

IL “PERFORMANCE-BASED DESIGN”

Con la denominazione di “performance based design” s’intende far riferimento ad una strategia di progetto basata sulla valutazione delle capacità di prestazione che la struttura deve essere in grado di esplicare al crescere dell’intensità delle azioni esterne applicate. Per essa il parametro di riferimento da controllare è lo spostamento (e non la resistenza, come richiesto dalle indicazioni normative precedenti alla NTC del 14/01/2008), sempre capace di cogliere la specifica fase di cimento, in campo elastico o plastico, in cui si trovi la costruzione.

Nel caso sismico la logica del “performance-based design” prevede l’identificazione di differenti livelli di prestazione cui l’edificio nella sua globalità deve soddisfare al variare dell’intensità dell’evento e delle sue caratteristiche spettrali, mediante la rappresentazione grafica di una curva di capacità rappresentativa della legge di variazione del tagliante di base con lo spostamento di un punto sommitale della struttura in esame (Figura 1).

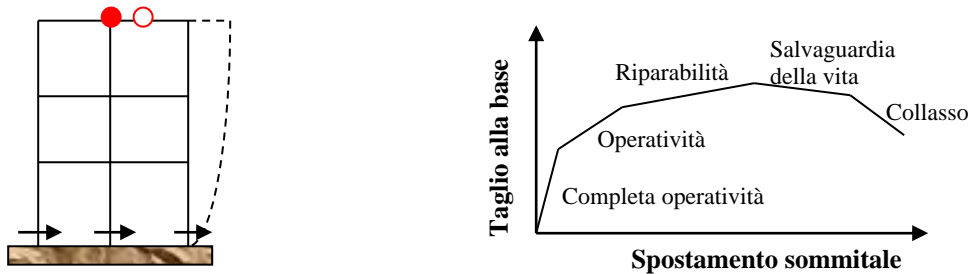


Figura 1 –Esempio d’applicazione del metodo di concentrazione delle caratteristiche

Secondo la normativa americana sono da ritenersi significativi i seguenti livelli di prestazione (Figura 1):

- *Completa Operatività*: le attività non vengono interrotte e i danni sono trascurabili;
- *Operatività*: le attività non vengono interrotte e si verificano danni marginali;
- *Riparabilità*: i danni, pur riparabili, sono tali da interrompere le attività;
- *Salvaguardia della Vita*: la vita umana non viene messa in pericolo ma si verificano danni ingenti, talvolta anche irreparabili, con interruzione delle attività;
- *Collasso*: i danni sono tali da mettere a rischio la stabilità della struttura e quindi la vita umana.

Dei cinque precedenti livelli l’attuale Norma Tecnica, NTC 2018, al §3.2.1 ne raggruppa i primi due in un unico stato limite di riferimento, mentre per i restanti viene stabilita una denominazione analoga a quella americana; in sintesi la classificazione adottata e le prestazioni richieste per ciascun livello sono quelle di seguito riportate:

“Nei confronti delle azioni sismiche gli stati limite, sia di esercizio che ultimi, sono individuati riferendosi alle prestazioni della costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e gli impianti.

Gli stati limite di esercizio sono:

- *Stato Limite di Operatività (SLO)*: a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali, le apparecchiature rilevanti alla sua funzione, non deve subire danni ed interruzioni d'uso significativi;
- *Stato Limite di Danno (SLD)*: a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali, le apparecchiature rilevanti alla sua funzione, subisce danni tali da non mettere a rischio gli utenti e da non compromettere significativamente la capacità di resistenza e di rigidezza nei confronti delle azioni verticali ed orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali, le apparecchiature rilevanti alla sua funzione pur nell'interruzione d'uso di parte delle apparecchiature.

Gli stati limite ultimi sono:

- *Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)*: a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidezza nei confronti delle azioni orizzontali; la costruzione conserva invece una parte della resistenza e rigidezza per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali;
- *Stato Limite di prevenzione del Collasso (SLC)*: a seguito del terremoto la costruzione subisce gravi rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e danni molto gravi dei componenti strutturali; la costruzione conserva ancora un margine di sicurezza per azioni verticali ed un esiguo margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni orizzontali.”

Applicare il “performance-based design” utilizzando gli strumenti comunemente impiegati per la progettazione di edifici in zona sismica (come ad esempio l'analisi statica lineare o l'analisi dinamica lineare con spettro di risposta) richiede la definizione della duttilità ed il riconoscimento della sua importanza nella progettazione, la definizione di un legame tra duttilità locale e globale, e quindi di un legame fra quest'ultima e le forze statiche di progetto.

Al §2.3 delle NTC 2008 viene fatto esplicito riferimento alla necessità di adottare “tutte le regole di dettaglio volte ad assicurare caratteristiche di duttilità agli elementi strutturali ed alla costruzione nel suo insieme”, secondo quanto indicato nello stesso documento. Lo stesso concetto viene ribadito, pur con altre parole, nel corrispondente paragrafo delle NTC2018.

Per capire il significato della richiesta ed i modi per attuarla può essere utile riesaminare i concetti di *rigidezza*, *resistenza* e *duttilità*, che costituiscono le tre grandezze fondamentali che caratterizzano il comportamento di una struttura sotto l'azione sismica.

In riferimento alla curva di capacità di una struttura, la rigidità può essere intesa come la pendenza della retta media rappresentativa della fase di risposta elastica della struttura; la resistenza individua il valore limite di forza nel passaggio dalla fase elastica alla plastica, mentre la duttilità di struttura deve essere intesa come il rapporto fra lo spostamento limite del punto sommitale dell'edificio imminente prima del collasso, Δu (ovvero prima dell'attivazione del meccanismo di collasso), e quello che corrisponda alla condizione limite di comportamento elastico della struttura stessa, Δy . Il differente ruolo svolto da queste tre grandezze può essere messo in luce facendo riferimento ad un comportamento di tipo prestazionale della struttura, al crescere dell'importanza dell'evento considerato. Possono essere infatti distinti i tre seguenti casi:

- per terremoti di piccola e media intensità, una struttura deve avere sufficiente rigidità per assicurare che vengano minimizzati i danni non-strutturali (a parità di forza una maggiore rigidità assicura minori spostamenti e quindi minori deformazioni - Stato Limite di Operatività);
- per terremoti di media intensità, una struttura deve avere sufficiente resistenza per assicurare che, rimanendo in campo elastico, vengano minimizzati i danni strutturali e non (restando in campo elastico si limitano spostamenti e rotazioni degli elementi strutturali e quindi i danni – Stato Limite di Danno);
- per terremoti di elevata intensità, una struttura deve avere sufficiente capacità di spostamento, ovvero duttilità, per potersi deformare senza perdita eccessiva di resistenza (una buona capacità di duttilità permette di sopportare elevati spostamenti senza arrivare al collasso della struttura e quindi, pur ammettendo gravi danni, permette di evitare la perdita di vite umane – Stato Limite di salvaguardia della Vita e Stato Limite di Collasso).

Dalla precedente definizione di duttilità di struttura, più dettagliatamente discussa nel seguito, è possibile cogliere come essa sia strettamente correlata alla capacità dell'elemento di deformarsi anelasticamente e quindi alla sua capacità di dissipare energia, strettamente rapportabile all'area del ciclo d'isteresi.

Ammettere che una struttura abbia un comportamento duttile permette di:

- salvaguardarsi da rotture di tipo fragile e quindi da improvvise catastrofi, che si possono verificare quando le forze d'inerzia dovute al sisma superano le capacità del sistema; generalmente una struttura progettata per deformarsi anelasticamente sopporta all'eccesso di richiesta con ulteriori deformazioni, mentre una struttura, progettata per rimanere in campo elastico, una volta raggiunta la resistenza di progetto può essere soggetta ad un collasso fragile;
- dissipare energia tramite i cicli isteretici indotti dalle forze cicliche dovute al sisma, evitando quindi che si manifestino oscillazioni eccessive in termini di accelerazione e spostamento durante l'applicazione dell'azione sismica;
- conseguire vantaggi economici in quanto potrebbe risultare inaccessibilmente dispendioso progettare una struttura affinché rimanga in campo elastico sotto azioni estremamente rare;

- aumentare i periodi propri di vibrazione. Un aumento del periodo durante il moto sismico allontana la struttura dalla risonanza, ovvero dalla condizione di massima amplificazione della risposta, riducendone le sollecitazioni conseguenti.

Realizzare una struttura con comportamento duttile impone al progettista di capirne la risposta sotto l'azione sismica e di stabilire quale capacità di spostamento richiedere affinché il sistema resista ad un evento di data intensità con un prestabilito livello di danno. Ciò implica anche la verifica che la duttilità richiesta sia inferiore a quella esplicabile dalla costruzione.

Poiché in generale una struttura può presentare numerose e diverse modalità di danno e di collasso, quanto sopra esposto può essere tradotto operativamente facendo sì che quelle caratterizzate da una significativa duttilità precedano sempre condizioni di crisi di tipo fragile, impedendone così il verificarsi. Questa strategia viene definita "principio della gerarchia delle resistenze", secondo la dizione italiana, e "capacity design" secondo quella anglosassone. Le due espressioni hanno apparentemente significato diverso, sottolineando due aspetti fondamentali di una stessa filosofia di progettazione. Secondo la prima denominazione l'obiettivo che ci si prefigge è chiaramente quello di produrre una gerarchia di accadimento delle modalità di danno e collasso secondo cui i modi duttili precedano quelli fragili. Secondo la denominazione di "capacity design" l'attenzione viene invece polarizzata sulla modalità di perseguimento dell'obiettivo, ovvero facendo sì che i modi fragili siano dimensionati in funzione della capacità dei modi duttili, anziché in funzione delle azioni di progetto. Progettare secondo la filosofia della "gerarchia delle resistenze" consiste dunque nel disporre, all'interno del sistema, le zone dissipative, ovvero quelle che dovranno essere sedi di cerniere plastiche, in modo tale da essere esse stesse prioritariamente responsabili dell'attivazione del modo di rottura voluto, scelto per rendere massima la capacità deformativa e dissipativa della struttura prima del collasso. A parità di pericolosità sismica dell'evento, tutte le altre zone vengono invece progettate per mantenersi in ambito elastico.

Riguardo al tipo di elemento coinvolto deve essere quindi stabilita la seguente priorità di formazione delle cerniere plastiche e di localizzazione delle zone di crisi:

alle estremità delle travi;
alle estremità dei pilastri;
in corrispondenza dei nodi o dei collegamenti.

Riguardo al tipo di sollecitazione causante la crisi, deve invece essere rispettata la seguente priorità:

formazione di cerniere plastiche per flessione alle estremità delle travi;
raggiungimento del limite di resistenza per taglio alle estremità delle travi;
formazione di cerniere plastiche per pressoflessione alle estremità dei pilastri;
raggiungimento del limite di resistenza per taglio alle estremità dei pilastri;
crisi per taglio del nodo o dei collegamenti.

Per garantire ciò la Norma Tecnica impone quanto segue: per impedire un collasso per taglio in un elemento di trave o di colonna devono essere utilizzate, come sollecitazioni di progetto quelle derivanti dalla sua resistenza flessionale, ovvero quelle ottenute dalla somma delle resistenze flessionali delle sezioni di estremità divisa per la lunghezza

dell'elemento; per impedire la formazione di cerniere plastiche alle estremità delle colonne convergenti in un nodo è sufficiente utilizzare come sollecitazioni di progetto quelle derivanti dalla somma delle resistenze flessionali delle travi convergenti nel medesimo nodo.

DEFINIZIONE DI DUTTILITÀ DI SEZIONE – ELEMENTI DI C.A.

Si consideri il caso di una trave in cemento armato soggetta a momenti di estremità (analoghi a quelli conseguenti all'azione sismica) agenti come nello schema in Figura 2 e tali da indurre la plasticizzazione delle stesse sezioni d'estremità. In tali zone, comunemente identificate come "zone critiche" o "zone dissipative", si ha la formazione di cerniere plastiche. La capacità di rotazione di una cerniera plastica dipende dalla duttilità di curvatura della sezione e dall'estensione della zona critica. Quest'ultima in particolar modo, denominata generalmente mediante il simbolo l_p , è peraltro di difficile valutazione, essendo influenzata dalle caratteristiche dei materiali, soprattutto dell'acciaio, dal tipo di carico (da cui dipende la variazione del momento flettente lungo l'asse dell'elemento), dalla geometria della sezione, dalla presenza del taglio ecc. I metodi di valutazione adottati sono solitamente di derivazione empirica. Le formulazioni più ricorrentemente applicate sono quelle di Mattock:

$$l_p = 0,5d + 0,05z \quad (1)$$

ove "d" indica l'altezza utile della sezione e "z" la distanza della sezione in cui ha inizio la plasticizzazione da quella con momento nullo (per le mensole z corrisponde alla lunghezza dell'elemento); e la sua forma semplificata:

$$l_p \cong 0,5d \quad (2)$$

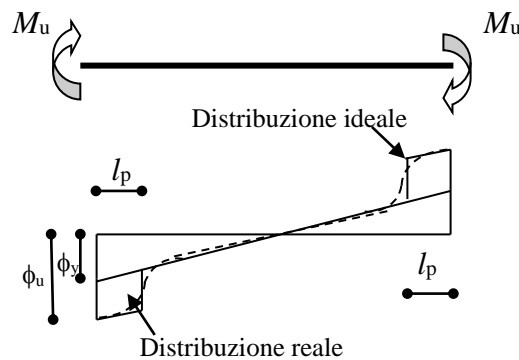


Figura 2 –Schema di plasticizzazione di una trave alle estremità e relativo diagramma delle curvature

La duttilità disponibile di una trave può essere valutata con riferimento al diagramma momento-curvatura ($M-\phi$) delle sezioni critiche (Figura 3).

Dalla teoria classica della flessione è noto come la curvatura di una sezione sia data dal rapporto fra la dilatazione di una certa fibra della sezione e la distanza di tale fibra dall'asse neutro. Con riferimento alla Figura 4, la curvatura può essere espressa come:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}}{d} \quad (3)$$

in cui ε_c rappresenta l'accorciamento del calcestruzzo all'estremo lembo compresso, ε_{s1} l'allungamento dell'acciaio teso, x la posizione dell'asse neutro, d l'altezza utile della sezione.

L'ultimo rapporto con cui nella (3) è stata espressa la curvatura, se riferito alle condizioni ultime, evidenzia che, aumentando la deformazione ultima del calcestruzzo ε_{cu} , e dell'acciaio ε_{su} , si ottiene un aumento della curvatura ultima della sezione e, conseguentemente, una maggiore duttilità di curvatura μ_ϕ .

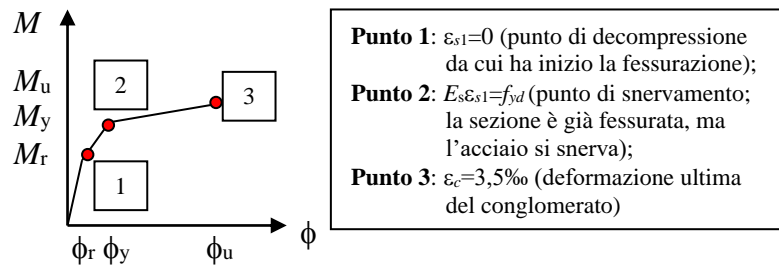


Figura 3 –Diagramma $M-\phi$ per la definizione del parametro di duttilità di sezione

In riferimento alla Figura 3 la duttilità di una trave può essere misurata attraverso il seguente **fattore di duttilità di curvatura**:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (4)$$

dove ϕ_u indica la massima curvatura della sezione critica e ϕ_y la corrispondente curvatura al limite elastico.

Per una trave correttamente progettata, la curvatura ϕ_y viene raggiunta quando l'armatura tesa comincia a snervarsi, mentre il calcestruzzo è ancora lontano dal limite ε_{cu} (Figura 4).

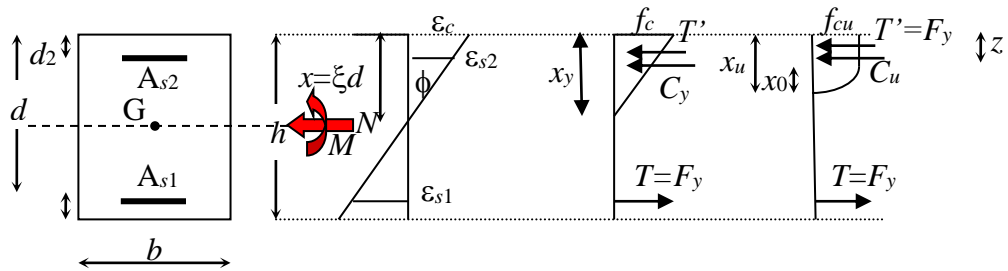


Figura 4 –Schema di distribuzione delle deformazioni e delle tensioni da considerare per la valutazione del fattore di duttilità di curvatura in una sezione di c.a.

Si consideri il caso di una trave con semplice armatura ($N=0$; $M \neq 0$). Si può calcolare ϕ_y applicando la teoria lineare e ponendo $f_s=f_y$.

$$\text{Equilibrio: } A_{s1} f_y = \frac{1}{2} f_c b \xi_y d \quad (5)$$

$$\text{Conservazione delle sezioni piane: } \frac{\epsilon_y}{\epsilon_c} = \frac{1 - \xi_y}{\xi_y} \quad (6)$$

Essendo E_s ed E_c i moduli elastici dell'acciaio e del calcestruzzo si ha:

$$f_y = E_s \epsilon_y; \quad f_c = E_c \epsilon_c \quad (7)$$

Posti:

$n = E_s/E_c$; e $\rho = A_{s1}/bd$ (percentuale di armatura), sostituendo nella (5) si ottiene:

$$n\rho(1 - \xi_y) = \frac{1}{2} \xi_y^2$$

da cui:

$$\xi_y = \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho} - n\rho \quad (8)$$

ed infine:

$$\phi_y = \frac{\epsilon_y}{d(1 - \xi_y)} \quad (9)$$

Nella situazione ultima (Figura 4) le stesse relazioni diventano:

$$\text{Equilibrio: } A_{s1} f_y = 0,81 f_{cu} b \xi_u d \quad (10)$$

$$\xi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{su} + \varepsilon_{cu}} \quad (11)$$

Dalla (10) si ottiene:

$$\xi_u = \rho \frac{f_y}{0,81 f_{cu}} \quad (12)$$

da cui:

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{\xi_u d} = \frac{0,81 \varepsilon_{cu} f_{cu}}{\rho f_y d} \quad (13)$$

Dalle (9) e (13) consegue:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{0,81 \varepsilon_{cu} f_{cu}}{\rho f_y} \frac{(1 - \xi_y)}{\varepsilon_y} \quad (14)$$

La (14) mostra che la duttilità flessionale cresce al crescere di ε_{cu} ed f_{cu} , ovvero della qualità del calcestruzzo, ed al diminuire della percentuale di armatura. Ciò giustifica le prescrizioni di normativa sulle resistenze minime richieste per il calcestruzzo e sulla percentuale minima di staffe, al fine di un buon confinamento con conseguente aumento di ε_{cu} .

S'imposti ora il calcolo del fattore di duttilità in riferimento al caso di trave con doppia armatura ($N=0$; $M \neq 0$). In questo caso si possono ripetere i calcoli precedenti introducendo il rapporto di armatura ρ' , in zona compressa:

$$\rho' = \frac{A_{s2}}{bd} \quad (15)$$

- Calcolo di ϕ_y

$$\text{Equilibrio: } A_{s1} f_y = \frac{1}{2} f_c b \xi_y d + A_{s2} f_{s2} \quad (16)$$

Valendo:

$$\frac{f_{s2}}{n(x_y - d_2)} = \frac{f_c}{x_y}$$

da cui:

$$f_{s2} = n f_c \frac{(\xi_y d - d_2)}{\xi_y d} \quad (17)$$

la (16) diventa:

$$A_{s1} n f_c \frac{1 - \xi_y}{\xi_y} = \frac{1}{2} f_c b \xi_y d + A_{s2} n f_c \frac{\xi_y d - d_2}{\xi_y d}$$

da cui:

$$\xi_y^2 d + 2nd[\rho' + \rho]\xi_y - 2n[d\rho + d_2\rho'] = 0 \quad (18)$$

Dalla (18) si ricava ξ_y per la definizione di ϕ_y mediante la (9).

- Calcolo di ϕ_u

$$\text{Equilibrio: } A_{s1} f_y = 0,81 f_{cu} b \xi_u d + A_{s2} f_y \quad (19)$$

Dalla (19) si ricavano ξ_u :

$$\xi_u = \frac{f_y}{0,81 f_{cu}} (\rho - \rho')$$

e ϕ_u :

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_{cu}}{\xi_u d} = \frac{0,81 \varepsilon_{cu} f_{cu}}{(\rho - \rho') f_y d} \quad (20)$$

Il fattore di duttilità diventa il seguente:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{0,81 \varepsilon_{cu} f_{cu}}{(\rho - \rho') f_y} \frac{(1 - \xi_y)}{\varepsilon_y} \quad (21)$$

La (21) mostra come la duttilità aumenti al crescere di ρ' ; ciò giustifica la percentuale minima di armatura in compressione richiesta dalla normativa. Nella situazione ultima è inoltre importante che ε_{su} sia maggiore di ε_y , in modo da sfruttare massimamente la duttilità dell'acciaio ed avere un comportamento duttile della sezione; lo stesso dato di

deformazione non deve tuttavia risultare troppo prossimo al limite superiore ammesso dalla normativa, al fine di evitare un eccessivo incrudimento del materiale.

- **Definizione del diagramma $M-\phi$ nel caso di un pilastro in c.a. ($M \neq 0$, $N \neq 0$)**

In questo caso la definizione del dato di curvatura ultima non è ottenibile se non mediante procedimenti iterativi che devono portare al soddisfacimento contemporaneo delle due seguenti equazioni di equilibrio:

$$N = C + T' - T$$

$$M = C(h/2 - z) + T'(h/2 - d_2) + T(d - h/2)$$

Per la simbologia si faccia sempre riferimento allo schema in Figura 4.

La procedura è di tipo iterativo perché non è a priori definibile la funzione rappresentativa della risultante in compressione C , potendo essere data dall'integrale delle tensioni con andamento parabolico (rispondente alla legge di Hognestad), oppure da quello relativo alla legge di tipo parabola-rettangolo.

Caso **a** ($0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_0$; $\varepsilon_0 = 2\text{‰}$):

$$\sigma(x) = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \left[2 \frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] = 0,85 f_{cd} \left[2 \frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

$$C = 0,85 f_{cd} b d \frac{\left(\frac{\varepsilon_u^2}{\varepsilon_0} - \frac{\varepsilon_u^3}{3\varepsilon_0^2} \right)}{\varepsilon_u + \varepsilon_{s1}} \quad (22)$$

La (22) deriva da:

$$C = \int_0^{x_u} 0,85 f_{cd} b \left[2 \frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] dx \quad (23)$$

Essendo:

$$\varepsilon_c(x) = \phi_u x; \quad x_u = \frac{\varepsilon_u}{\phi_u} = \frac{\varepsilon_u d}{\varepsilon_u + \varepsilon_{s1}}; \text{ la (23) può anche essere riscritta come segue:}$$

$$C = \int_0^{x_u} 0,85 f_{cd} b \left[2 \frac{\phi_u x}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\phi_u x}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] dx = 0,85 f_{cd} b \left[\frac{\phi_u x_u^2}{\varepsilon_0} - \frac{\phi_u^2 x_u^3}{3\varepsilon_0^2} \right] \frac{\phi_u}{\phi_u} =$$

$$= 0,85 \frac{f_{cd}}{\phi_u} b \left[\frac{\phi_u^2 x_u^2}{\varepsilon_0} - \frac{\phi_u^3 x_u^3}{3\varepsilon_0^2} \right] \quad (24)$$

Dalla (24) si ricava la (22) per sostituzione di $\phi_u = \frac{\varepsilon_u}{x_u} = \frac{\varepsilon_u + \varepsilon_{s1}}{d}$.

Caso b ($\varepsilon_0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$; $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$): $\sigma_{max} = 0,85 f_{cd}$

$$C = 0,85 f_{cd} b d \frac{\varepsilon_{cu} - \frac{1}{3} \varepsilon_0}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1}} \quad (25)$$

La (25) deriva da:

$$C \approx 0,67 \cdot 0,85 f_{cd} b x_0 + \int_{x_0}^{x_u} 0,85 f_{cd} b dx \approx \frac{2}{3} \cdot 0,85 f_{cd} b d \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1}} + 0,85 f_{cd} b d \frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1}} \quad (26)$$

Per la scrittura delle equazioni di equilibrio vanno inoltre definite anche le risultanti T e T' che, nel caso di comportamento elastico, rispondono alle seguenti formulazioni:

$$T' = A_{s2} E_s \varepsilon_{s2} = A_{s2} E_s \left[\varepsilon_u - (\varepsilon_u + \varepsilon_{s1}) \frac{d_2}{d} \right]; \quad se \quad T' \leq f_{yd} A_{s2}$$

$$T = A_{s1} E_s \varepsilon_{s1}; \quad se \quad T \leq f_{yd} A_{s1}$$

La procedura iterativa a questo punto può essere impostata come segue:

- si esprimono le condizioni di equilibrio in funzione delle deformazioni specifiche ai lembi della sezione (ε_c ed ε_{s1}); utilizzando le formulazioni precedentemente fornite è facile, mediante un calcolatore, ricavare ε_c quando si assegni ε_{s1} o viceversa. La condizione di lavoro della sezione viene pertanto definita dai valori della coppia di deformazioni che soddisfino l'equilibrio assiale;
- si calcolano la curvatura ed il momento interno, potendo anche definire come segue il braccio z :

$$z_u = \frac{1}{\phi_u} \left(\varepsilon_u - \frac{\frac{2}{3} \varepsilon_u - \frac{1}{4\varepsilon_0} \varepsilon_u^2}{1 - \frac{1}{3\varepsilon_0} \varepsilon_u} \right) \quad se \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon_0$$

$$z_u = \frac{1}{\phi_u} \left(\varepsilon_{cu} - \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_{cu}^2 - \frac{1}{12}\varepsilon_0^2}{\varepsilon_{cu} - \frac{1}{3}\varepsilon_0} \right) \text{ se } \varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$$

DEFINIZIONE DI DUTTILITÀ DI ELEMENTO

La duttilità di elemento viene definita in riferimento a diagrammi forza-spostamento con andamento analogo a quello rappresentato in Figura 3. In essi i punti rappresentativi sono sempre 3: il primo determina la fine della fase di comportamento elastico dell'elemento, il secondo corrisponde alla fase di snervamento dell'acciaio in quelle sezioni dell'elemento che diventeranno sedi di cerniere plastiche; il terzo, infine, indica la conclusione della deformazione plastica nelle stesse cerniere plastiche.

Di particolare interesse, al fine delle successive considerazioni, è lo studio della duttilità di un pilastro nelle due condizioni limite di vincolamento mediante un incastro alla base ed estremità libera in sommità (tipo mensola - **caso a**), oppure mediante un incastro alla base ed un pattino, o glifo, in sommità (elemento "shear type" – **caso b**).

Caso a. Si consideri una struttura costituita da una serie di pilastri incastrati alla base, con copertura che non garantisca la condizione di vincolo di continuità flessionale.

L'effetto sismico si esplica mediante un'azione orizzontale applicata all'estremità libera dei pilastri. E' nei confronti di tale azione che deve essere controllata la duttilità della struttura, dipendente in questo caso certamente dalla duttilità dei singoli pilastri componenti.

L'analisi dell'evoluzione dello spostamento dell'estremo libero di ogni colonna al crescere dell'intensità dell'azione sismica agente può essere condotta in via semplificata come segue.

Punto 1: Comportamento elastico

La sezione di base è tutta reagente fino alla condizione di decompressione e lo spostamento si mantiene proporzionale alla forza F_1 .

$$F_1 = \frac{M_1}{H}$$

$$\phi_1 = \frac{M_1}{EJ}$$

$$d_1 = \frac{F_1 H^3}{3EJ} = \phi_1 \frac{H^2}{3}$$

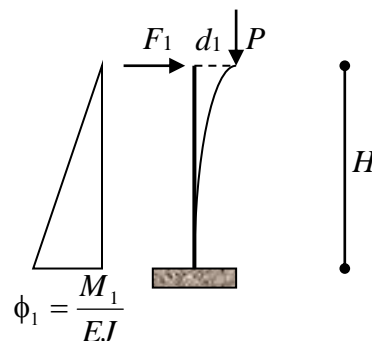


Figura 5 –Schema di distribuzione delle curvature in un pilastro in campo elastico

Effetto $P-\delta$

Il cosiddetto “effetto $P-\delta$ ” è un effetto del secondo ordine per presenza di non linearità geometriche, nel caso della cui rilevanza il momento alla base deve essere calcolato aggiungendo il contributo flessionale derivante da P a quello indotto dalla forza orizzontale F_1 :

$$M_1 = F_1 H + P\delta_1; \text{ da cui: } F_1 = \frac{M_1 - P\delta_1}{H}$$

Nel diagramma $F-d$ esso è trascurabile generalmente fino al punto 1, in corrispondenza del quale si ha la decompressione dell'acciaio in zona tesa. E' solitamente preferibile tenerne in conto per rapporti percentuali di carico assiale $v=P/F$ superiori a 0,2.

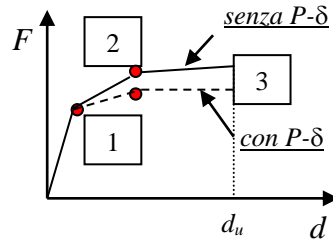
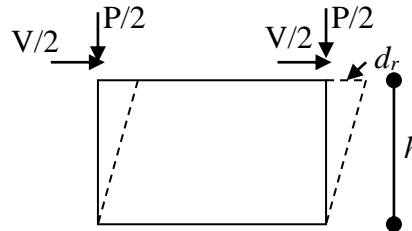


Figura 6 –Influenza dell'effetto $P-\delta$ sul diagramma $F-d$ caratteristico dell'elemento

Indicazione normativa tratta dalle NTC 2008 riguardo all' effetto $P-\delta$: (§ 7.3.1 – “...Le non linearità geometriche sono prese in conto, quando necessario, attraverso il fattore θ appresso definito. In particolare, per le costruzioni civili ed industriali esse possono essere trascurate nel caso in cui ad ogni orizzontamento risulti:

$$\theta = \frac{Pd_r}{Vh} \leq 0,1$$



dove:

P è il carico verticale totale della parte di struttura sovrastante l'orizzontamento in esame;

d_r è lo spostamento orizzontale medio d'interpiano, ovvero la differenza tra lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento considerato e lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento immediatamente sottostante;

V è la forza orizzontale totale in corrispondenza dell'orizzontamento in esame;

h è la distanza tra l'orizzontamento in esame e quello immediatamente sottostante.

Quando θ è compreso fra 0,1 e 0,2 gli effetti delle non linearità geometriche possono essere presi in conto incrementando gli effetti dell'azione sismica orizzontale di un fattore pari a $\frac{1}{1-\theta}$; θ non può comunque superare 0,3.”

Nella nuova norma tecnica NTC2018 si legge quanto segue in merito agli effetti delle non linearità geometriche:

“Le non linearità geometriche sono prese in conto attraverso il fattore θ che, in assenza di più accurate determinazioni, può essere definito come:

$$\theta = \frac{P d_{Er}}{V h} \quad [7.3.3]$$

dove:

P è il carico verticale totale dovuto all'orizzontamento in esame e alla struttura ad esso sovrastante;

d_{Er} è lo spostamento orizzontale medio d'interpiano allo SLV , ottenuto come differenza tra lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento considerato e lo spostamento orizzontale dell'orizzontamento immediatamente sottostante, entrambi valutati come indicato al § 7.3.3.3;

V è la forza orizzontale totale in corrispondenza dell'orizzontamento in esame, derivante dall'analisi lineare con fattore di comportamento q ;

h è la distanza tra l'orizzontamento in esame e quello immediatamente sottostante.

Gli effetti delle non linearità geometriche:

- possono essere trascurati, quando θ è minore di 0,1;
- possono essere presi in conto incrementando gli effetti dell'azione sismica orizzontale di un fattore pari a $1/(1-\theta)$, quando θ è compreso tra 0,1 e 0,2;
- devono essere valutati attraverso un'analisi non lineare, quando θ è compreso tra 0,2 e 0,3.

Il fattore θ non può comunque superare il valore 0,3.”

Punto 2: Snervamento dell'acciaio nella sezione più sollecitata.

Superata la condizione di decompressione, ha inizio la fessurazione che si propaga lungo l'altezza del pilastro senza mai interessarlo tutto.

Il fattore di proporzionalità fra M e ϕ non è più costante lungo il pilastro: nella zona non fessurata la curvatura è ancora pari ad $1/EJ$, mentre nella porzione di elemento in prossimità dell'incastro la sezione è parzializzata. Ciò comporta la diminuzione sia di E che di J .

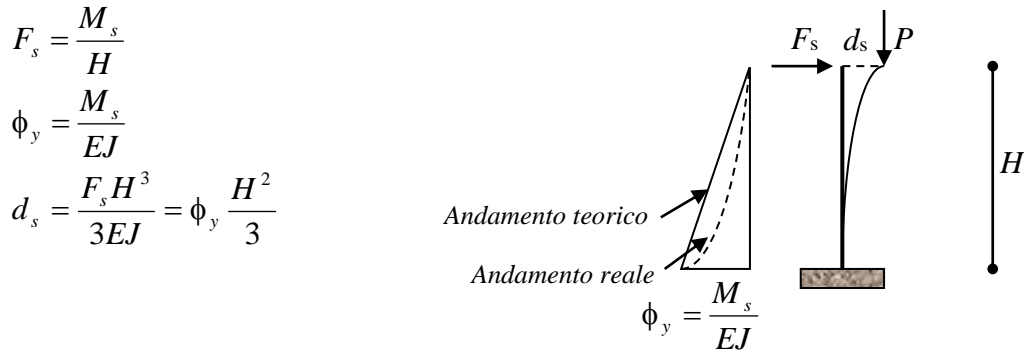


Figura 7 –Schema di distribuzione delle curvature in un pilastro allo snervamento delle barre di armatura, in zona tesa, corrispondentemente alla sezione di base

Presenza dell'effetto $P-\delta$:

$$M_s = F_s H + P\delta_s$$

Lo spostamento della sezione di sommità, corrispondente al punto in cui la sezione di base ha raggiunto lo snervamento, potrebbe essere calcolato con buona accuratezza integrando il reale diagramma delle curvature (a tratteggio in Figura 7). E' tuttavia ammissibile adottare il metodo semplificato che si basa sull'assunzione di una legge di variazione lineare delle curvature lungo l'altezza dell'elemento.

Punto 3: Raggiungimento, da parte del calcestruzzo della sezione di base, della condizione limite ultima.

Oltre lo snervamento dell'acciaio la sezione di base entra nella fase plastica. Lo stato di sollecitazione lungo il pilastro rimane praticamente immutato ed alla deformazione preesistente si aggiunge una rotazione rigida attorno ad un punto prossimo alla sezione di base.

Rotazione plastica: $\gamma_p = (\phi_u - \phi_y)l_p$

$$d_p = (\phi_u - \phi_y)l_p \left(H - \frac{l_p}{2} \right)$$

$$d_u = d_p + d_s$$

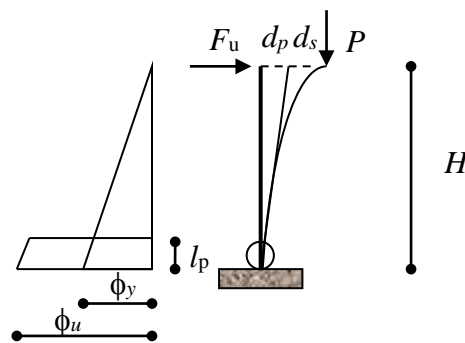


Figura 8 –Schema di distribuzione delle curvature al momento dell'attivazione della cerniera plastica alla base

Duttilità di elemento:

$$\mu_e = \frac{\delta_u}{\delta_s} = 1 + \beta \left(\frac{\phi_u}{\phi_y} - 1 \right) \quad (27)$$

essendo: $\beta = 3\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)$; $\alpha = \frac{l_p}{H}$.

La duttilità del pilastro è molto più piccola di quella della sezione di base e dipende da α . Se, ad esempio si avesse $\mu_e=4$, per $\alpha=0,1$ la sezione dovrebbe garantire un rapporto di duttilità $\phi_u/\phi_y=11,6$. A parità di μ_e , per $\alpha=0,08$ la duttilità di sezione dovrebbe essere pari a 14.

Caso b. Pilastro “shear-type”.

Punto 1: Comportamento elastico

La sezione di base e quella di sommità sono tutte reagenti fino alla condizione di decompressione e lo spostamento si mantiene proporzionale alla forza F_1 .

$$F_1 = \frac{2M_1}{H}$$

$$\phi_1 = \frac{M_1}{EJ}$$

$$d_1 = \frac{F_1 H^3}{12EJ} = \frac{M_1 H^2}{6EJ} = \phi_1 \frac{H^2}{6}$$

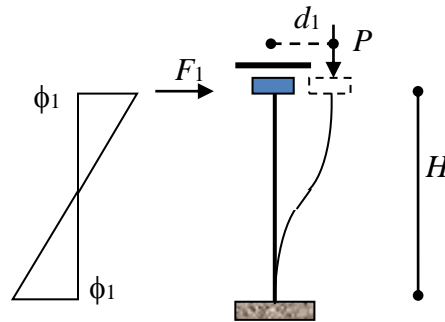


Figura 9 –Schema di distribuzione delle curvature in un pilastro in campo elastico

Presenza dell'effetto $P-\delta$:

$$M_1 = F_1 H / 2 + P \delta_1 / 2$$

Punto 2: Snervamento dell'acciaio nelle sezioni di estremità.

Superata la condizione di decompressione, ha inizio la fessurazione che si propaga lungo l'altezza del pilastro senza mai interessarlo tutto.

Il fattore di proporzionalità fra M e ϕ non è più costante lungo il pilastro: nella zona non fessurata la curvatura è ancora $1/EJ$, mentre nella porzione di elemento in prossimità degli incastri la sezione è parzializzata. Ciò comporta la diminuzione sia di E che di J .

$$F_s = \frac{2M_s}{H}$$

$$\phi_y = \frac{M_s}{EJ}$$

$$d_s = \frac{F_s H^3}{12EJ} = \frac{M_s H^2}{6EJ} = \phi_y \frac{H^2}{6}$$

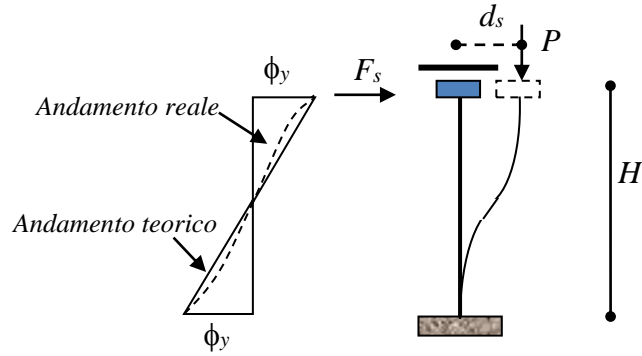


Figura 10 –Schema di distribuzione delle curvature in un pilastro allo snervamento delle barre di armatura nelle sezioni di estremità

Presenza dell'effetto $P-\delta$:

$$M_s = F_s H / 2 + P \delta_s / 2$$

Punto 3: Raggiungimento, da parte del calcestruzzo delle sezioni di estremità, della condizione limite ultima.

Oltre lo snervamento dell'acciaio entrambe le sezioni di estremità entrano nella fase plastica.

$$F_u = \frac{2M_u}{H}$$

$$\text{Rotazione plastica: } \gamma_p = (\phi_u - \phi_y) l_p$$

$$d_p = (\phi_u - \phi_y) l_p (H - l_p)$$

$$d_u = d_p + d_s$$

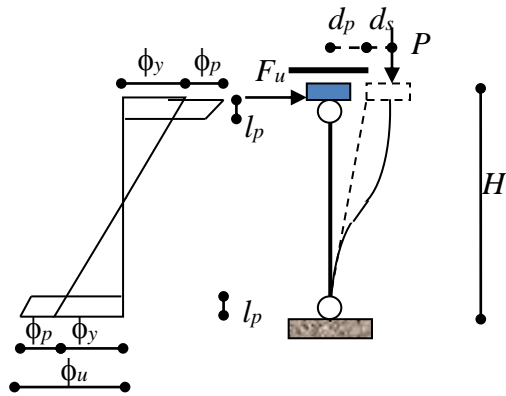


Figura 11 –Schema di distribuzione delle curvature al momento dell'attivazione delle cerniere plastiche alle estremità

Il fattore di duttilità è pertanto definito come segue:

$$\mu_e = \frac{\delta_u}{\delta_s} = 1 + \beta \left(\frac{\phi_u}{\phi_y} - 1 \right) \quad (28)$$

$$\text{essendo: } \beta = 6\alpha(1 - \alpha); \alpha = \frac{l_p}{H}.$$

Dal confronto dei due casi limite si osserva come la duttilità risulti maggiore nella situazione **b**. Infatti, a fronte di un pressoché confrontabile spostamento in fase plastica,

lo spostamento al limite elastico è la metà di quello valutabile nella condizione **a**. Le (27) e (28) sono infatti formalmente identiche a meno del coefficiente moltiplicativo che compare in β , pari a 3 nel caso **a**, a 6 in quello **b**. L'iperstaticità del secondo schema rende più rigido l'elemento. Pertanto, malgrado gli spostamenti ultimi siano minori, la duttilità è maggiore per la maggiore rigidità iniziale.

Un caso analogo a quello ora presentato è dato dal confronto fra due colonne con uguali caratteristiche meccaniche, ma differente suolo di edificazione. Si ipotizzi per una delle due il sorgere di problemi di interazione fra terreno e struttura, mentre l'altra sia edificata su di un terreno consistente.

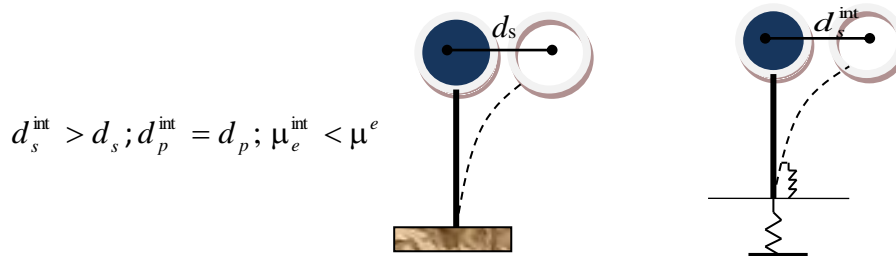


Figura 12 –Schema di rappresentazione di due oscillatori semplici con o senza problemi d'interazione dinamica col terreno

- **Analisi della duttilità di un portale**

Una struttura con schema a portale, nella quale la deformabilità della trave limiti il grado d'incastro in sommità al pilastro, dal punto di vista della definizione della duttilità di elemento si pone in una condizione intermedia fra i due casi precedentemente esaminati. Lo spostamento elastico ha infatti un valore compreso fra la situazione di estremo libero e di vincolamento alla rotazione. Esso va calcolato adottando la semplificazione di assegnare al pilastro una rigidità uniforme, pari a:

$$(EJ)_p = \frac{M_s^p}{\phi_y^p}$$

Analogo discorso deve essere fatto per le travi, a cui deve essere pariteticamente attribuita una rigidità uniforme:

$$(EJ)_t = \frac{M_s^t}{\phi_y^t}$$

In fase plastica si assuma il rispetto della gerarchia delle resistenze con formazione delle cerniere plastiche prima alle estremità delle travi e successivamente alla base dei pilastri.

Caratteristiche deformative dei pilastri in fase plastica (applicazione dell'analisi plastica):

$$\gamma_p = (\phi_u - \phi_y) l_p$$

$$d_p = \gamma_p \left(H - \frac{l_p}{2} \right)$$

Caratteristiche deformative delle travi in fase plastica:

$$\gamma'_p = \gamma_p \left(1 + \frac{l'_p}{L - l'_p} \right)$$

$$\phi'_p = \frac{\gamma'_p}{l'_p} = (\phi_u - \phi_y) \frac{l_p}{l'_p} \left(1 + \frac{l'_p}{L - l'_p} \right)$$

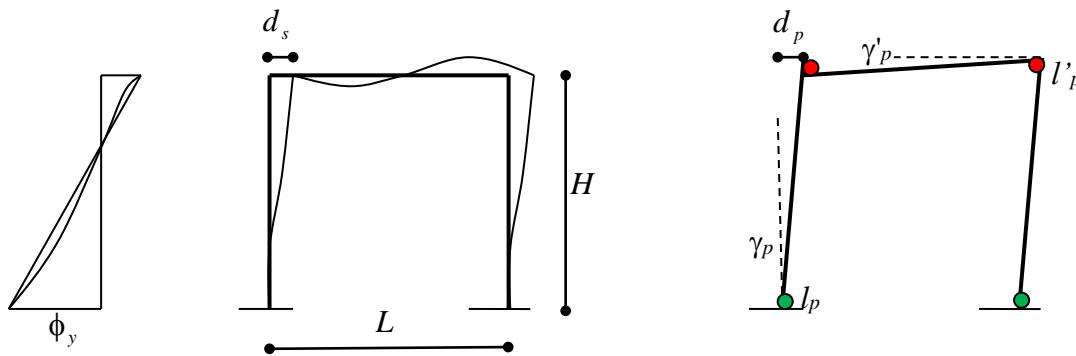


Figura 13 –Schema di rappresentazione di un portale, in campo elastico ed in fase di cinematiso plastico

Per avere la plasticizzazione delle travi anticipatamente rispetto a quella dei pilastri deve risultare:

$$\gamma'_p > \gamma_p$$

Questa non deve essere intesa come una limitazione, bensì un requisito di buona progettazione dato che i pilastri, soggetti a sforzo normale, hanno caratteristiche di minore duttilità rispetto alle travi.

DEFINIZIONE DI DUTTILITÀ DI STRUTTURA

Per capire la logica progettuale del “capacity design”, o del metodo della “gerarchia delle resistenze”, è opportuno porre a confronto i due casi limite rappresentati da strutture caratterizzate da piani soffici (**caso a**), e da strutture con travi deboli e pilastri forti (**caso b**). Per ciascuno di essi si calcoli il fattore di duttilità di struttura e se ne pongano a confronto le formulazioni.

Caso a. Strutture dotate di piani soffici.

L'edificio presenta il piano terra libero da tamponature ed i piani superiori irrigiditi. Il collasso avverrà per attivazione di un meccanismo di piano.

Si definiscano:

Δs = spostamento assoluto al limite di snervamento dell'elemento più sollecitato (pilastro di base), valutato alla quota baricentrica della massa totale dell'edificio.

Δe = deformazione elastica della parte sovrastante il piano più sollecitato.

Per Δs varrà:

$$\Delta s = \Delta e + d_s$$

essendo d_s lo spostamento al limite di snervamento delle sezioni d'estremità dei pilastri di base.

Raggiunto lo snervamento delle barre di armatura di tali sezioni, la forza compressiva agente sull'edificio non aumenterà più significativamente, mentre progredirà il processo di plasticizzazione degli stessi elementi portanti, fino al raggiungimento di uno spostamento limite d_u . Pertanto il piano terra potrà ancora subire uno spostamento pari a d_p , mentre la deformazione Δe della sovrastruttura si manterrà pressoché inalterata.

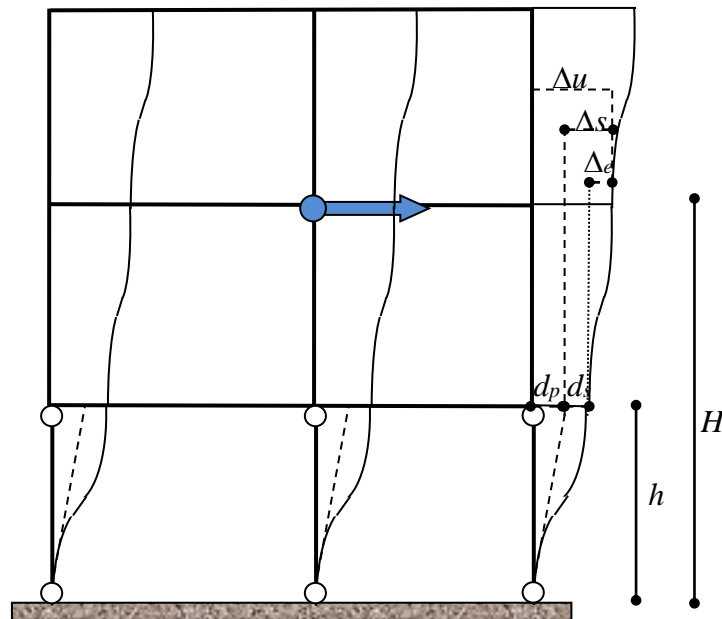


Figura 14 – Stato deformativo al collasso di un edificio dotato di piano sofficissimo

Spostamento limite ultimo alla quota del punto di applicazione della forza orizzontale equivalente all'azione sismica:

$$\Delta u = \Delta s + d_p = \Delta e + d_s + d_p = \Delta e + d_u$$

Fattore di duttilità di struttura:

$$\mu_s = \frac{\Delta u}{\Delta s} = \frac{\Delta e + d_u}{\Delta e + d_s} \quad (29)$$

L'attivazione di questo meccanismo di collasso comporta una duttilità strutturale molto ridotta rispetto a quella dei pilastri del piano terra in ragione di Δe .

Caso b. Strutture progettate secondo il metodo della gerarchia delle resistenze.

Nella logica della gerarchia delle resistenze l'armatura delle travi e dei pilastri deve essere progettata in modo tale che, sotto l'azione di forze orizzontali, si plasticizzino prima le estremità delle travi e conclusivamente le sezioni di base dei pilastri.

Dopo che tutte le travi hanno raggiunto la curvatura limite di snervamento e la successiva fase di attivazione delle cerniere, lo spostamento plastico ulteriore consiste in una rotazione rigida dei pilastri attorno alla sezione di base.

Posto:

$$\Delta s = r \cdot d_s$$

$$\Delta p = \frac{H}{h} d_p \approx r \cdot d_p$$

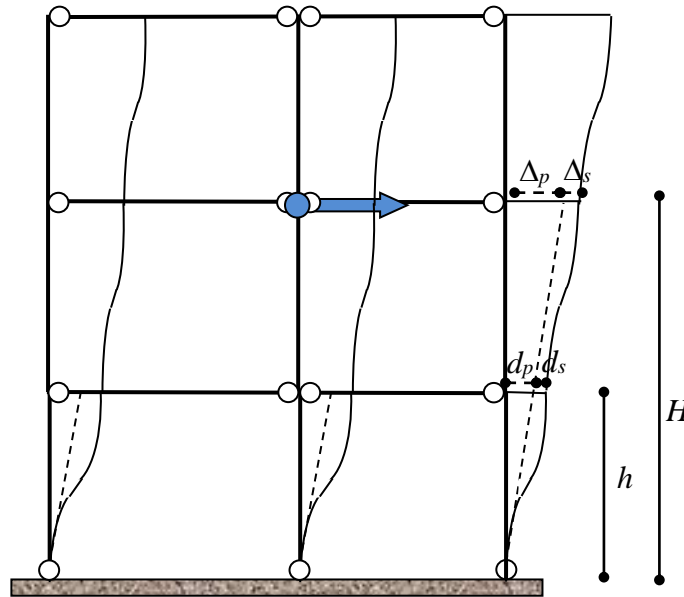


Figura 15 – Stato deformativo al collasso di un edificio progettato secondo la gerarchia delle resistenze

il rapporto di duttilità di struttura assume la seguente espressione:

$$\mu_s = \frac{\Delta u}{\Delta s} = \frac{\Delta s + \Delta p}{\Delta s} = \frac{rd_s + \frac{H}{h}d_p}{rd_s} \approx \frac{d_s + d_p}{d_s} = \frac{d_u}{d_s} \quad (30)$$

La duttilità di struttura coincide pertanto con la duttilità del pilastro di base.

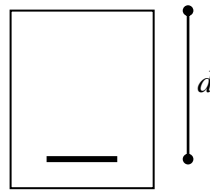
CORRELAZIONE FRA COMPORTAMENTO LOCALE E GLOBALE DELLA STRUTTURA ATTRAVERSO I FATTORI DI DUTTILITÀ – CASO DI STRUTTURA IN C.A.

Nel caso in cui la struttura in esame, di cemento armato, sia regolare e sia stata progettata secondo il metodo della gerarchia delle resistenze, la correlazione fra comportamento locale e globale può essere stabilita percorrendo i seguenti passi:

1. Valutazione della curvatura delle sezioni delle travi nella condizione di snervamento per flessione delle armature.

$$\varepsilon_s = \pm \frac{\sigma_y}{E_s}$$

$$\text{Curvatura teorica: } \phi_y^t = 2 \frac{|\varepsilon_s|}{d}$$

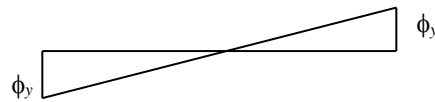
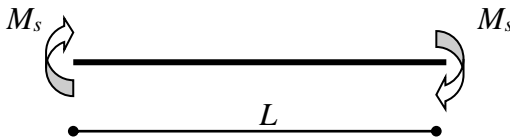


Curvatura reale (la curvatura effettiva è minore di quella teorica perché nella realtà fisica la sezione non è libera di ruotare per la presenza delle sezioni adiacenti che la irrigidiscono):

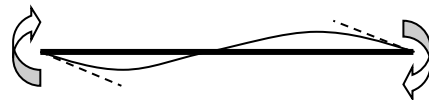
$$\phi_y^r = 1,5 \frac{|\varepsilon_s|}{d}$$

2. Assunzione di una variazione lineare della curvatura lungo la trave con valore nullo in mezzeria.

$$\text{Rotazione rispetto alla corda allo snervamento: } \gamma_s^t = \phi_y \frac{L}{6}; \phi_y = \frac{M_s}{EJ}$$



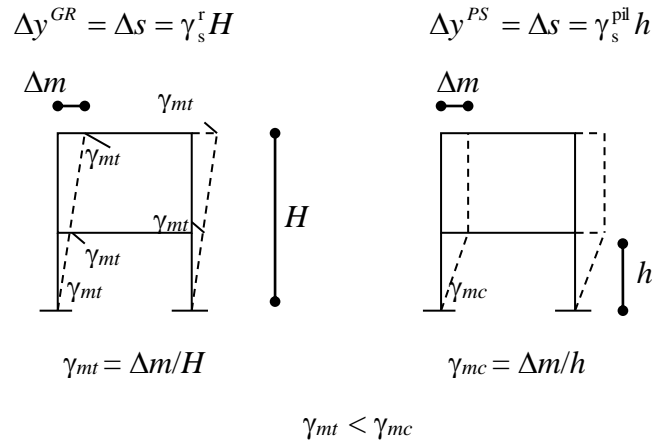
$$M_s = \gamma_s^t \cdot 6 \frac{EJ}{L}; \gamma_s^t = \frac{M_s L}{6EJ}$$



Rotazione effettiva dei nodi del telaio: $\gamma_s^r = 1,75\gamma_s^t$

Il coefficiente 1,75 a moltiplicare il dato teorico tiene conto dell'effettiva deformabilità a taglio e flessione di nodi e colonne (il modulo elastico da assumere dovrebbe essere ridotto per tener conto della fessurazione).

3. Capacità di spostamento globale allo snervamento della struttura.



4. Valutazione della massima capacità di spostamento allo SLU

$$\Delta u = \Delta s + \Delta p$$

$$\Delta p = \gamma_p H = \phi_p l_p H = (\phi_u - \phi_y) \cdot 0,5d \cdot H$$

ϕ_u e ϕ_y possono essere ricavati come nel caso di definizione di curvatura ultima ed allo snervamento di un pilastro incastrato alla base e libero in sommità (caso di sezione presso-inflessa).

DEFINIZIONE DI DUTTILITÀ DI SEZIONE – ELEMENTI IN ACCIAIO

Ai fini della definizione delle proprietà di duttilità di una struttura in acciaio ciò che cambia, rispetto a quanto visto nel caso precedente di telai in cemento armato, è sostanzialmente il procedimento di valutazione della lunghezza della zona critica e della duttilità di sezione.

La prima grandezza viene infatti definita come segue:

$$l_p = L \left(1 - \frac{M_e}{M_u} \right) \quad (31)$$

ove L rappresenta la lunghezza dell'elemento in esame, M_e il momento per il quale, nella sezione più sollecitata, in corrispondenza delle fibre estreme si raggiunge la tensione di snervamento ed M_u indica il momento limite di completa plasticizzazione per la sezione.

Il Momento limite elastico è dato da:

$$M_e = W\sigma_s \quad (32)$$

altresì denominato “ momento massimo elastico”. Per $M > M_e$ si ha la “flessione elasto-plastica”. Il diagramma delle deformazioni rimane lineare (diagramma a. in Figura 16), mentre le tensioni non possono superare, in valore assoluto, il valore di $\sigma_s=f_y$ (diagrammi b. e c.) nelle fibre per le quali si abbia:

$$|\varepsilon| > \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E} = \frac{f_y}{E}$$

Il valore limite M_u viene denominato “momento plastico” e risulta uguale al prodotto della tensione di snervamento per la quantità $2S$ (definito, per analogia con il caso elastico, “modulo plastico”), ossia per il doppio del momento statico di mezza sezione rispetto all'asse neutro x . Introducendo il braccio delle forze interne, t , pari alla distanza dei centri relativi delle due mezze sezioni rispetto all'asse x :

$$I = St$$

si può esprimere come segue il rapporto M_u/M_e :

$$\frac{M_u}{M_e} = \frac{2S}{W} = \frac{2Sh}{2I} = \frac{h}{t} \quad (33)$$

Sulla base delle precedenti premesse la duttilità di una sezione ad H (tipo IPE od HE) deve essere valutata seguendo il procedimento di seguito esposto, valido per tutte le sezioni doppiamente simmetriche.

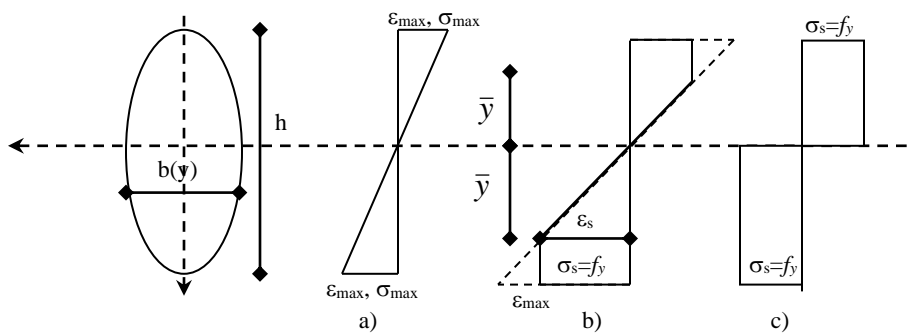


Figura 16 –Stato deformativo e tensionale fino al collasso di una sezione doppiamente simmetrica in acciaio

In relazione alla figura precedente la curvatura può essere generalmente definita come:

$$\phi = \frac{2\epsilon_{max}}{h} = \frac{\epsilon_s}{\bar{y}}$$

Nella condizione di snervamento delle sole fibre estreme si ha quindi:

$$\phi_y = \frac{2\epsilon_y}{h} \quad (34)$$

Nella condizione di completa plasticizzazione, in virtù dell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane è analogamente possibile ricavare ϕ_u come segue:

$$\phi_u = \frac{2\epsilon_u}{h} \quad (35)$$

La duttilità della sezione è di conseguenza immediatamente stimabile dal rapporto fra le due curvature ϕ_u e ϕ_y .

Ricordando poi che, sempre in virtù della legge di conservazione delle sezioni piane, vale la seguente relazione:

$$d\gamma = \phi dx$$

ponendo $dx=l_p$ è possibile ricavare la rotazione in corrispondenza della zona critica dell'elemento.

Riferimenti bibliografici

Mattock A.H. (1967), *Discussion of "Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams" by W.G. Corley*, Journal of Structural Division, ASCE, Vol.93, ST2;

P. Pozzati (1987), *Teoria e tecnica delle strutture*, Vol. 3, Ed. UTET.

G. Del Piero (1984), *Il calcolo non lineare delle strutture in cemento armato*, a cura di G. Del Piero, Edizioni CISM.

R. Baldacci, G. Ceradini, E. Giangreco (1974). *Plasticità*, Collana tecnico scientifica per la progettazione di strutture in acciaio, SIDERSERVIZI.