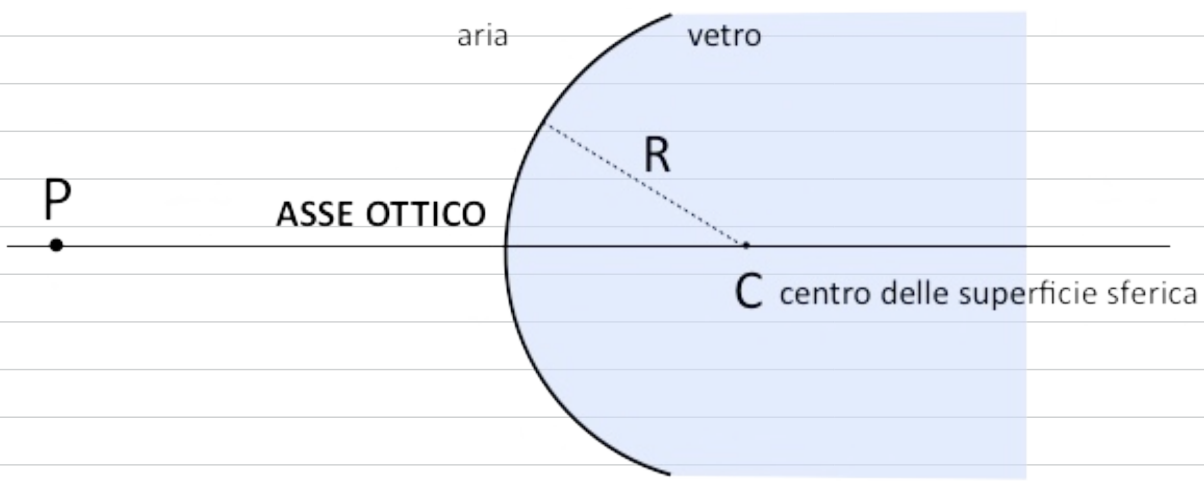
lezione 21 ottobre 2014

Vediamo adesso cosa accade se l'interfaccia fra 2 mezzi con indice di rifrazione diverso è una superficie sferica. In questo caso parleremo di DIOTTRO SFERICO (il diottro in generale è la superficie che separa due mezzi ottici diversi)

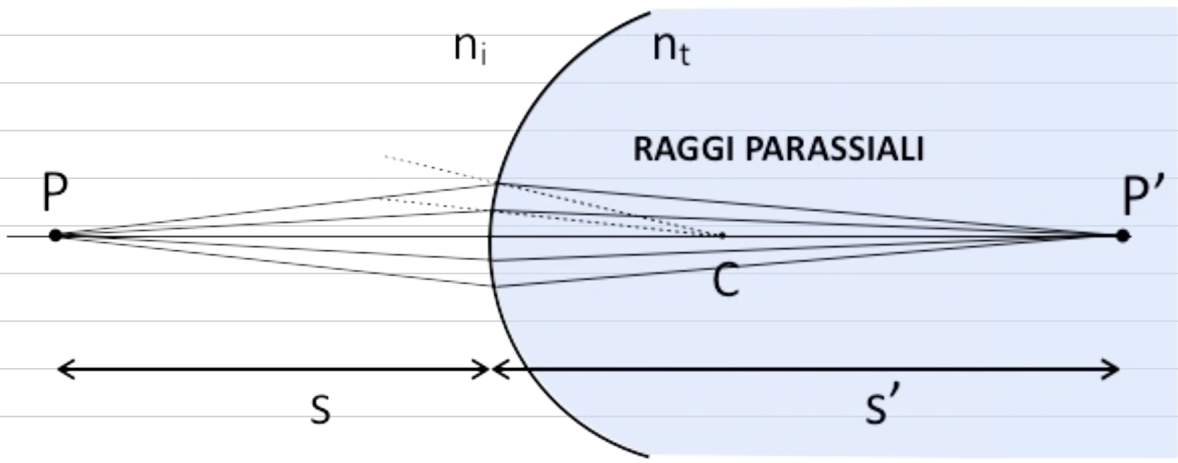


In figura ad esempio si considera il caso di una superficie sferica con raggio R che separa aria e vetro.

Consideriamo adesso di avere una sorgente di luce posta in P. Si definisce ASSE OTTICO del sistema la retta che passa per P e per il centro della superficie sferica,

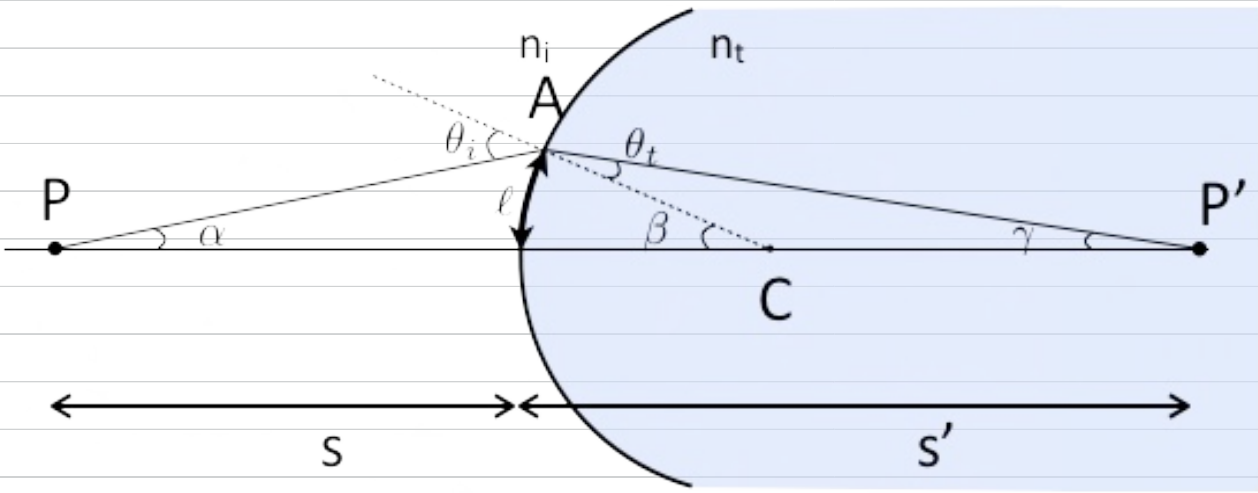
indicato in figura con C.
I raggi luminosi che provengono da P e sono prossimi all'asse ottico, formano cioè con esso un angolo piccolo, sono detti RAGGI PARASSIALI.

Si può dimostrare che i raggi parassiali che provengono dalla sorgente posta in P si propagano al di là del diottro incrociandosi tutti sull'asse ottico in un unico punto P' dove quindi si crea un'immagine della sorgente P



Nota la legge di Snell, possiamo trovare la relazione che lega la distanza s tra la sorgente in P e il diottro, e la distanza s' tra l'immagine in P' e il diottro.

Consideriamo uno dei raggi parassiali come nella figura:



Chiamati n_i e n_t l'indice di rifrazione dei due mezzi, dalla legge di Snell abbiamo:

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

ma poiché per i raggi coassiali anche l'angolo di incidenza θ_i e quello di rifrazione θ_t sono piccoli, possiamo approssimare la funzione seno con il suo argomento e scrivere:

$$n_i \theta_i = n_t \theta_t \qquad (1)$$

Inoltre considerando i due triangoli PAC e P'AC possiamo scrivere:

$$\theta_i = \alpha + \beta \qquad (2)$$

$$\beta = \theta_t + \gamma \qquad (3)$$

Dalle eq. (1), (2) e (3) eliminando θ_i e θ_t abbiamo:

$$n_i(\alpha+\beta) = n_t(\beta-\gamma)$$

Inoltre, poichè tutti questi angoli per raggi coassiali sono piccoli possiamo scrivere

$$\alpha = \frac{l}{s}, \quad \beta = \frac{l}{R}, \quad \gamma = \frac{l}{s'}$$

da cui con pochi passaggi si ottiene

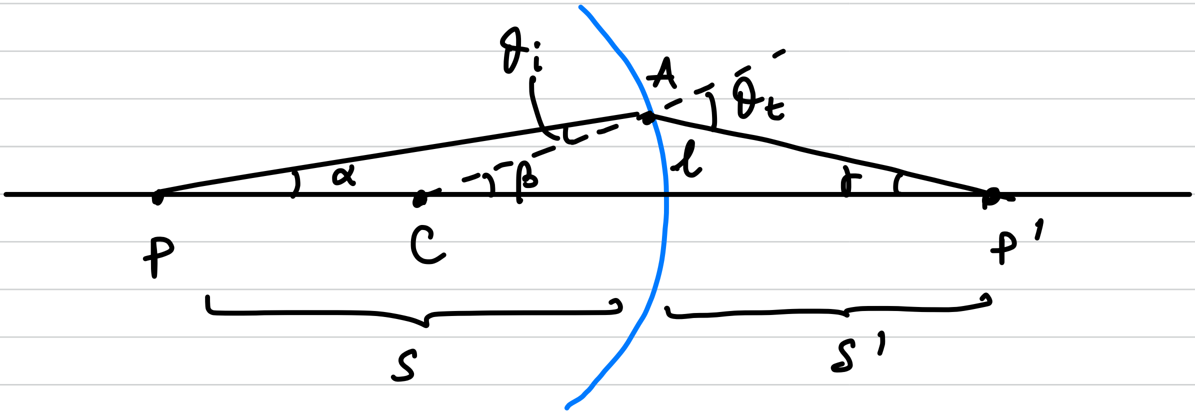
$$\boxed{\frac{n_i}{s} + \frac{n_t}{s'} = \frac{n_t - n_i}{R}}$$

LEGGE DEL DIOTTRO SFERICO

La relazione ottenuta non dipende da l, e quindi dal particolare raggio parassiale considerato. Ne segue che s' è la stessa per tutti i raggi parassiali che partono da P.

Finora abbiamo considerato un diottro CONVESSO ma avremmo ottenuto lo stesso risultato per un diottro CONCAVO

Finora abbiamo considerato un diottro CONVESSO ma avremmo ottenuto lo stesso risultato per un diottro CONCAVO:



$$\begin{cases} n_i \theta_i = n_t \theta_t \\ \alpha + \theta_i = \beta \\ \beta + \gamma = \theta_t \end{cases}$$

$$n_i (\beta - \alpha) = n_t (\beta + \gamma)$$

$$\alpha = \frac{l}{s}, \quad \beta = \frac{l}{R}, \quad \gamma = \frac{l}{s'}$$

$$n_i \left(\frac{\cancel{l}}{R} - \frac{\cancel{l}}{s} \right) = n_t \left(\frac{\cancel{l}}{R} + \frac{\cancel{l}}{s'} \right)$$

$$\frac{n_i}{s} + \frac{n_t}{s'} = (n_i - n_t) \cdot \frac{1}{R}$$

Che è identica alla relazione trovata per il diottro convesso se assumiamo la convenzione di indicare per il diottro concavo un raggio $R < 0$

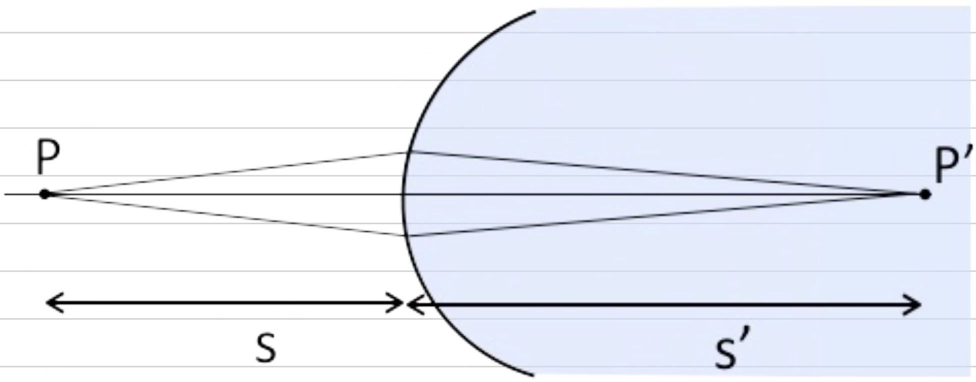
DIOTTRO CONVESSO $R>0$
DIOTTRO CONCAVO $R<0$

$$\boxed{\frac{n_i}{s} + \frac{n_t}{s'} = \frac{n_t - n_i}{R}}$$

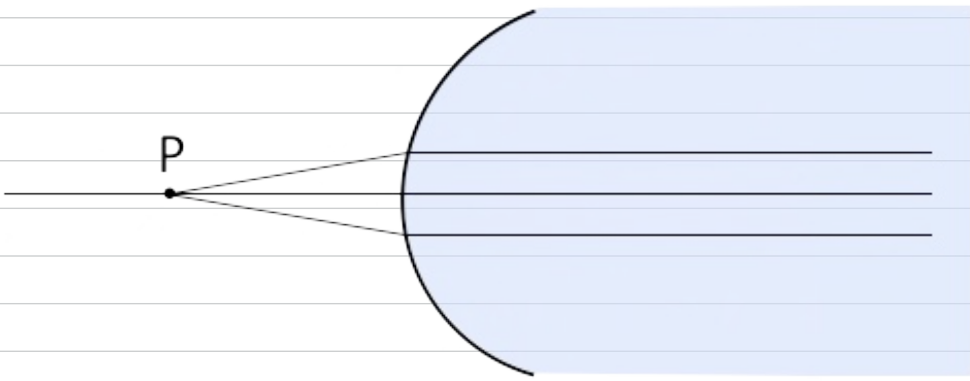
Tornando al caso del diottro convesso, vediamo alcuni casi particolari:

$$\frac{n_t}{s'} = \frac{n_t - n_i}{R} - \frac{n_i}{s} \Longrightarrow$$

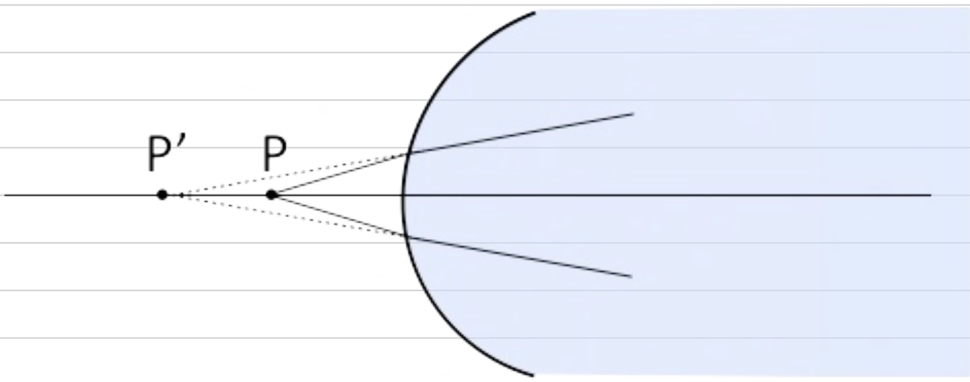
$$s > R\frac{n_i}{n_t - n_i} \Rightarrow s' > 0$$



$$s = R\frac{n_i}{n_t - n_i} \Rightarrow s' = \infty$$



$$s < R\frac{n_i}{n_t - n_i} \Rightarrow s' < 0$$



P e P' sono detti PUNTI CONIUGATI

Valgono le seguenti convenzioni:

- la distanza s di un oggetto è positiva se il punto sorgente (o l'oggetto) si trova, rispetto alla superficie, dalla stessa parte della luce incidente

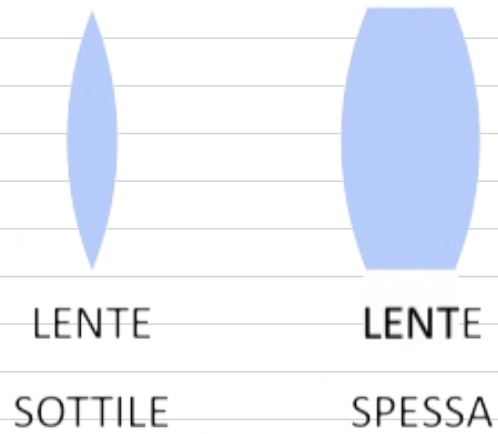
- la distanza s' dell'immagine è positiva se questa si trova, rispetto alla superficie, dalla stessa parte della luce uscente. Altrimenti s' è negativa e l'immagine si dice virtuale.

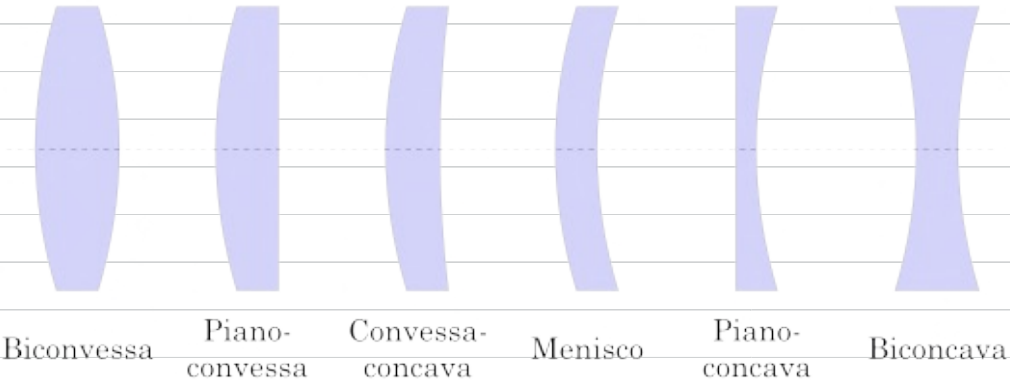
- il raggio di curvatura R del diottro è positivo se il centro di curvatura si trova, rispetto alla superficie, dalla stessa parte della luce uscente (diottro convesso). Altrimenti è negativo (diottro concavo).

LENTI

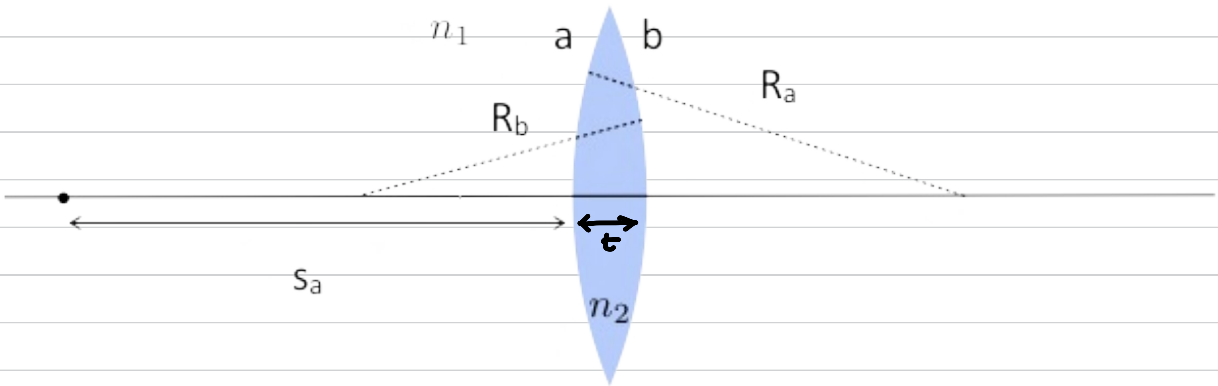
Una lente è costituita da materiale trasparente le cui due facce opposte sono due diottri sferici (uno dei due può anche essere piano). L'asse ottico è individuato dalla retta che congiunge i centri dei due diottri.

Si parla di LENTE SOTTILE se il suo spessore è trascurabile rispetto alle altre dimensioni del sistema (raggi di curvatura delle due superfici sferiche e distanze oggetto/immagine). Altrimenti si parla di LENTE SPESSA.





Consideriamo una lente biconvessa di spessore t e calcoliamo dove si forma l'immagine di una sorgente posta in P a distanza Sa dal primo diottro:



Applichiamo due volte, per le due superfici che incontrano i raggi luminosi, l'equazione del diottro sferico:

per la superficie a : $$\frac{n_1}{S_a} + \frac{n_2}{S_a'} = \frac{n_2 - n_1}{R_a} \quad (4)$$

per la superficie b : $$\frac{n_2}{S_b} + \frac{n_1}{S_b'} = \frac{n_1 - n_2}{R_b} \quad (5)$$

ma l'immagine S_a' del diottro a e l'oggetto S_b del diottro b sono legate dalla relazione

$$-S_b = S_a' - t$$

se quindi consideriamo di avere una lente sottile possiamo trascurare il suo spessore t e quindi avremo

$$S_b \simeq -S_a'$$

e quindi con qualche passaggio dalle eq. (4) e (5) si ottiene

$$\frac{1}{S_a} + \frac{1}{S_b'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b}\right)$$

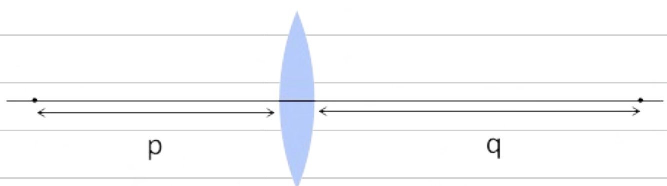
Quindi, in generale, se chiamiamo

- **p** la distanza dell'**oggetto** dalla lente
- **q** la distanza dell'**immagine** dalla lente
- f la **distanza focale** della lente data da: $\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b}\right)$

otteniamo la relazione nota come

FORMULA DEI COSTRUTTORI DI LENTI

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}}$$



La quantità $\frac{1}{f}$ è chiamata POTERE DIOTTRICO

e si misura in m^{-1}, unità di misura che viene anche chiamata DIOTTRIA

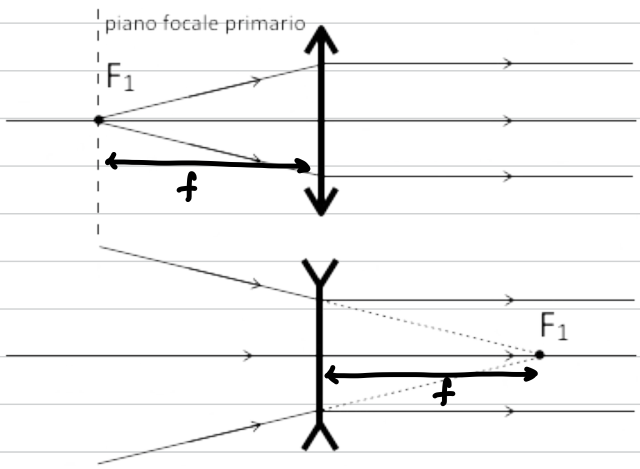
La distanza focale f di una lente dipende dalla sua geometria e dal materiale di cui è fatta (dipende anche dal mezzo in cui si trova la lente)

DISTANZA FOCALE $f>0$ LENTE CONVERGENTE o POSITIVA 

DISTANZA FOCALE $f<0$ LENTE DIVERGENTE o NEGATIVA 

FUOCHI e PIANI FOCALI di una lente

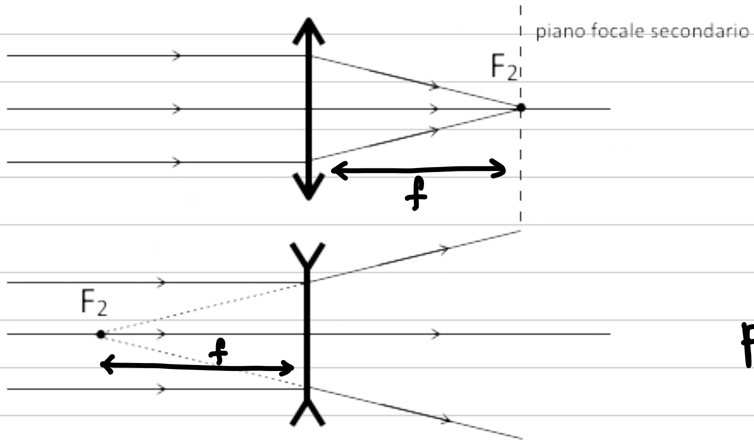
Si chiama **FUOCO PRIMARIO** di una lente il punto su cui si deve mettere la sorgente per avere un'immagine posta all'infinito



$q = \infty \rightarrow p = f \qquad f > 0$

$q = \infty \rightarrow p = f \qquad f < 0$

Si chiama **FUOCO SECONDARIO** di una lente il punto in cui si forma l'immagine di una sorgente posta all'infinito



$p = \infty \rightarrow q = f \qquad f > 0$

$p = \infty \rightarrow q = f \qquad f < 0$