

4. – Esercizi su: permutazioni su un insieme finito.**Esercizio 4.1**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 1 & 9 & 6 & 3 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 & 8 & 2 & 6 & 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.2**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 7 & 2 & 5 & 9 & 1 & 8 & 4 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 2 & 9 & 5 & 3 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.3**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 3 & 2 & 1 & 9 & 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 2 & 9 & 5 & 3 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.4**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\mathbf{X} := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 1 & 9 & 6 & 3 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 5 & 7 & 6 & 1 & 8 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

Se esiste una permutazione  $\tau$  tale che  $\sigma\tau = \tau\sigma = \mathbf{id}_{\mathbf{X}}$ , si scriva  $\tau$  come prodotto di cicli disgiunti.

**Esercizio 4.5**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 9 & 1 & 4 & 7 & 8 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 7 & 2 & 8 & 4 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.6**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 3 & 8 & 5 & 1 & 9 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 9 & 8 & 1 & 5 & 7 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.7**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 3 & 2 & 1 & 9 & 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 1 & 3 & 2 & 5 & 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.8**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\mathbf{X} := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 1 & 9 & 6 & 3 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 7 & 8 & 4 & 9 & 1 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

Se esiste una permutazione  $\tau$  tale che  $\sigma\tau = \tau\sigma = \mathbf{id}_{\mathbf{X}}$ , si scriva  $\tau$  come prodotto di cicli disgiunti.

**Esercizio 4.9**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 9 & 2 & 1 & 7 & 4 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 4 & 9 & 3 & 7 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.10**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 3 & 8 & 5 & 1 & 9 & 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 9 & 1 & 6 & 4 & 3 & 8 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.11**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 3 & 2 & 1 & 9 & 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 2 & 7 & 1 & 3 & 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.12**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\mathbf{X} := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 1 & 9 & 6 & 3 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 2 & 8 & 6 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

Se esiste una permutazione  $\tau$  tale che  $\sigma\tau = \tau\sigma = \mathbf{id}_{\mathbf{X}}$ , si scriva  $\tau$  come prodotto di cicli disgiunti.

**Esercizio 4.13**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 8 & 5 & 2 & 1 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 7 & 1 & 5 & 8 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.14**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 7 & 2 & 5 & 9 & 1 & 8 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 9 & 7 & 3 & 2 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.15**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 3 & 2 & 1 & 9 & 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 1 & 5 & 4 & 2 & 3 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

**Esercizio 4.16**

Siano  $\alpha, \beta$  le permutazioni sull'insieme  $\mathbf{X} := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  così definite:

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 1 & 9 & 6 & 3 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad \beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 7 & 1 & 3 & 9 & 4 & 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

e sia  $\sigma$  la permutazione ottenuta applicando prima  $\alpha$  e poi  $\beta$ .

Si scriva  $\sigma$  come prodotto di cicli disgiunti e si dica, motivando la risposta, se  $\sigma$  è una permutazione pari oppure una permutazione dispari.

Se esiste una permutazione  $\tau$  tale che  $\sigma\tau = \tau\sigma = \mathbf{id}_{\mathbf{X}}$ , si scriva  $\tau$  come prodotto di cicli disgiunti.