

matr.:

Nome:

Cognome:

ATTENZIONE: utilizzare per le risposte ESCLUSIVAMENTE questo foglio.

1. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^2 |x-1|e^{-x} dx$$

.

2. Sia data l'applicazione lineare $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$f: (x, y, z) \rightarrow (x + ay + 3z, 2y + az, 4y + 2az)$$

Determinare la matrice associata a tale applicazione e stabilire per quali valori di a tale matrice risulta diagonalizzabile.

3. Discutere la convergenza di

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}(x-4)} dx$$

.

4. Stabilire al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ il numero delle soluzioni dell'equazione (sugg. effettuare lo studio della funzione a primo membro)

$$\arctan\left(\frac{x^2}{x-2}\right) = \lambda$$

5. Risolvere il seguente problema di Cauchy determinando il massimo intervallo di esistenza della soluzione

$$\begin{cases} y' = \frac{(1+t)e^t}{\sin y} \\ y(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x + 2x^3) - x}{x^3 + \sin(x^4)}$$