

**Fluidi**

# Stati della materia

- solido [volume e forma definiti]
- liquido [volume definito, forma no]
- gassoso [né volume, né forma definiti]

Un fluido è un mezzo continuo senza forma propria: assume la forma del recipiente che la contiene.

In un **fluido**, le molecole sono sistemate casualmente e legate da deboli forze di coesione.

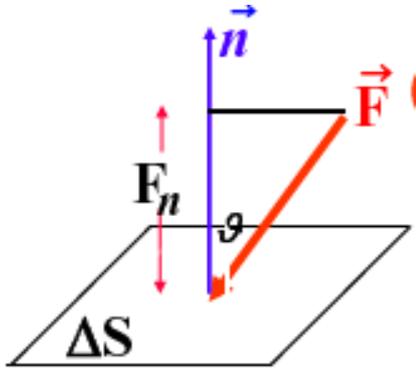
**Liquidi e gas sono fluidi**

Differenze fra un fluido e un solido:

-le molecole di un fluido sono libere di muoversi; in un solido sono legate a formare il reticolo cristallino.

-la compressibilità. Una pressione  $\Delta P$  esercitata su un fluido produce una variazione di volume  $\Delta V$ . Su un solido NO. Per i liquidi  $\Delta V$  è piccolo, per i gas è grande.

# Pressione

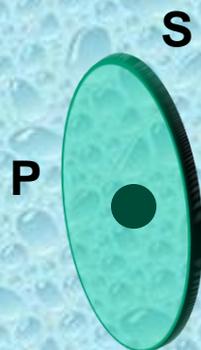


Si definisce pressione il rapporto fra il modulo della componente normale della forza agente su una superficie ( $F_n$ ) e l'area ( $A$ ) della superficie sulla quale la forza agisce:

$$P = \frac{\vec{F} \cdot \vec{n}}{\Delta s}$$

$$P = \frac{F}{A} \quad \begin{array}{l} 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} / 1 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ bar} = 1.00 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{array}$$

# Pressione nel punto P:

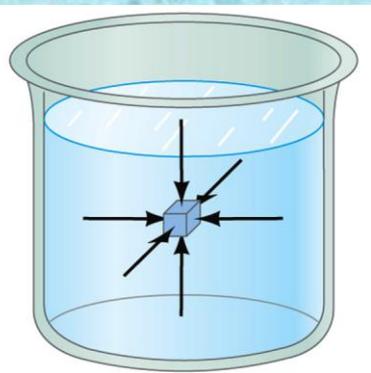


1: definisco una qualsiasi superficie  $S$  intorno a  $P$

2: in un fluido in equilibrio non si hanno movimenti macroscopici, quindi non si ha scorrimento e componenti tangenziali delle forze

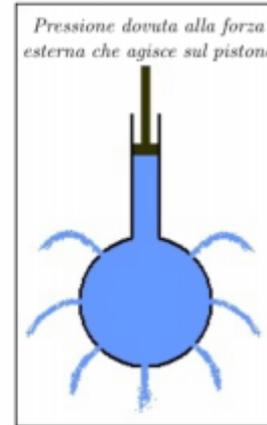
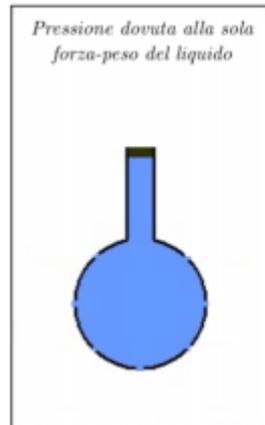
3: in un fluido in equilibrio le forze agenti in un punto sono uguali lungo tutte le direzioni, altrimenti il fluido si muoverebbe

4: la pressione che si esercita sulla superficie  $S$  è indipendente dal suo orientamento  $\Rightarrow$  pressione nel punto  $P$  (principio di isotropia della pressione)

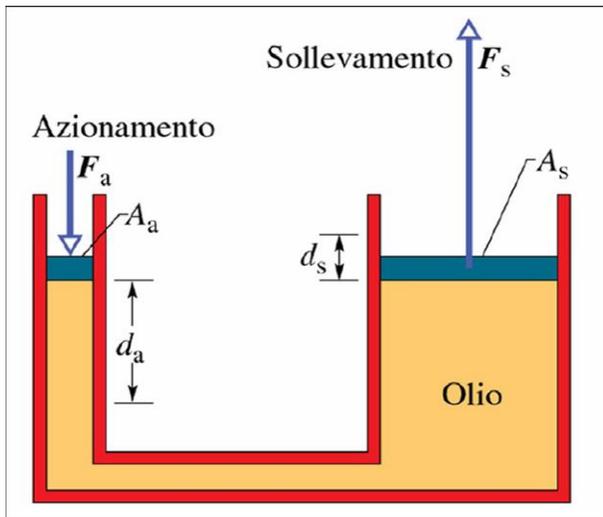


# Principio di Pascal

La **pressione** esercitata su un fluido racchiuso in un recipiente si trasmette invariata a qualsiasi punto del fluido e alle pareti del recipiente che lo contiene  $\Rightarrow$  **La pressione è isotropa**



## Leva idraulica



$$P_a = F_a/A_a; P_s = F_s/A_s$$

$$P_a = P_s; \quad F_a/A_a = F_s/A_s \quad F_s = F_a A_s/A_a$$

Moltiplicatore di forza

Si “perde” in spostamento quello che si “guadagna” in forza

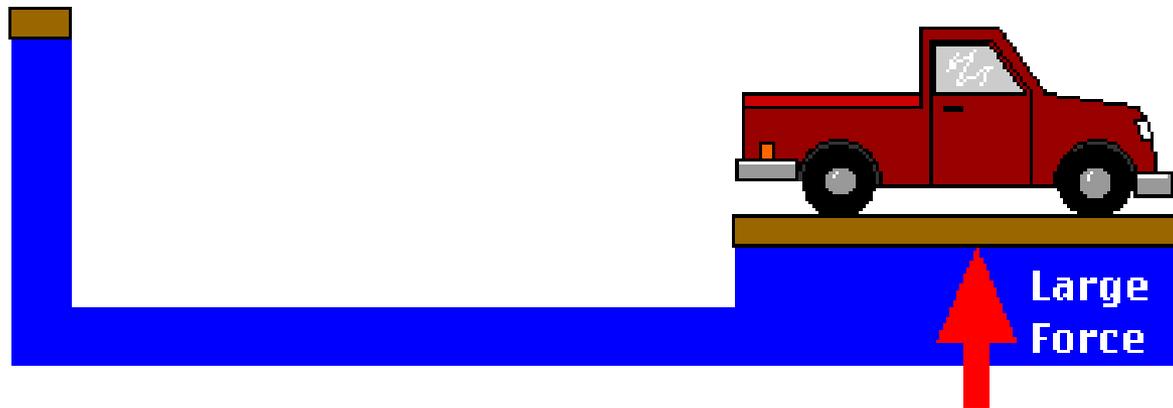
# Leva idraulica

## Pascal's Principle

"The pressure exerted at one surface of an incompressible fluid is equal to the pressure exerted on any other surface."

This allows a small force applied to a small area to be converted to a large force applied to a large area, as in the hydraulic lift below.

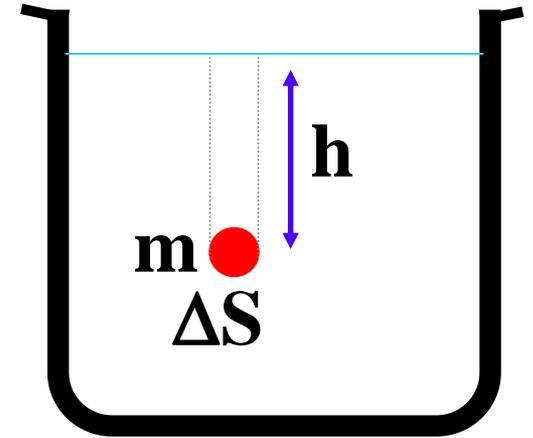
**Small  
Force**



**Large  
Force**

# Legge di Stevino (Fluido in quiete)

Su un corpo di massa  $m$  immerso in un fluido agisce una pressione dovuta al peso della colonna di fluido di altezza  $h$  che sovrasta la sua superficie  $\Delta S$

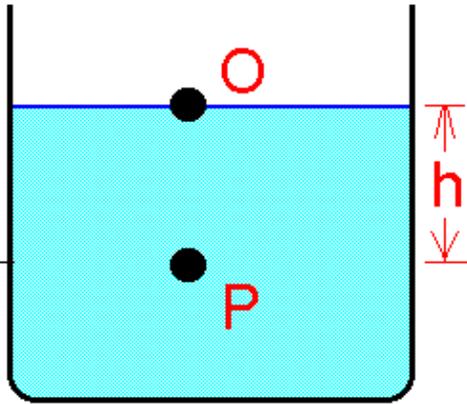


$$\frac{\text{Peso}}{\Delta S} = \frac{m'g}{\Delta S} = \frac{(\rho V)g}{\Delta S} = \frac{\rho(\cancel{\Delta S} h)g}{\cancel{\Delta S}} = \rho g h$$

$m'$  = massa del fluido, non del corpo immerso!

$$\boxed{P = \rho g h} \quad \text{Pressione esercitata dalla colonna di fluido di altezza = } h$$

# Legge di Stevino (Fluido in quiete)

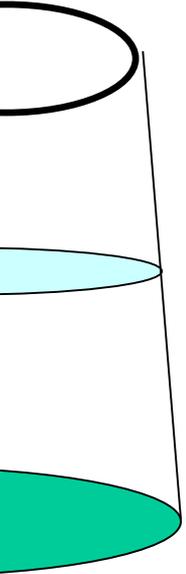
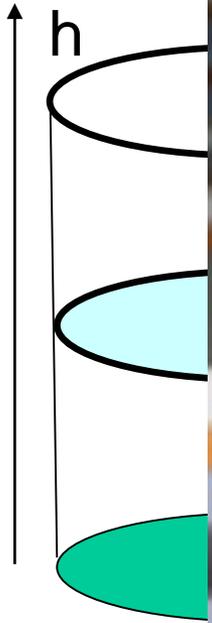


$$p = p_0 + \rho g h$$

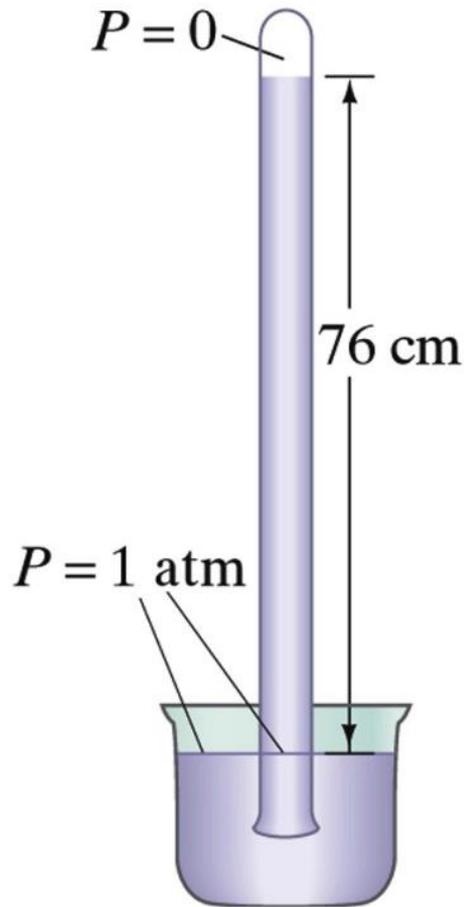
$p_0$  = pressione atmosferica

La pressione  $p$  è uguale in tutti i punti alla stessa profondità: **non dipende dalla forma del recipiente.**

**$\rho g h$**  è la pressione esercitata dal peso di una colonna di fluido in un punto qualsiasi dell'area di base della colonna di altezza  $h$ .



# Esperienza di Torricelli



La pressione esercitata dall'atmosfera su tutti i corpi immersi in essa è uguale, al livello della superficie terrestre, alla pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 760 mm.

$$\begin{aligned} p_{atm} &= \rho_{Hg} gh = \\ &= 13590 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 0.76\text{m} \\ &= 101218\text{Pa} = 1\text{atm} \\ &= 760\text{mmHg} \end{aligned}$$

# Un esempio

La pressione esercitata da una colonna di acqua alta 10 m vale:

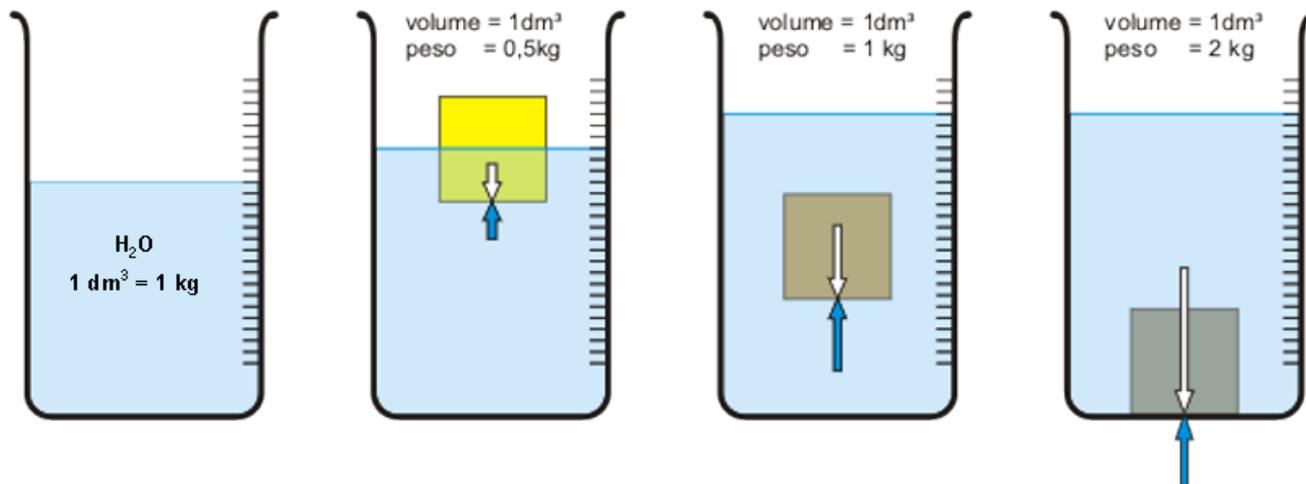
$$\Delta P = \rho g h = 10^3 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} = 98000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cong 1\text{Atm}$$

**⇒ Per ogni dieci metri di profondità' in acqua, la pressione AUMENTA di circa una atmosfera (!)**

# Principio di archimede

Ogni corpo immerso parzialmente o completamente in un fluido (liquido o gas) riceve una spinta verticale dal basso verso l'alto, uguale per intensità al peso del volume del fluido spostato

**Perché il sughero galleggia e la pietra va a fondo?**



**Esistono vari modelli per descrivere  
la statica e dinamica di un fluido.  
Noi distinguiamo:**



**Fluido ideale**

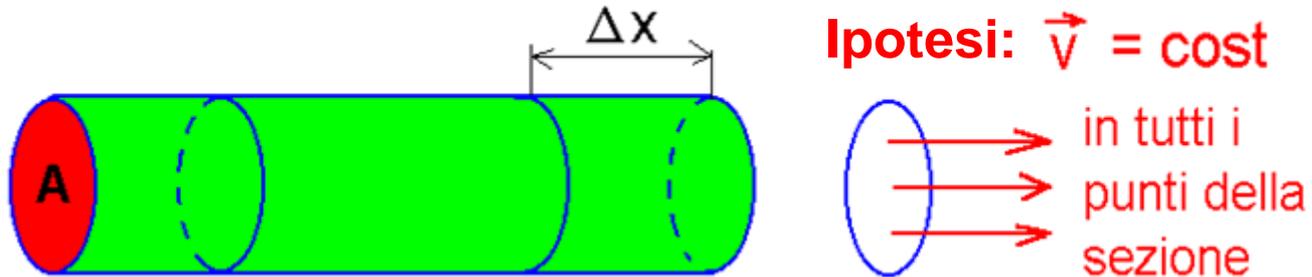


**Fluido viscoso**

# Fluidi ideali

- = **non viscosi**: lo scorrimento delle molecole le une rispetto alle altre avviene senza perdita di energia per attrito interno ed il liquido è infinitamente deformabile
- È trascurabile la sua struttura molecolare, cioè la massa liquida può essere considerata un **continuo** anche su porzioni infinitamente piccole
- Il volume è indipendente dalla pressione: liquido **incomprimibile**

# Fluidodinamica: portata



Definizione: PORTATA =  $Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$  (m<sup>3</sup>/s)

È il **volume** di fluido che, **al secondo**, attraversa la sezione del condotto.

**Es.:** la portata media di un fiume, d'estate, è minore rispetto all'inverno

**Es.:** la portata di un grosso vaso è maggiore di quella di un piccolo vaso

# Equazione di continuità

«La quantità di fluido che entra da un'estremità di un condotto in un tempo  $\Delta t$  deve uscire dall'altra estremità, **nello stesso tempo  $\Delta t$** »

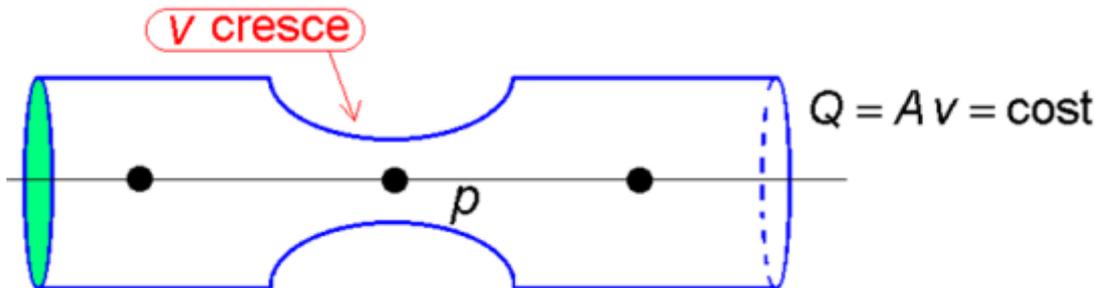
$$\Rightarrow Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \text{costante, lungo il condotto}$$

$$A \cdot v = \text{costante}$$

$$\Delta x = v \Delta t$$

$$\Delta V = A \Delta x = A v \Delta t$$

$$\text{Portata } Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A v \quad \left( \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)$$

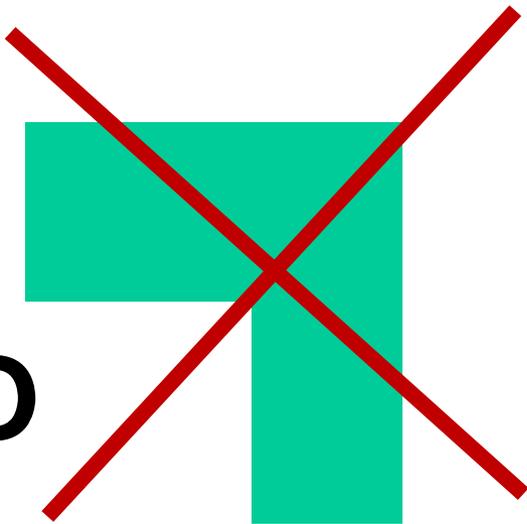


# Equazione di continuità

**Ipotesi per la validità dell'equazione di continuità:**

- 1) Flusso non vorticoso
- 2) Pareti rigide
- 3) Eventuali cambiamenti di direzione del condotto: non devono essere brusche

**NO**



**SÌ**

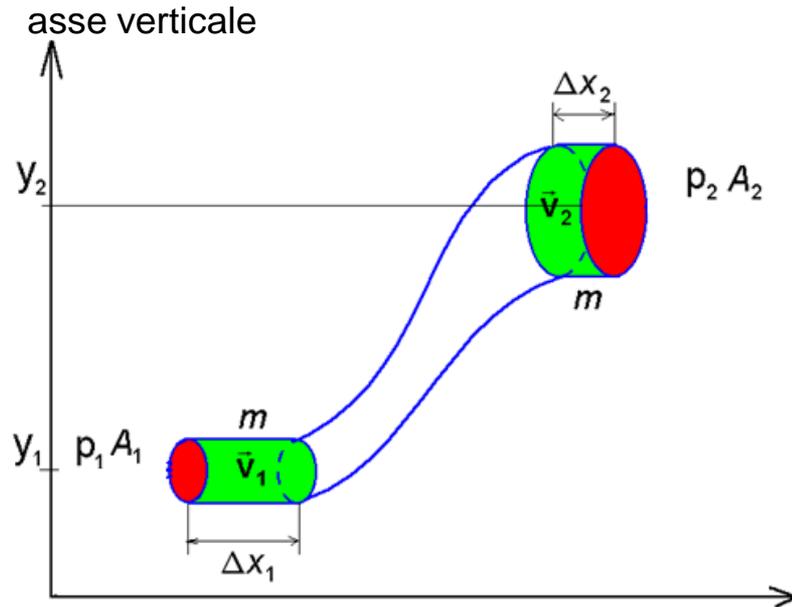


# Teorema di Bernoulli

Consideriamo un liquido ideale che si muove in un condotto qualsiasi a pareti rigide con possibili variazioni di altezza e di calibro del condotto.

Partendo dal principio di conservazione dell'energia, il teorema stabilisce una **relazione tra pressione, quota e velocità del liquido in qualsiasi sezione del condotto**

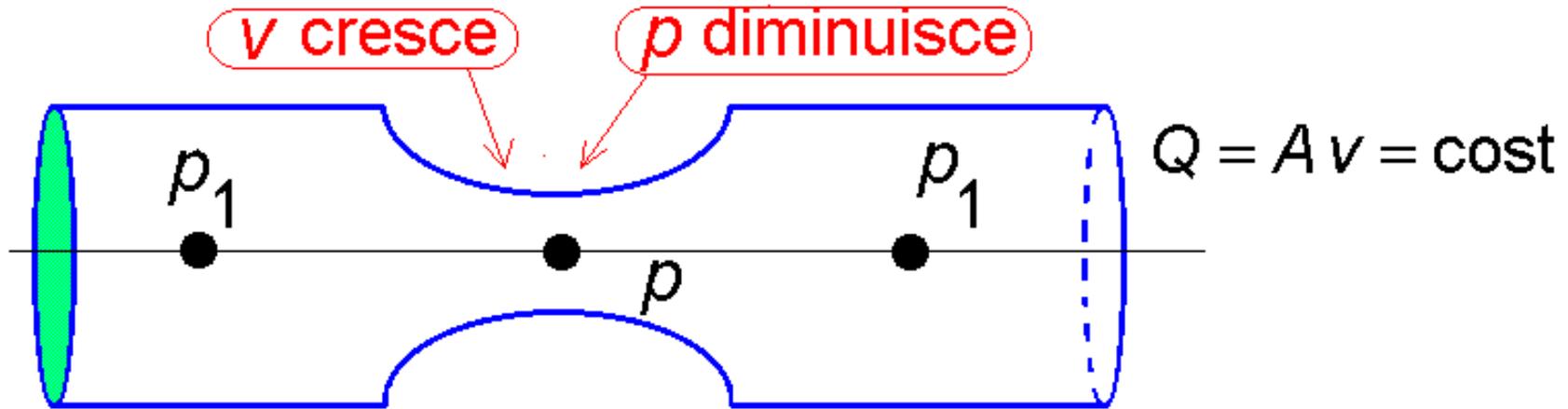
Incomprimibile e  
senza viscosità



Vale in qualsiasi sezione  
del condotto

$$\mathbf{p} + \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2 + \rho \mathbf{g} \mathbf{y} = \text{costante}$$

# Teorema di Bernoulli



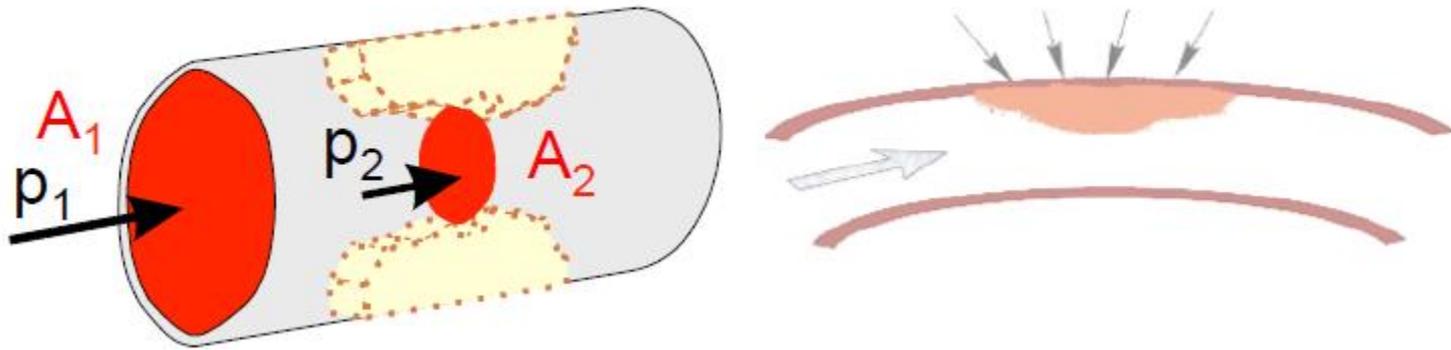
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \cancel{\rho g y_1} = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \cancel{\rho g y_2}$$

Se  $A = \text{costante}$  allora:  $v = \text{cost}$  e anche  $p = \text{cost}$

Se  $A$  diminuisce allora  $v$  aumenta e  $p$  diminuisce

# Conseguenze del teorema di Bernoulli

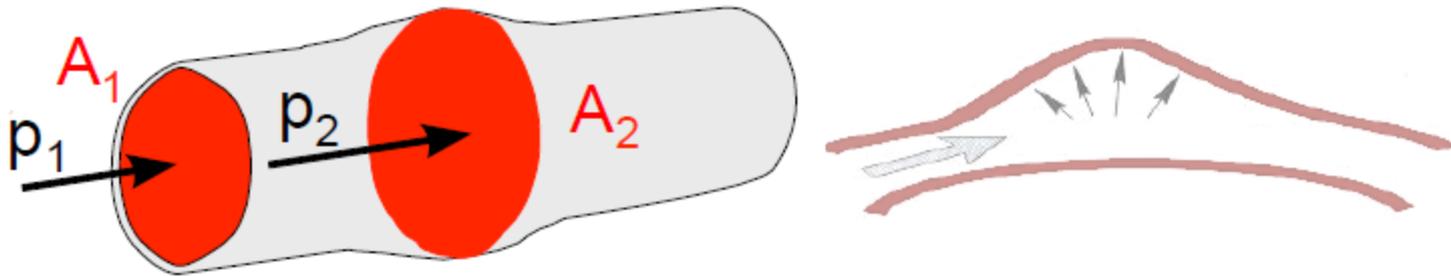
Stenosi: restringimento di un vaso sanguigno



$$A_1 > A_2 \longrightarrow p_1 > p_2$$

# Conseguenze del teorema di Bernoulli

Aneurisma: allargamento di un vaso sanguigno

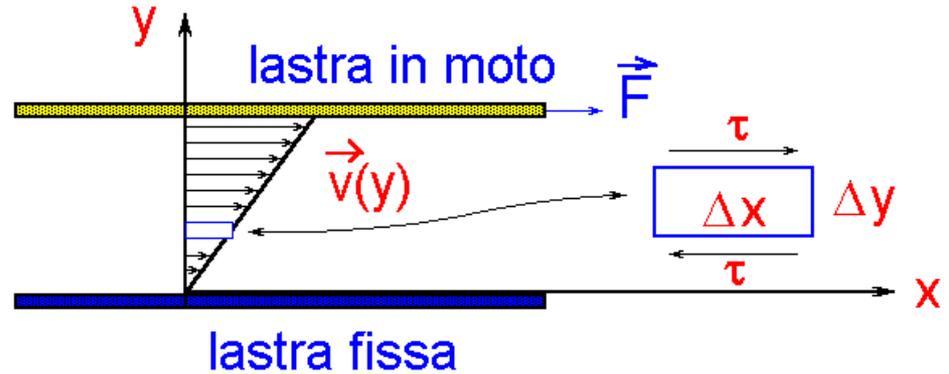
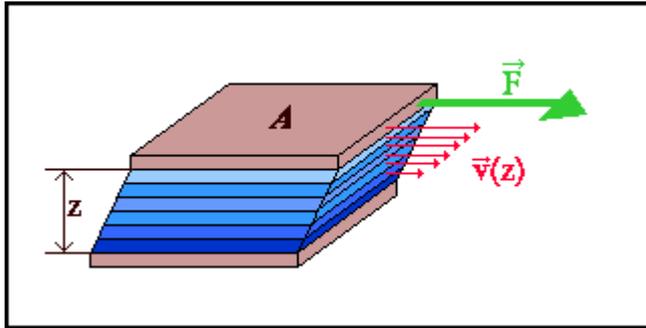


$$A_1 < A_2 \longrightarrow p_1 < p_2$$

# Fluidi reali

- Nei fluidi reali esistono forze che tendono a opporsi al moto relativo delle particelle che li costituiscono.
- La capacità di trasmettere tali forze viene definita viscosità.
- Nel moto relativo di due strati di fluido, le forze che contrastano tale moto sono parallele alla superficie di separazione degli strati e quindi sono forze tangenziali rispetto alla superficie.

# Viscosità



$v$  = velocità tangenziale

$\tau \Rightarrow$  sforzo di taglio ("quanta forza applico per metro quadro")

$$\boxed{\tau = F/A} \quad (\text{legge di Newton})$$

$$\boxed{\frac{F}{A} = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y}}$$

H <sub>2</sub> O	(T = 20°C)	$\eta = 1.005 \cdot 10^{-3}$	Pa · s
Sangue	(T = 37°C)	$\eta = 2.084 \cdot 10^{-3}$	Pa · s
Olio Ricino	(T = 20°C)	$\eta = 0.986$	Pa · s
Aria	(T = 20°C)	$\eta = 1.81 \cdot 10^{-5}$	Pa · s

# Viscosità

La **viscosità** dipende fortemente dalla temperatura!!!

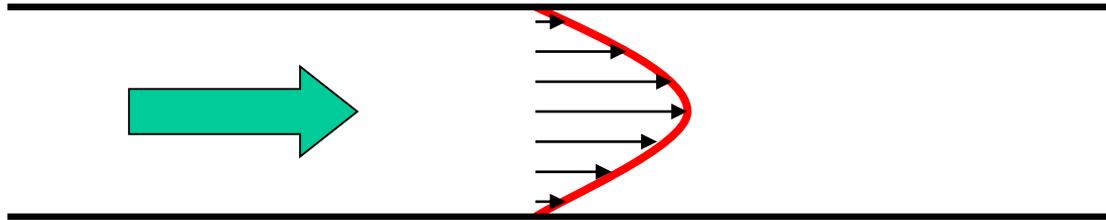
**Nei gas aumenta** con la temperatura

$$\eta \approx \sqrt{T}$$

(aumenta il moto termico delle molecole)

**Nei liquidi diminuisce** con la temperatura (le forze di attrazione intermolecolari decrescono con il crescere di T).

# Flusso laminare



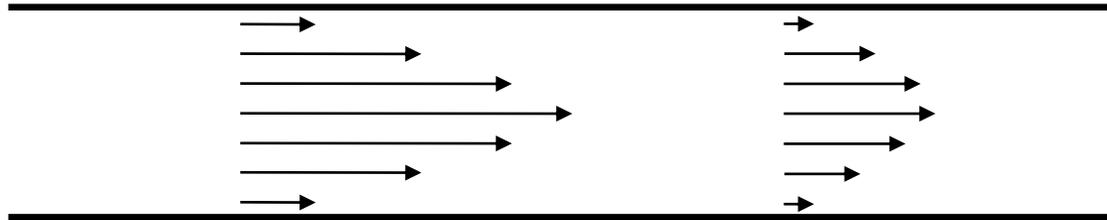
In **fluidodinamica** si parla di **flusso laminare** o di **regime laminare** quando il moto del fluido avviene con scorrimento di strati infinitesimi gli uni sugli altri senza alcun tipo di rimescolamento di fluido, neanche su scala microscopica.

Il flusso è governato dalle **forze viscosive** ed è costante nel tempo.

L'andamento della velocità di scorrimento (MODULO) aumenta dai bordi ( $v=0$ ) al centro dove raggiunge il valore massimo ( $v=v_{MAX}$ ).

Il profilo della velocità è di tipo PARABOLICO ( $v$  è proporzionale al QUADRATO della distanza dal bordo).

# Flusso stazionario



La velocità di scorrimento, FISSATO IL PUNTO, è costante  
NEL TEMPO

La velocità di scorrimento, FISSATO IL TEMPO, può variare  
da punto a punto

# Legge di Poiseuille

Si consideri un liquido viscoso che scorre in modo **stazionario** in una condotta orizzontale a sezione costante e di forma cilindrica. La differenza  $\Delta p$  fra le pressioni esercitate alle sue estremità provoca lo scorrimento di un liquido di viscosità  $\eta$ . La portata  $Q$  del condotto **lungo L e di raggio r** è data da:



$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L}$$

$L$  è la lunghezza del condotto  
 $r$  il suo raggio,  
 $\eta$  il coefficiente di viscosità del fluido  
 $Q_v$  la portata del condotto.

1. Diminuisce al crescere della viscosità ( $\eta$ )
2. Diminuisce al crescere della lunghezza del condotto ( $L$ )
3. Aumenta al crescere della differenza di pressione fra le estremità del condotto
4. Aumenta per condotti con sezione maggiore

# Legge di Poiseuille

**Resistenza idraulica ( $R$ )** del condotto.

La legge di Poiseuille può essere interpretata come legge di proporzionalità tra la "causa" =  $\Delta P$  che provoca il flusso e l'effetto =  $Q_v$  che ne segue, secondo una costante di proporzionalità  $R$  che dipende dalle caratteristiche geometriche del condotto e dalla viscosità del fluido:

da: 
$$\Delta p = \frac{8\eta L}{\pi r^4} Q_v$$

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \quad \text{Resistenza idraulica}$$

# Legge di Poiseuille

Corrente elettrica = carica elettrica per unità di tempo

Portata = massa di fluido per unità di tempo

La legge di Poiseuille è analoga alla legge di Ohm:

Differenza di potenziale = (resistenza elettrica) · (corrente elettrica)

Differenza di pressione = (resistenza idraulica) · (portata)

# Legge di Poiseuille

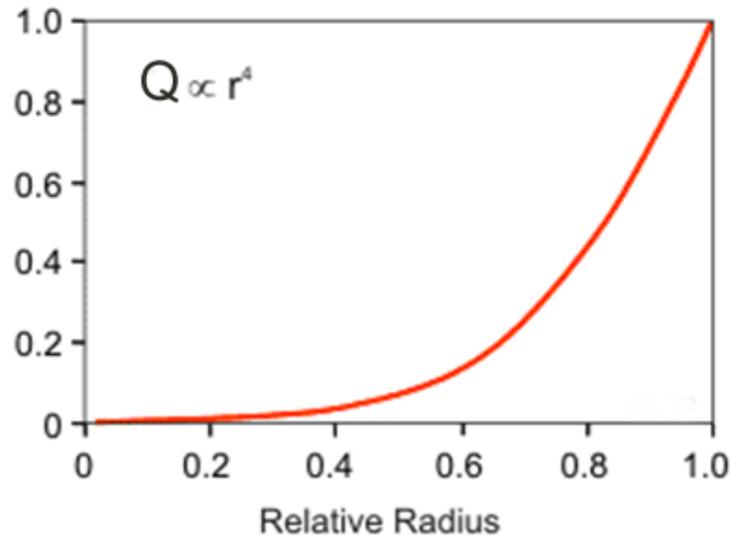
$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{L}$$

La dipendenza dal raggio è secondo la QUARTA potenza di r:

⇒ per “piccole” variazioni del raggio posso avere “grandi” variazioni di portata!!!

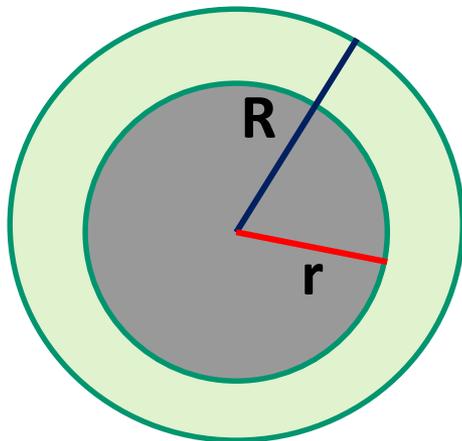
⇒ grande importanza in fisiologia!!

# Legge di Poiseuille



$Q$  = portata

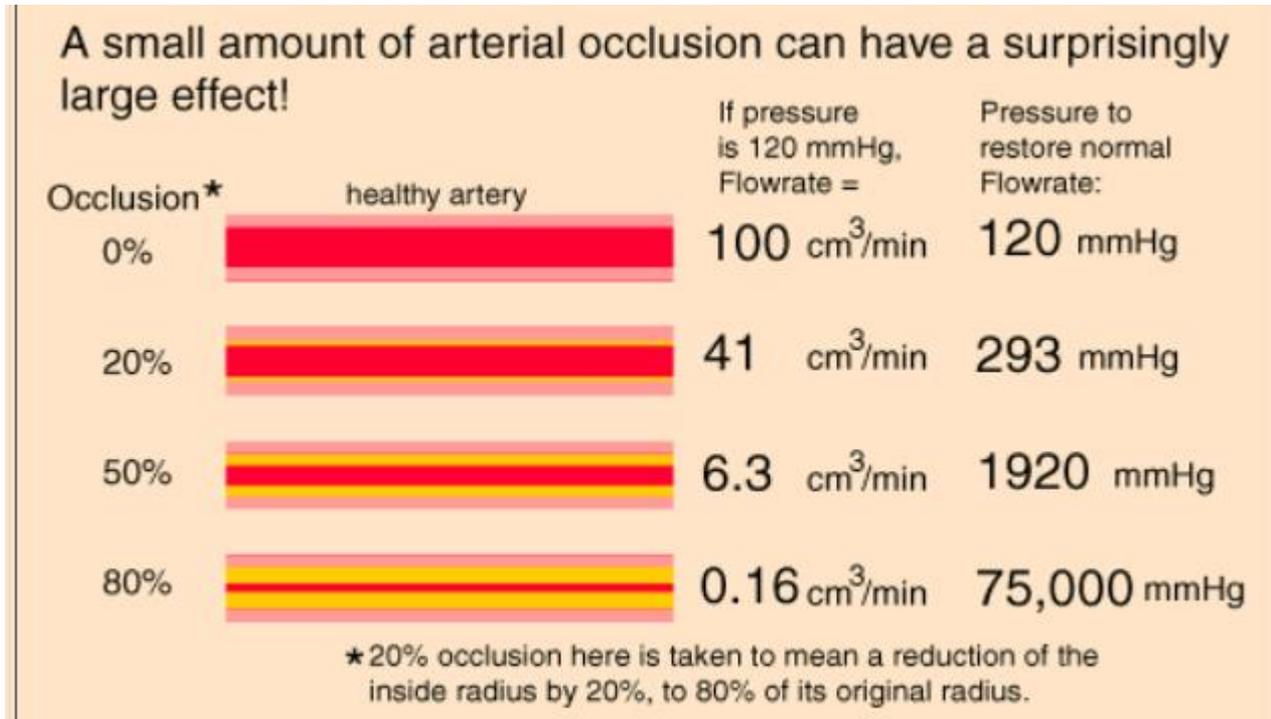
Relative radius =  $r / R$



**Fisiologicamente un vaso può variare il suo raggio?**

vaso visto frontalmente, di raggio variabile (raggio max =  $R$ )

# Legge di Poiseuille



Credit: R. Nave

$$Q = (8/\pi) \cdot \frac{(\Delta P) \cdot r^4}{\eta \cdot L}$$