

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE
 CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA
 Corso di Architettura degli Elaboratori
 Compito del 23/01/2020

Esercizio 1

1. Progettare una macchina di Moore che emetta "0" in uscita ogni volta che viene riconosciuta la sequenza costituita da un numero pari di 1 (almeno 2) consecutivi, seguita da 01. La sequenza deve essere considerata come **sovrapponibile**.
2. Verificare, mediante la tabella delle implicazioni, che la macchina sia minima e in caso contrario disegnare la macchina minima risultante.
3. Disegnare l'automa di Mealy equivalente all'Automa di Moore di cui al punto 2.

Esempio

Input	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1
Output	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0

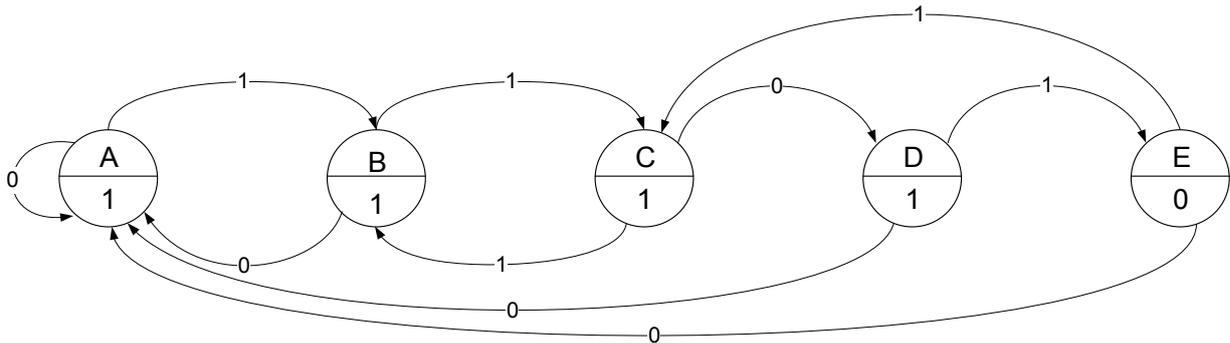
Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Soluzione

Tabella degli stati:

STATO	INPUT		OUTPUT
	0	1	
A	A	B	1
B	A	C	1
C	D	B	1
D	A	E	1
E	A	C	0



Per verificare che l'automa disegnato sia minimo, utilizziamo la tabella delle implicazioni.

Attraverso la **tabella delle implicazioni** si verifica che la macchina è minima:

B	BC			
C	AD	AD		
D	BE	CE	AD - BE	
E	X	X	X	X
	A	B	C	D

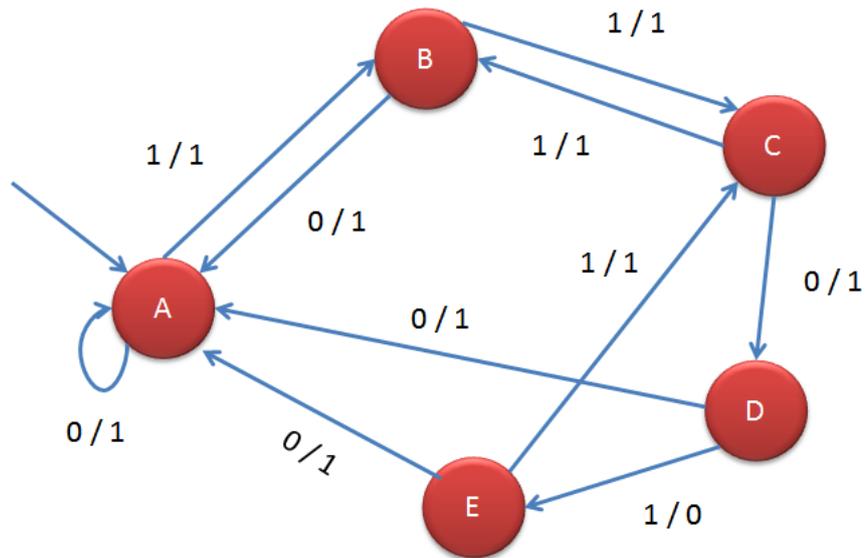


B	X			
C	X	X		
D	X	X	X	
E	X	X	X	X
	A	B	C	D

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

La trasformazione in Macchina di Mealy equivalente è come segue.



Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Esercizio 2

Si vuole progettare un circuito a 4 ingressi $m_{34} = f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ in grado di riconoscere i multipli di 3 o di 4 (o di entrambi), considerando x_3, x_2, x_1, x_0 come una codifica binaria su 4 bit di un numero senza segno con valori da 0 a 15 (compresi), dove x_3 è il bit più significativo.

Definire

1. La tabella di verità di tale circuito, considerando quattro ingressi ed un'unica uscita
2. La funzione SoP minima derivante dalla tabella, ottenuta utilizzando le mappe di Karnaugh
3. La funzione PoS minima derivante dalla tabella, ottenuta utilizzando le mappe di Karnaugh

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Soluzione

1. La tabella di verità è la seguente:

N	X0	X1	X2	X3	M34
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

2. Partendo dall'insieme dalla forma SoP estesa:

$$\text{SoP: } y = x_2'x_3' + x_0x_1'x_2' + x_0'x_1x_3' + x_0x_1x_2x_3 + x_0'x_1'x_2x_3$$

y		x2, x3			
		00	01	11	10
x0, x1	00	1	0	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	1	0
	10	1	1	0	0

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

3. Partendo dall'insieme dalla forma PoS estesa:

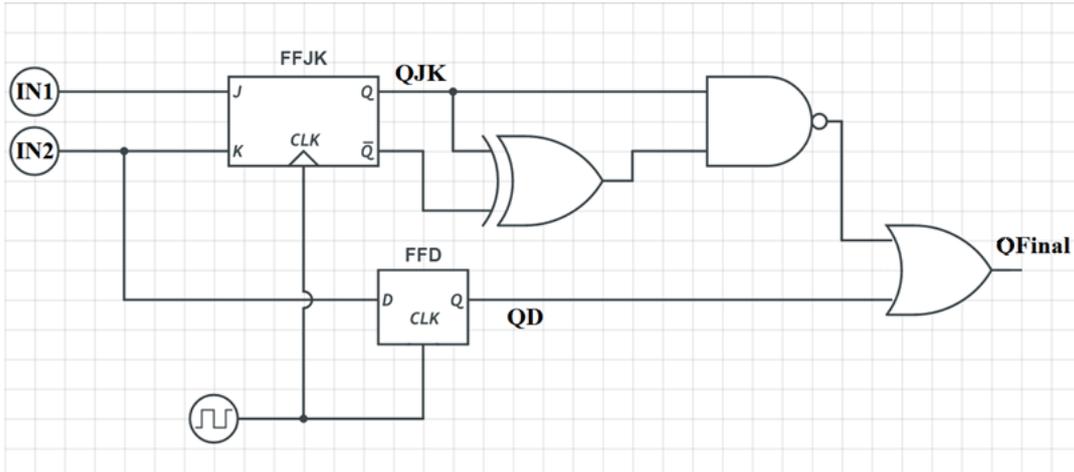
$$\text{PoS: } y = (x_0 + x_2 + x_3') \cdot (x_1' + x_2 + x_3') \cdot (x_0 + x_1' + x_3') \cdot (x_0' + x_1 + x_2') \cdot (x_0' + x_2' + x_3) \cdot (x_1 + x_2' + x_3)$$

y		x2, x3			
		00	01	11	10
x0, x1	00	1	0	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	1	0
	10	1	1	0	0

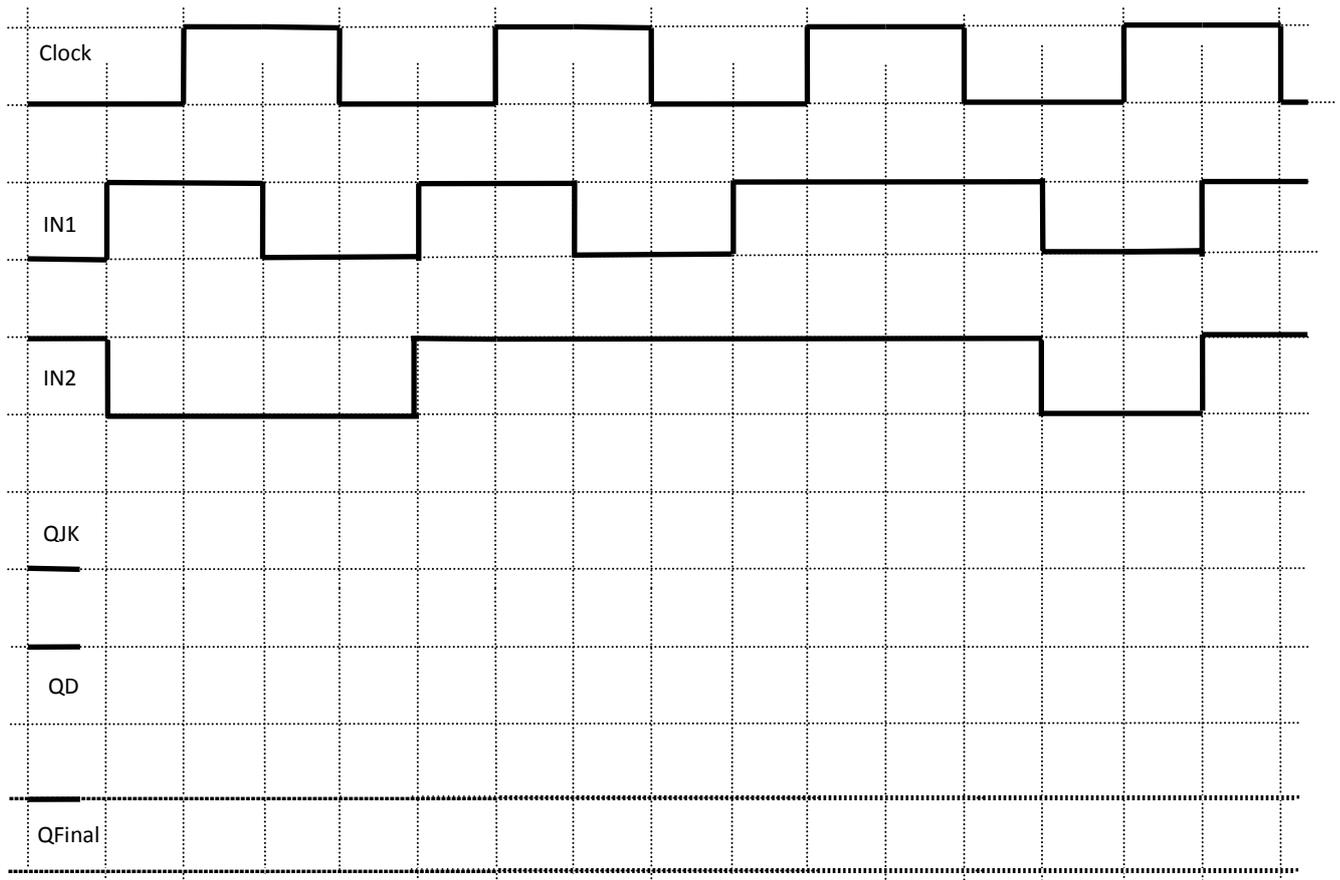
Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Esercizio 3



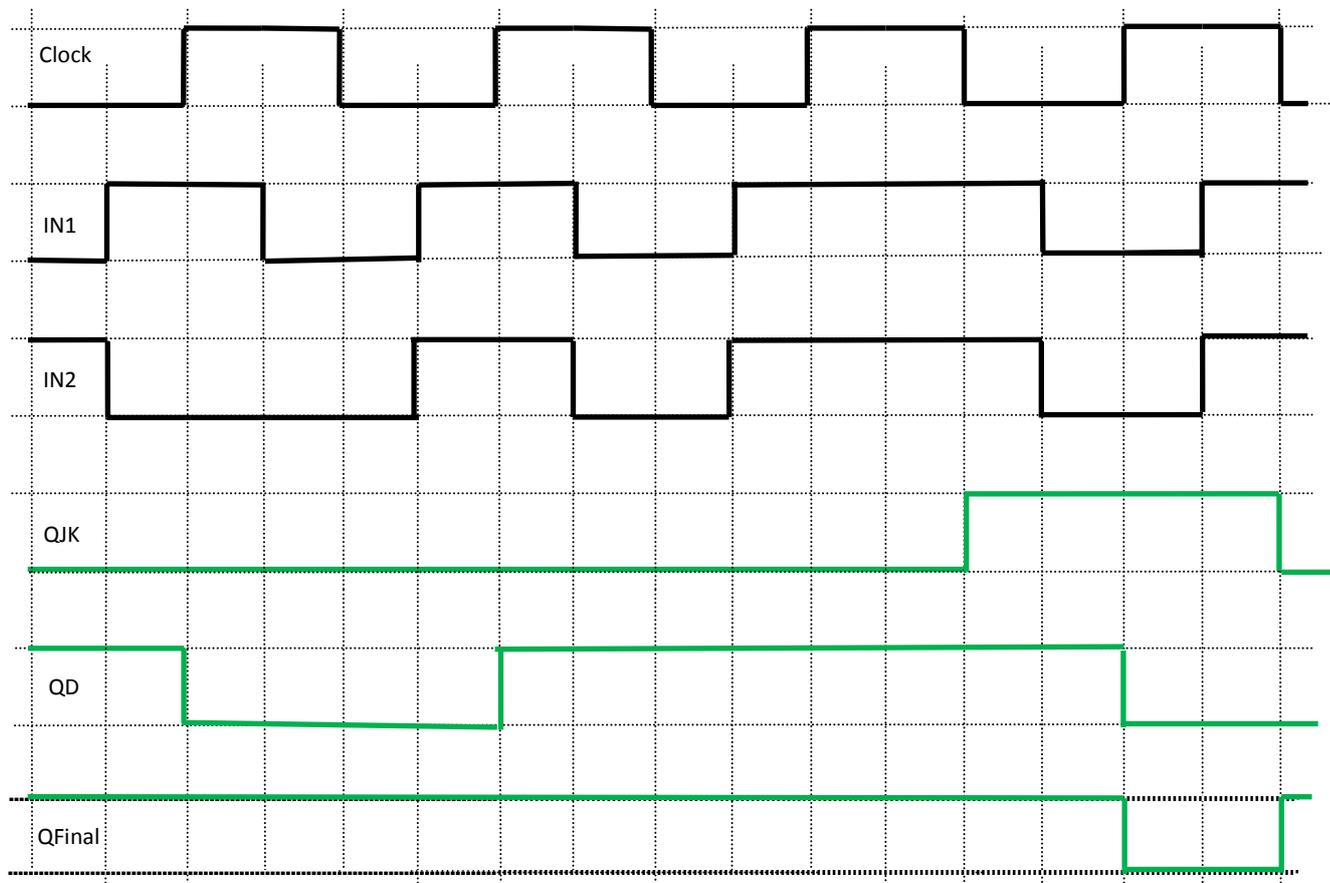
Si simuli il comportamento del sistema in figura, composto da un Flip Flop D, un Flip Flop JK e porte OR, NAND, XOR. L'andamento del segnale del clock e di quelli di ingresso, IN1 e IN2, sono riportati di sotto. Completare la figura specificando l'andamento delle uscite QD e QJK dei due elementi di memoria e dell'uscita QFinal della porta OR. Considerare il bistabile D come sensibile al fronte di salita, ed il JK come sensibile al fronte di discesa, assumendo un ritardo di propagazione del segnale nullo tra i vari elementi di memoria. Si supponga inoltre che lo stato iniziale di QD sia 1, mentre quello di QJK sia 0.



Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Soluzione



Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Esercizio 4

Dati i seguenti valori espressi in base 10:

- $A = -48$
- $B = 18$

Convertirli nelle seguenti codifiche:

- a) Base 2, forma polarizzata su 10 bit
- b) Base 7, complemento a 7 su 3 cifre
- c) Base 7, complemento a 6 su 3 cifre
- d) Base 16, modulo e segno su 3 cifre

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Soluzione

- a) Base 2, forma polarizzata su 10 bit
 $n=10, n-1=9$

$$BIAS = 2^{n-1} - 1 = 2^9 - 1 = 511$$

$$A' = -48 + BIAS = -48 + 511 = 463_{10} = (256 + 128 + 64 + 8 + 4 + 2 + 1)_{10} = 0111001111_{2,POL(10)}$$

$$B' = 18 + BIAS = 18 + 511 = 529_{10} = (512 + 16 + 1)_{10} = 1000010001_{2,POL(10)}$$

- b) Base 7, complemento a 7 su 3 cifre

$$A \text{ è negativo, quindi: } A_{7,C7(3)} = b^n - |A| = 7^3 - 48 = 343 - 48 = 295_{10} = 6 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0_{10} = 601_{7,C7(3)}$$

$$B \text{ è positivo, quindi } B_{7,C7(3)} = 18_{10} = (2 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0)_{10} = 24_{7,C7(3)}$$

->Altro metodo:

$$\begin{aligned} A &= -48 \\ 48_{10} &= 0 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0 = 66_7 \\ A_{7,C7(3)} &= (1000 - 0066)_7 = 601_{7,C7(3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 18 \\ 18_{10} &= 2 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0 \\ B_{7,C7(3)} &= 24_{7,C7(3)} \end{aligned}$$

- c) Base 7, complemento a 6 su 3 cifre

$$A \text{ è negativo, quindi: } A_{7,C7(3)} = (b^n - 1) - |A| = (7^3 - 1) - 48 = 342 - 48 = 294_{10} = 6 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 0 \cdot 7^0_{10} = 600_{7,C6(3)}$$

$$B \text{ è positivo, quindi } B_{7,C6(3)} = 18_{10} = (2 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0)_{10} = 24_{7,C6(3)}$$

->Altro metodo:

$$\begin{aligned} A &= -48 \\ 48_{10} &= 0 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0 = 66_7 \\ A_{7,C7(3)} &= (666 - 066)_{7,C6(3)} = 600_{7,C6(3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 18 \\ 18_{10} &= 2 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0 \\ B_{7,C6(3)} &= 24_{7,6(3)} \end{aligned}$$

- d) Base 16, modulo e segno su 3 cifre

$$\begin{aligned} A &= -48 \\ 48_{10} &= 30_{16} \\ -20_{10} &= F30_{16,MS(3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 18 \\ 18_{10} &= 1 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^0 = 12_{16} \\ 18_{10} &= 012_{16,MS(3)} \end{aligned}$$

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Esercizio 5

Si supponga di aver apportato delle migliorie ad una macchina M , in modo da ottenere una macchina M' capace di eseguire tutte le operazioni in virgola mobile 2 volte più velocemente.

- a) Se l'esecuzione di un programma p sulla macchina M richiede 80 secondi, di cui $3/4$ sono spesi per l'esecuzione di operazioni in virgola mobile, quale sarà lo speedup se p viene eseguito su M' ?
- b) Sia q un secondo programma che viene eseguito in 300 secondi dalla macchina M . Determinare la percentuale di operazioni in virgola mobile di cui q è composto, sapendo che si ottiene uno speedup complessivo pari a 1,5 eseguendo lo stesso programma su M' .

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Soluzione

a) Tempo virgola mobile su M:

$$T_M^{float} = 80 \cdot \frac{3}{4} = \frac{240}{4} = 60s$$

Tempo altre operazioni non influenzate dalla miglora su M:

$$T_M^{other} = 80 - 60 = 20s$$

Tempo virgola mobile su M':

$$T_{M'}^{float} = \frac{T_M^{float}}{2} = \frac{60}{2} = 30s$$

Tempo totale M':

$$T_{M'} = T_{M'}^{float} + T_M^{other} = 30 + 20 = 50s$$

Speedup:

$$\frac{T_M}{T_{M'}} = \frac{80}{50} = 1,6$$

b) Siano x e y le porzioni di tempo spese per eseguire le operazioni in virgola mobile e le altre operazioni, rispettivamente, si ha:

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ \frac{x}{2} + y = 200 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 300 \\ x + 2y = 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 300 - y \\ 300 - y + 2y = 400 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases}$$

In percentuale:

$$x = \frac{200}{300} = 0,66 = 66\%$$

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Esercizio 6

Dato il numero $A = -37,41085$:

1) rappresentare A in virgola mobile secondo il seguente formato:

1 bit per il segno (bit contrassegnato con "0");

4 bit per l'esponente (da bit "1" a bit "4"), codificato in forma polarizzata;

7 bit per la mantissa (da bit "5" a bit "11").

Rappr(A)=

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

2) Data la rappresentazione di A trovata al punto precedente, calcolare il valore B effettivamente rappresentato ($B = \text{Rappr}(A)$). A quanto ammonta l'errore di approssimazione?

3) A quanto ammonterebbe l'errore di approssimazione se A venisse rappresentato dedicando due bit aggiuntivi per la rappresentazione della mantissa (ovvero codificandola con 10 bit)?

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

Soluzione

1. Segno: 1-> negativo

Parte intera: $(37)_{10} = (100101)_2$

N	N mod 2
37	1
18	0
9	1
4	0
2	0
1	1
0	

Parte decimale: $(0,41085)_{10} = (0,01101001 \dots)_2$

N	N * 2	Trunc(N*2)
0,41085	0,82170	0
0,8217	1,6434	1
0,6434	1,2868	1
0,2868	0,5736	0
0,5736	1,1472	1
0,1472	0,2944	0
0,2944	0,5888	0
0,5888	1,1776	1
0,1776	0,3552	0
0,3552	0,7104	

$BIAS = 2^3 - 1 = 7$

Quindi, $A = (100101,01101001 \dots)_2 = (1,0010101101 \dots \times 2^5)_2$

Esponente: $(5 + BIAS) = (5 + 7)_{10} = 12_{10} = (8 + 4)_{10} = 2^3 + 2^2 = (1100)_2$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1

2. Il valore effettivamente rappresentato è

$(1,0010101 \times 2^5)_2 = (100101,01)_2$

parte intera: $(100101)_2 = 37$

parte decimale: $(0,01)_2 = 0,25_{10}$

$A' = -37,25$

errore $\epsilon = |A| - |A'| = |37,41085 - 37,25| = 0,16085$

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.

3. Con 10 bit per la mantissa, il valore effettivamente rappresentato è

$$(1,0010101101 \times 2^5)_2 = (100101,01101)_2$$

$$\text{parte intera: } (100101)_2 = 37_{10}$$

$$\text{parte decimale: } (0,01101)_2 = (2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-5})_{10} = (0,25 + 0,125 + 0,03125)_{10} = 0,40625$$

$$A'' = -37,40625$$

$$\text{errore } \epsilon' = |A| - |A''| = |37,41085 - 37,40625| = 0,0046$$

Si ricorda che:

- 1) soluzioni E procedimenti devono essere scritti A PENNA (eventuali scritte a lapis non verranno considerate);
- 2) soluzioni E procedimenti devono essere scritti SOLO sui fogli forniti, eventualmente anche sul retro del foglio (non sono accettati fogli aggiuntivi);
- 3) è necessario riportare nome, cognome e matricola SU OGNI FOGLIO;
- 4) NON si può usare la calcolatrice;
- 5) Un risultato esatto ma senza procedimento di calcolo sarà considerato non completamente corretto.