
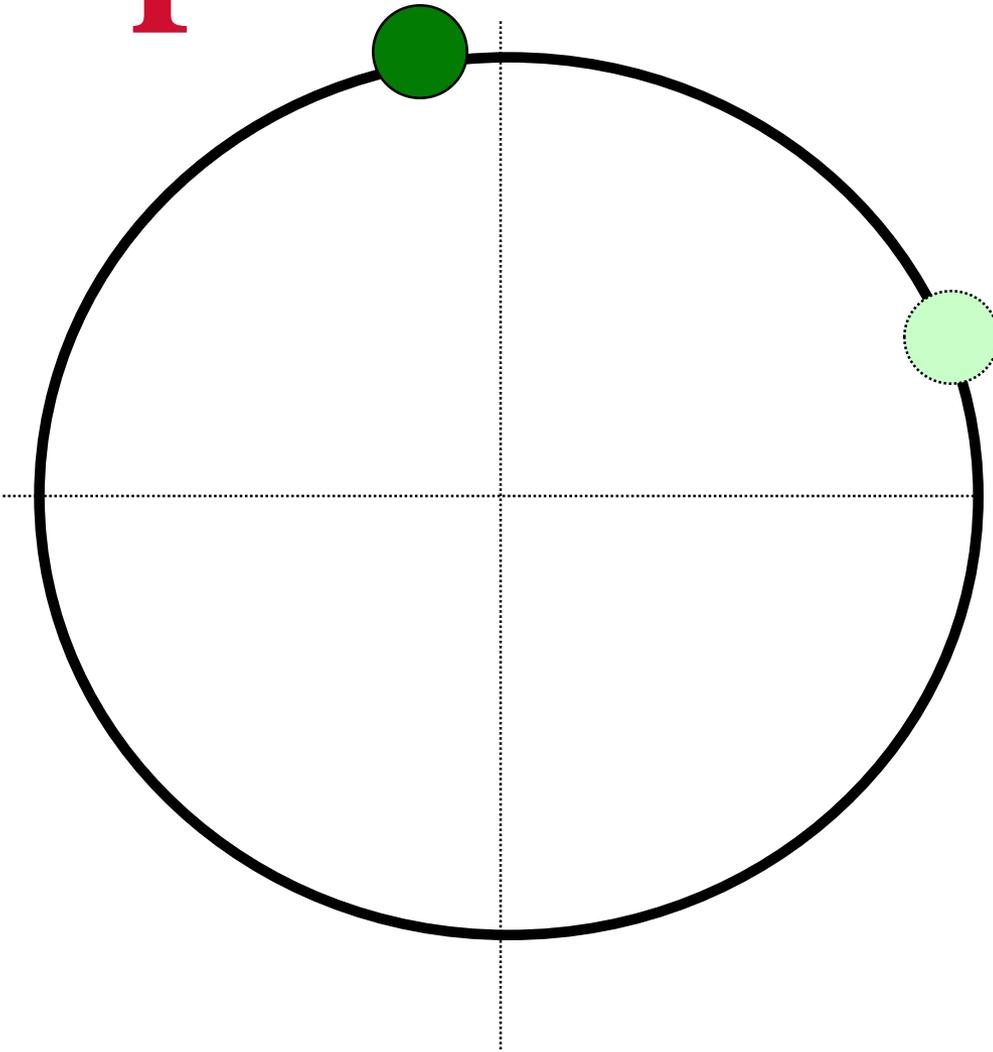
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



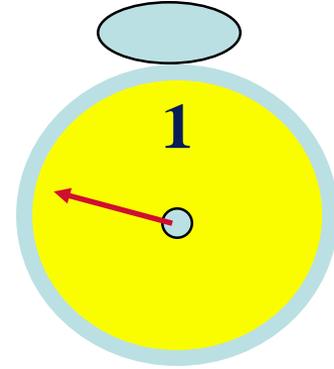
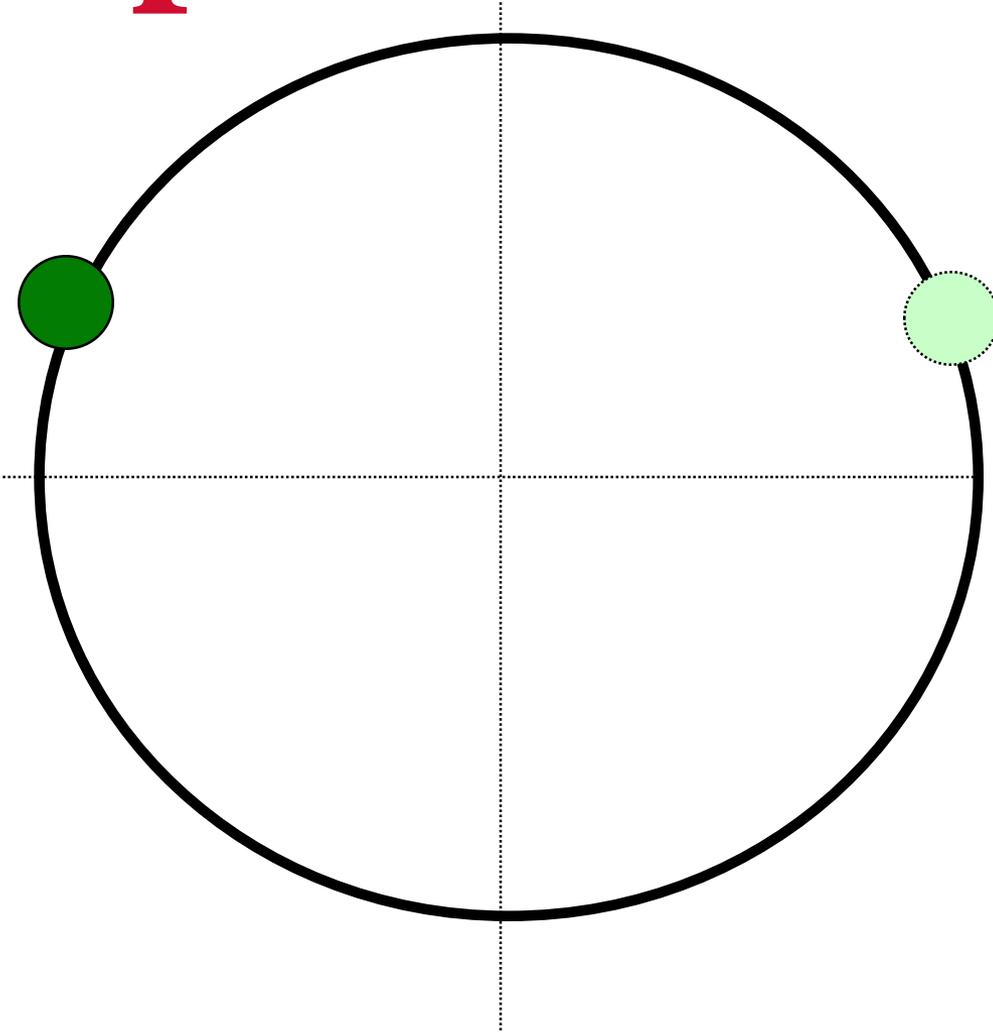
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



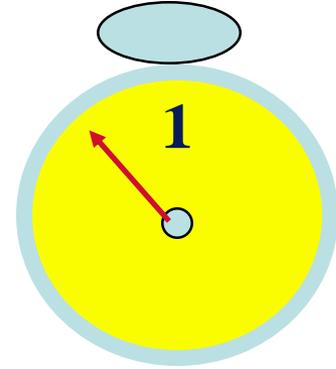
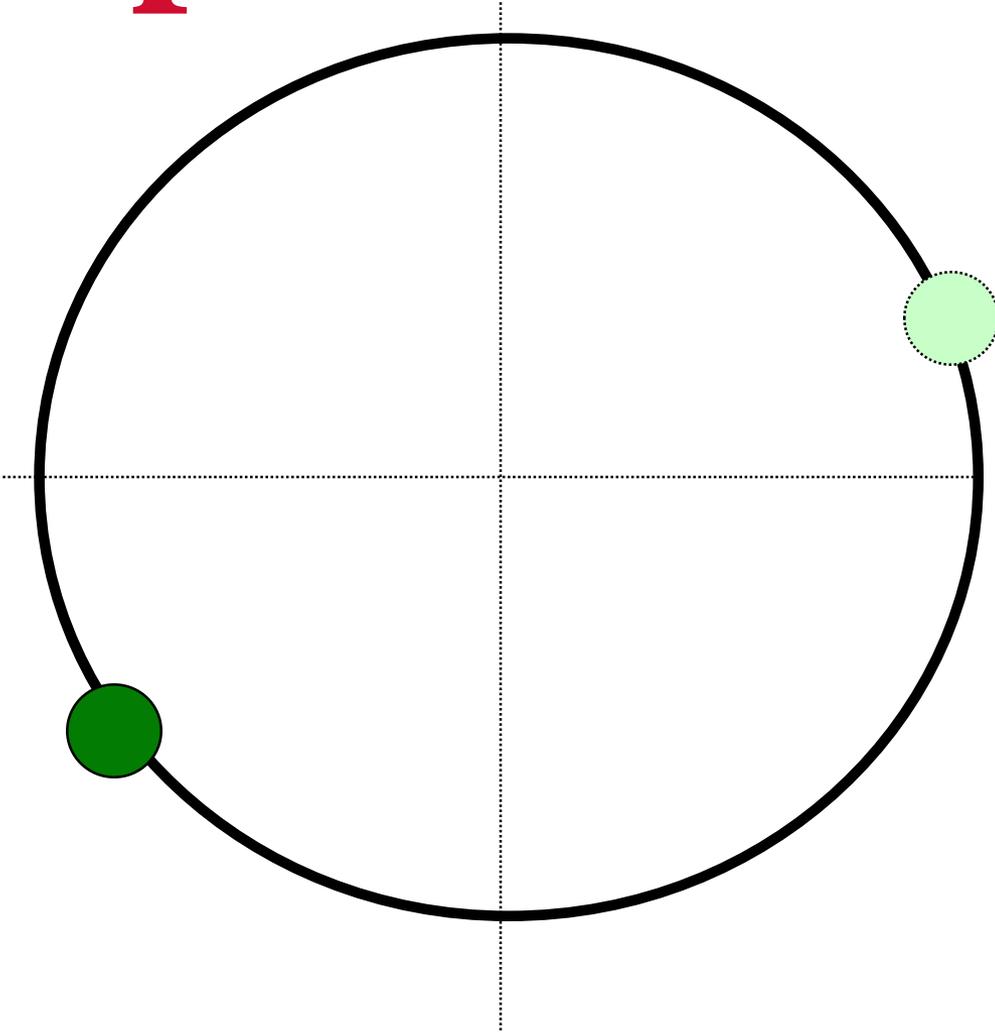
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



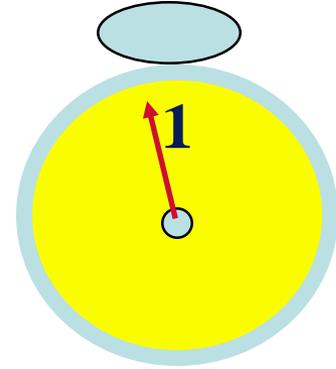
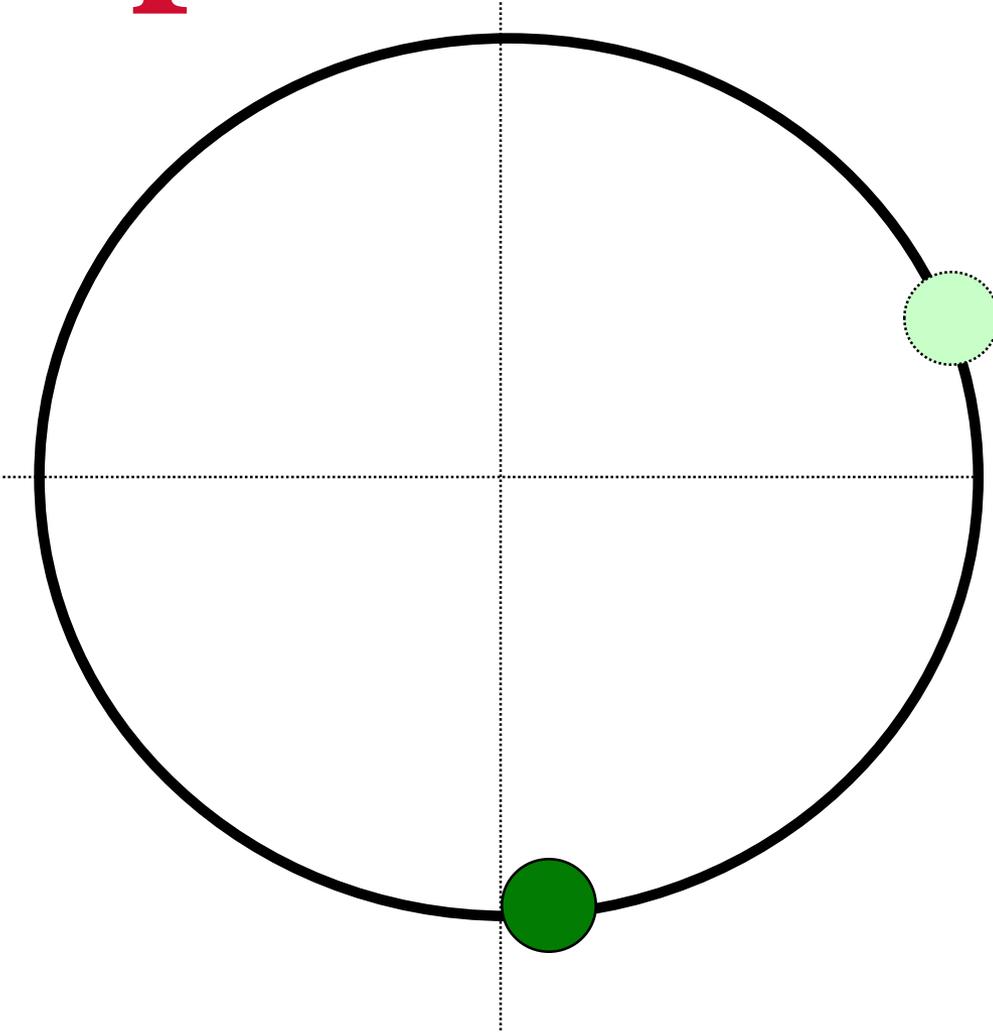
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



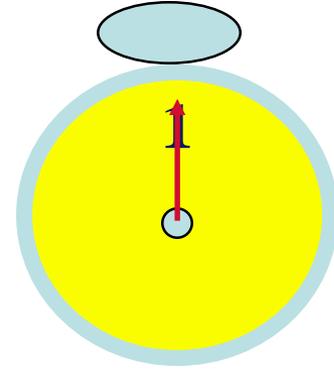
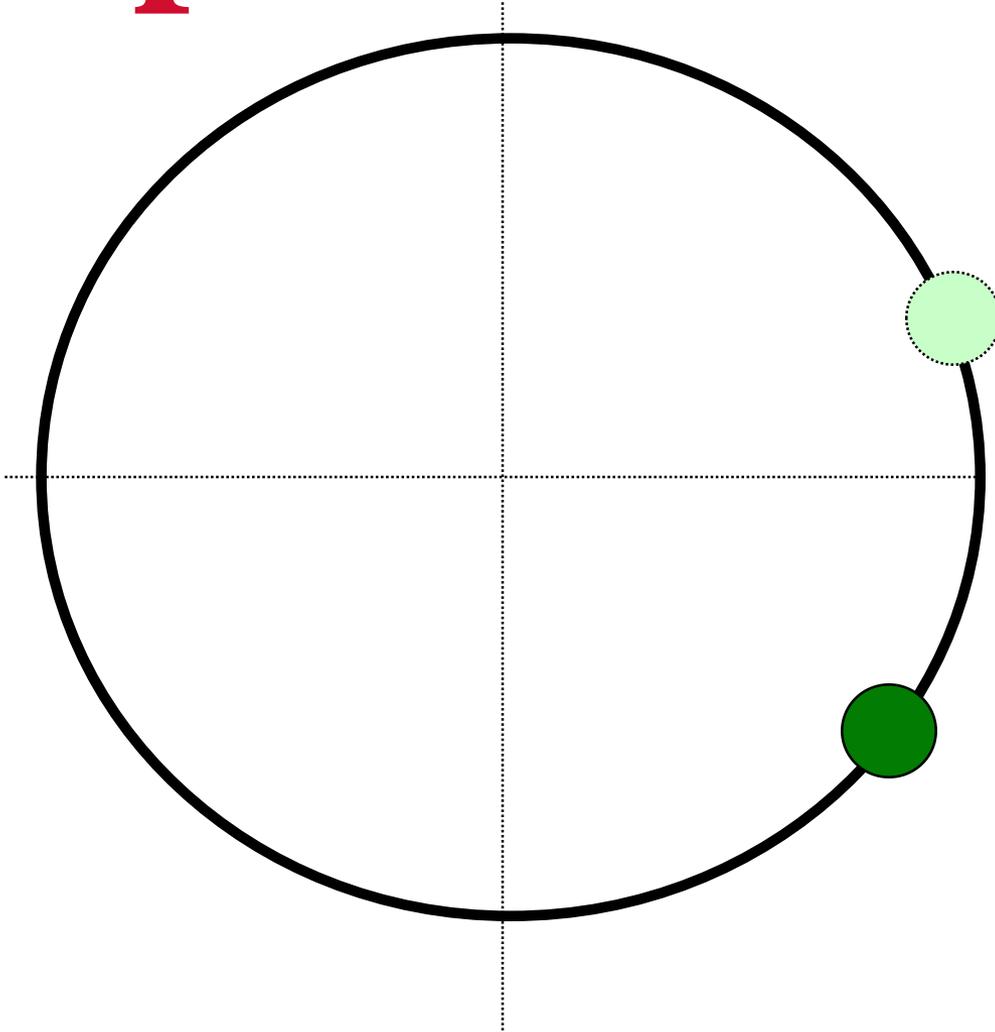
Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



Moti nel piano: moto circolare uniforme

f



1 SEC

il corpo ha percorso
più di un giro
(per es. 1,85 giri)

$$f = 1,85 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Moti nel piano: moto circolare uniforme

Alcune grandezze utili:

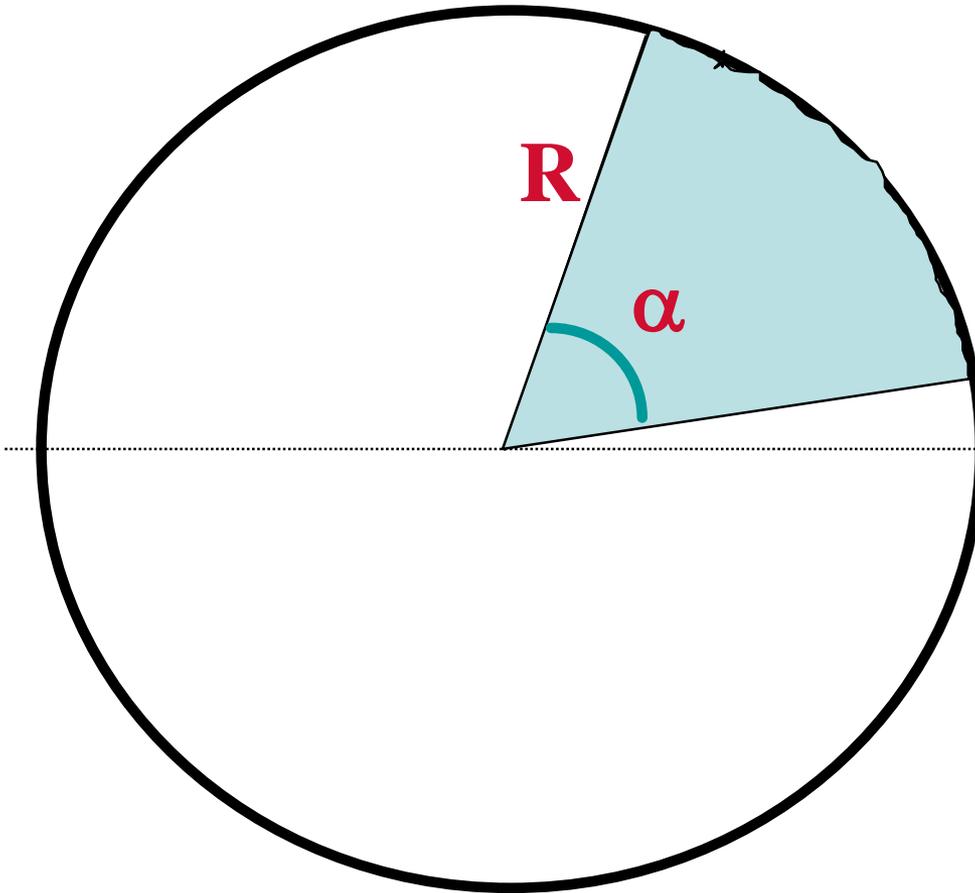
PERIODO: tempo **T** impiegato dal corpo a percorrere un'intera circonferenza

FREQUENZA: numero di giri **f** fatti dal corpo nell'unità di tempo (di solito 1 sec)

VELOCITA' ANGOLARE: ω rapporto tra l'angolo «spazzato» in un dato intervallo di tempo e l'intervallo stesso

Moti nel piano: moto circolare uniforme

ω



$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

$$\omega = 2\frac{\pi}{T}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega R$$

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \omega^2 R$$

Moti nel piano: moto circolare uniforme

MOTO CIRCOLARE UNIFORME ($f = 1/T$)

Velocità Tangenziale

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = 2\pi \cdot r \cdot f; \quad v = \omega \cdot r;$$

Velocità Angolare

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f; \quad \omega = \frac{v}{r};$$

Accelerazione Centripeta

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 4\pi^2 r f^2; \quad a = \omega^2 \cdot r;$$