Fisica 1 Elettronica e Telecomunicazioni. Compito del 17/1/2020

LEGGERE LE NOTE SUL RETRO

Problema 1 (7 punti) Due paracadutisti si lanciano da un aereo con un intervallo di tempo tra loro $\Delta t = 1$ s e stabiliscono di aprire i paracaduti quando la distanza tra di loro sarà $D = 100$ m. L'aereo sta viaggiando orizzontalmente con una velocità $v = 30$ m/s.

Trascurando la resistenza dell'aria, dopo quanto tempo τ (misurato dal primo lancio) apriranno i paracaduti?

Soluzione: Conviene fare i calcoli nel sistema di riferimento dell'aereo, mettendo lo zero dell'asse x e del tempo al punto del primo lancio ($x_1 = 0$, $t_1 = 0$). La legge di moto del primo paracadutista è

$$y_1 = -gt^2.$$

Il secondo paracadutista si lancia al tempo $t_2 = \Delta t$ dalla stessa posizione (relativa) $x_2 = 0$ e la sua legge di moto è

$$y_2 = -g(t - t_2)^2.$$

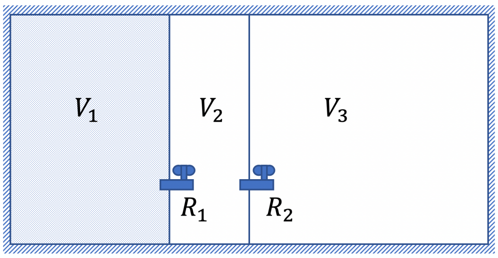
La distanza tra loro è

$$\begin{aligned} D^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \\ &= \frac{1}{4} g^2 \left(t^2 - (t - t_2)^2\right)^2 \\ &= \frac{1}{4} g^2 t_2^2 (2t - t_2)^2 \end{aligned}$$

da cui

$$\tau = \frac{t_2}{2} + \frac{D}{gt} \simeq 10.70 \text{ s}.$$

Problema 2 (7 punti) Un recipiente con pareti adiabatiche è diviso in tre parti di volumi $V_1 = 2V$, $V_2 = 1V$ e $V_3 = 3V$, con $V = 4$ dm^3. Le pareti di divisione sono diatermiche, e sono munite di rubinetti R_1 (tra V_1 e V_2) ed R_2 tra V_2 e V_3. All'istante iniziale i rubinetti sono chiusi e il volume V_1 contiene 30 moli di gas perfetto biatomico a temperatura $T_0 = 300$ K, mentre gli altri due sono vuoti.



Viene aperto il rubinetto R_1, il gas si espande liberamente nel volume V_2 fino a raggiungere l'equilibrio. A questo punto si chiude il rubinetto R_1 e si apre il rubinetto R_2. Di nuovo, il gas si espande liberamente fino al raggiungimento del nuovo equilibrio. Si calcoli

(a) La temperatura T finale.

(b) Il numero di moli di gas n_1, n_2 e n_3 nei tre volumi.

(c) La pressione finale P_1, P_2 e P_3 nei tre volumi.

(d) la variazione ΔS di entropia complessiva del sistema.

.

Soluzione: Si tratta di espansioni libere, e un gas perfetto non cambia temperatura se non fa lavoro, quindi la temperatura finale T è uguale a quella iniziale T_0.

Dopo la prima espansione, avremo la stessa pressione P_1 nel volume 1 e 2, quindi il numero di moli sarà proporzionale al volume, quindi

$$n_1 = \frac{2}{3} n \simeq 20.00 \text{ mol}$$

e $n_2' = 1/3\ n$. Dopo la seconda espansione n_2' si ripartirà tra i volumi 2 e 3, quindi avremo

$$n_2 = \frac{1}{12} n \simeq 2.50 \text{ mol}$$

e

$$n_3 = \frac{3}{12} n \simeq 7.50 \text{ mol}.$$

Le pressioni si possono calcolare dall'equazione di stato, considerando che

$$P_0 = \frac{nRT}{V_1} \simeq 93.38 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

$$P_1 = \frac{n_1 RT}{V_1} = \frac{2}{3} P_0 \simeq 62.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

$$P_2 = \frac{n_2 RT}{V_2} = \frac{2}{12} P_0 \simeq 15.56 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

$$P_3 = \frac{n_3 RT}{V_3} = P_2 \simeq 15.56 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Per la variazione di entropia bisogna fare il calcolo su una trasformazione reversibile, come appunto una isoterma che leghi gli stati iniziali e finali. Dato che in una espansione libera $dU = 0$ si ha $dQ = dW = PdV$ e quindi

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{V_{\rm in}}^{V_{\rm fin}} dQ/T \\ &= \int_{V_{\rm in}}^{V_{\rm fin}} PdV/T \\ &= \int_{V_{\rm in}}^{V_{\rm fin}} nRdV/V \\ &= nR \ln\left(\frac{V_{\rm fin}}{V_{\rm in}}\right) \end{aligned}$$

Per la prima espansione abbiamo

$$\Delta S_1 = nR \ln\left(\frac{3}{2}\right) \simeq 100.96 \text{ J/K}$$

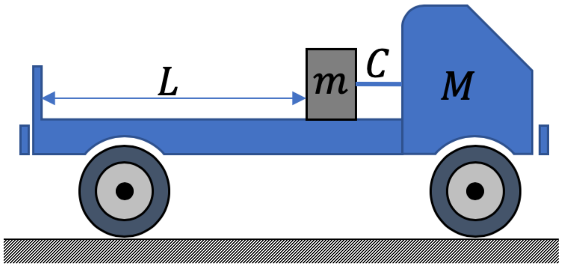
e per la seconda

$$\Delta S_2 = n_2' R \ln\left(\frac{4}{1}\right) = \frac{1}{3} nR \ln\left(\frac{4}{1}\right) \simeq 0.46 \text{ J/K}$$

in totale

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \simeq 101.42 \text{ J/K}.$$

Problema 3 (8 punti) Un camion di massa $M = 8000$ kg si muove su una strada orizzontale. Sul pianale del camion è poggiato un carrello, assimilato a un blocco di massa $m = 400$ kg, che può scorrere senza attrito. Il blocco è trattenuto in posizione da delle corde (simboleggiate da una sola corda orizzontale C). Il motore del camion esercita sulla strada una forza $F = 3000$ N costante, a partire dall'istante $t = 0$ in cui il camion inizia a muoversi.



A un certo istante $t^* = 15$ s la corda si spezza, e il blocco m comincia a scivolare all'indietro fino a cozzare con la parete posteriore del cassone, dopo aver strisciato per una distanza $L = 3$ m su questo.

Calcolare

(a) L'accelerazione a del camion all'istante t^*.

(b) La tensione T della corda sempre all'istante t^*.

(c) Il tempo τ impiegato dal corpo a percorrere il tratto L.

(d) La velocità V_τ del camion rispetto alla strada al momento della collisione di m con il retro del cassone.

(e) La velocità v'_τ del corpo m rispetto al camion al momento della sua collisione con il retro del cassone.

Soluzione: Finché il corpo m è solidale con il camion, la forza F (o meglio, la reazione della strada, che però come modulo è la stessa) accelera la massa $M + m$, quindi

$$a = \frac{F}{M+m} \simeq 0.36 \text{ m/s}^2.$$

La tensione T accelera con accelerazione a la massa m quindi

$$T = ma = F\frac{m}{M+m} \simeq 142.86 \text{ s}.$$

Quando il corpo si sgancia e fino alla collisione la sua velocità (rispetto alla strada) la sua velocità v rimane costante,

$$v_0 = at^* \simeq 5.36 \text{ m/s},$$

mentre l'accelerazione del camion diventa

$$A = \frac{F}{M} \simeq 0.38 \text{ m/s}^2$$

e quindi la sua velocità V per $t > t^*$ sarà

$$V = v_0 + A(t - t^*)$$

La velocità v' del blocco m rispetto al camion quindi è

$$v' = v_0 - V = -A(t - t^*)$$

ovvero si sposta con accelerazione relativa $a' = -A$.

Per percorrere il tratto L il blocco m impiega un intervallo di tempo τ tale che

$$L = \frac{1}{2}A\tau^2$$

ovvero

$$\tau = \sqrt{\frac{2L}{A}} = \sqrt{\frac{2LM}{F}} \simeq 4.00 \text{ s}.$$

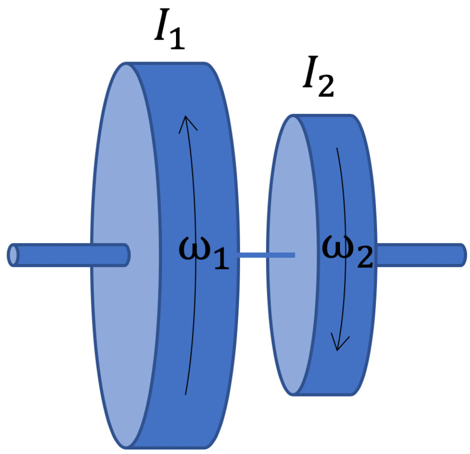
La velocità V_τ del camion all'istante $T^* + \tau$ è

$$V_\tau = v_0 + A\tau \simeq 6.86 \text{ m/s}$$

mentre la velocità v'_τ del blocco relativa al camion è

$$v'_\tau = -A\tau \simeq -1.50 \text{ m/s}.$$

Problema 4 (7 punti) Modelliziamo il funzionamento della frizione di un'auto come due volani che girano (quando la frizione è staccata) indipendentemente sullo stesso asse (un volano rappresenta il motore, l'altro la trasmissione e le ruote). Supponiamo che stiano girando con velocità angolari opposte (l'auto va all'indietro o il guidatore vuole innestare la retromarcia mente sta andando in avanti).



Il momento d'inerzia del primo volano vale $I_1 = 600 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ e gira con velocità angolare $\omega_1 = 33$ rad/s2, mentre l'altro ha un momento d'inerzia $I_2 = 220 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ e gira con velocità angolare $\omega_2 = -50$ rad/s2.

Quando la frizione viene attaccata (ovvero i volani vengono messi in contatto) i due volani sono costretti dalle forze di attrito a girare con la stessa velocità angolare (il motore dell'auto non fa lavoro né resistenza).

Il fenomeno è analogo a quello di un urto completamente anelastico.

Calcolare:

(a) La velocità angolare ω finale.

(b) L'energia ΔE dissipata.

Soluzione: Dato che le forze di attrito sono interne al sistema dei due volani, si conserva il momento della quantità di moto L lungo l'asse. All'inizio

$$L_1 = I_1\omega_1 \simeq 19800.00 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

$$L_2 = I_2\omega_2 \simeq -11000.00 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

$$L = (I_1 + I_2)\omega = L_1 + L_2 \simeq 8800.00 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

da cui

$$\omega = \frac{L}{I_1 + I_2} \simeq 10.73 \text{ rad/s}.$$

L'energia iniziale è

$$K_1 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 \simeq 326.70 \text{ kJ}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 \simeq 275.00 \text{ kJ}$$

$$K_1 + K_2 = \simeq 601.70 \text{ kJ}$$

e quella finale è

$$K = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega^2 \simeq 47.22 \text{ kJ}$$

quindi

$$\Delta K = K_1 + K_2 - K \simeq 554.48 \text{ kJ}.$$

Problema 5 (7 punti) Vogliamo progettare una casa in cemento a tetto piatto di superficie $S = 80$ m^2. Le registrazioni storiche mostrano che nella zona la velocità massima dei venti è $v = 80$ m/s. Calcolare lo spessore minimo h del tetto perché non voli via.

La pressione atmosferica è $P_a = 10^5$ Pa, la densità dell'aria è $\rho = 2.7$ kg/m^3, la densità ρ_c del cemento è circa 5 volte quella dell'acqua.

Soluzione: La legge di Bernoulli senza differenza di altezza dice che

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.},$$

dove P è la pressione, ρ la densità dell'aria e v la sua velocità.

Sul lato inferiore del tetto $P_0 = 10^5 Pa$, e la pressione sul lato superiore è

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho_a v^2 = P_0$$

ovvero abbiamo una differenza di pressione $\Delta P = P_0 - P_1 = \frac{1}{2}\rho v^2$.

La forza è $F = \Delta P \cdot S$. Uguagliando tale forza al peso del tetto $\rho_c h S g$ abbiamo

$$\rho_c h S g = \Delta P \cdot S = \frac{1}{2} S \rho v^2$$

quindi

$$h = \frac{\Delta P}{\rho_c g} = \frac{\rho v^2}{2\rho_c g}$$

e sostituendo i valori abbiamo

$$h \simeq 17.63 \text{ cm},$$

NOTE

Istruzioni.

Scrivere nome, cognome e matricola nell'ultima pagina (e lasciarla possibilmente bianca).

Marcare chiaramente (con un colore o con un cerchio) il numero della domanda che viene trattata.

Per ogni domanda scrivere succintamente la strategia che si intende seguire (indicando le leggi fisiche usate) e dare la soluzione analitica (con i simboli) e quella numerica (con le unità di misura). In assenza delle indicazioni della strategia usata l'esercizio sarà considerato nullo.

Consegnare solo la bella copia, marcando chiaramente le parti che non devono essere considerate. Trattenere la brutta copia o comunque appuntarsi i risultati per confrontarli con la soluzione (Moodle).

Valutazione. Viene valutato l'aver indicato correttamente le leggi usate, la derivazione analitica, il risultato analitico e numerico corretto. **Se è presente il solo risultato analitico o numerico l'esercizio non viene considerato valido.** ATTENZIONE: gli errori numerici non sono considerati errori gravi a meno che non siano facilmente riconoscibili dall'analisi dimensionale o da valori particolari dei parametri (per esempio se per una scelta dei parametri un risultato viene assurdo o zero senza che sia fisicamente giustificato). Anche per questo, aspettate a sostituire i valori numerici alla fine.

Alcune grandezze utili. Accelerazione di gravità: $g = 9.8$ m/s^2. Momento di inerzia baricentrale di un cilindro di raggio R e massa M: $I_G = (1/2)MR^2$. Momento di inerzia baricentrale di un'asta omogenea di lunghezza L e massa M: $I_G = (1/12)ML^2$. Costante dei gas $R = 8.3$ J/mol K. Conversione calorie-joule: 1 kcal = 4184 J. Pressione atmosferica $P_a = 10^5$ Pa. Calore specifico molare di un gas monoatomico $c_V = (3/2)R$, di un gas biatomico $c_V = (5/2)R$. Densità dell'acqua $\rho_a \simeq 1000$ kg/m^3.

Suggerimenti. LEGGERE ACCURATAMENTE E RILEGGERE IL TESTO DEL PROBLEMA. Attenzione alla conversione tra unità (equivalenze). I problemi possono contenere dati che non servono per trovare la soluzione. Di solito esistono più modi per arrivare alla soluzione. FARE IL DISEGNO del problema, in maniera più accurata possibile e magari da più punti di vista, e disegnare i diagrammi temporali delle componenti della traiettoria ($x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$...).