Prova scritta di fisica per tecnologie alimentari del 14/01/2020

Esercizio 1

Un uomo spara 3 colpi di pistola dal tetto di una casa: uno verso l'alto (A), uno verso il basso (B) ed uno in direzione orizzontale (C). Tutti e 3 i proiettili hanno la stessa massa, sono soggetti alla forza di gravità e cadono al suolo (il piano orizzontale sul quale è posta la casa). Assumendo che ogni proiettile esca dalla pistola con la stessa velocità scalare, e trascurando l'attrito con l'aria, rispondere alle seguenti domande riguardanti i tempi, le velocità e le energie dei proiettili quando raggiungono il suolo.

a) In quale ordine di tempo i 3 proiettili raggiungono il suolo?
☐ A,B,C ☐ A,C,B ■ B,C,A ☐ C,B,A ☐ nello stesso istante

b) Quale proiettile ha modulo della velocità maggiore?
☐ A ☐ B ☐ C ■ hanno la stessa velocità

c) Quale proiettile ha la maggior componente orizzontale della velocità ?
☐ A ☐ B ■ C ☐ hanno la stessa velocità orizzontale

d) Quale proiettile ha la **minore** componente verticale della velocità ?
☐ A ☐ B ■ C ☐ hanno la stessa velocità verticale

e) Quale proiettile ha la maggiore energia cinetica?
☐ A ☐ B ☐ C ■ hanno la stessa energia cinetica

f) Quale proiettile ha la maggiore energia potenziale?
☐ A ☐ B ☐ C ■ hanno la stessa energia potenziale

g) Disegnare il grafico della velocità verticale del proiettile A in funzione del tempo, sapendo che la velocità iniziale del proiettile è $v_0 = 98{,}0$ m/s ed il tempo di volo è $t = 23{,}5$ s.

È ovvio che, sparando 3 proiettili con la stessa velocità scalare iniziale, quello sparato verso il basso arriva prima degli altri, e quello sparato verso l'alto arriva per ultimo. Per mostrarlo rigorosamente, analizziamo il moto verticale dei proiettili. Fissiamo un sistema di riferimento con origine nel tetto (punto di partenza) ed asse y rivolto verso il basso. Quindi ciascun proiettile parte ad $y = 0$ e raggiunge il suolo con $y = h$, ove $h > 0$ è l'altezza dell'edificio. Per ciascun proiettile il moto è uniformemente accelerato, con accelerazione costante diretta verso il basso, cioè $a_y = g = 9{,}8$ m/s. La legge del moto uniformemente accelerato è

$$y(t) = y(0) + v_0 t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

ove t è il tempo di volo e $v_0 = v_y(0)$ la velocità iniziale verso il basso. Nel nostro caso $y(t) - y(0) = h$ e quindi

$$v_0 t + \frac{g}{2} t^2 = h \ .$$

È chiaro che al crescere di v_0, il tempo $t > 0$ richiesto diminuisce. Se non siete ancora convinti, troviamo una relazione che lega v_0 a t, per esempio

$$v_0 = \frac{h}{t} - \frac{gt}{2} \ .$$

Al crescere di t diminuisce v_0 e viceversa. Quindi il tempo minore è impiegato dal proiettile con v_0 maggiore, cioè B, mentre il tempo maggiore è impiegato dal proiettile con v_0 minore, cioè A, che ha $v_0 < 0$.

Per rispondere alle altre domande, conviene utilizzare la conservazione dell'energia: i proiettili partono con la stessa energia cinetica (perché partono con la stessa velocità scalare) e con la stessa energia potenziale (perché partono dallo stesso punto), quindi hanno la stessa energia totale, che si conserva durante il volo. Siccome arrivano alla stessa quota (al suolo), all'arrivo hanno la stessa energia potenziale, quindi la stessa energia cinetica, quindi la stessa velocità scalare.

Poiché l'accelerazione di gravità è verticale, la componente orizzontale delle velocità non cambia. Solo il proiettile C ha una componente non nulla della velocità orizzontale:

$$v_{Ax} = 0\ , \qquad v_{Bx} = 0\ , \qquad v_{Cx} \neq 0\ ,$$

quindi è C il proiettile con la maggiore componente orizzontale della velocità .

Siccome la velocità scalare al suolo $v_f = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ è la stessa per i 3 proiettili, si ha

$$v_{Ay} = v_f\ , \qquad v_{By} = v_f\ , \qquad v_{Cy} = \sqrt{v_f^2 - v_{Cx}^2} < v_f\ ,$$

quindi è C che ha la minore componente verticale della velocità .

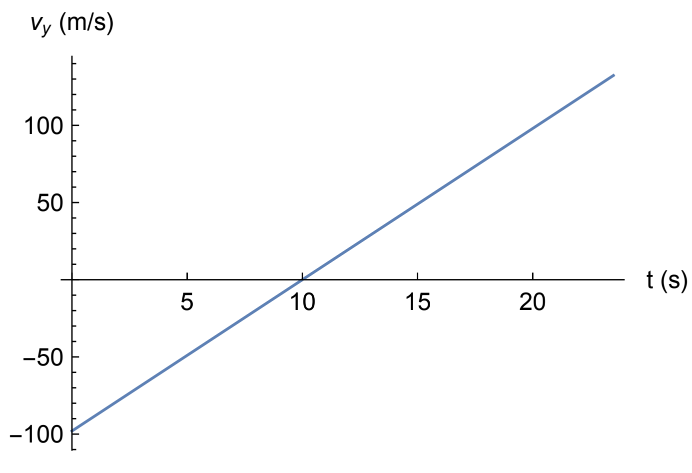
Il grafico della velocità del proiettile A è rappresentato da una retta, in quanto il moto verticale è uniformemente accelerato:

$$v_y = v_0 + at$$

Se orientiamo l'asse verticale y verso il basso, la velocità iniziale v_0 (che è verso l'alto) è negativa, e vale $v_0 = -98{,}0$ m/s. *L'accelerazione è verso il basso, quindi positiva, e vale* $a = g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$. *Pertanto la velocità cresce con il tempo. Al tempo* $t = 23{,}5$ s *si ha*

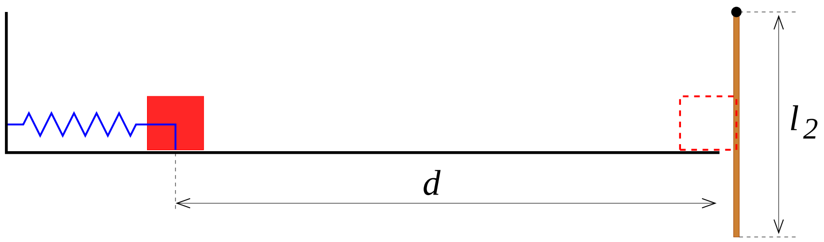
$$v_y = -98 + 9{,}8 \cdot 23{,}5 = 132{,}3\ \mathrm{m/s}\ .$$

In particolare, la velocità si annulla dopo 10 s *dalla partenza.*



Esercizio 2

Un piccolo cubo di metallo di massa $m_1 = 220$ g è appoggiato su un piano orizzontale. Tra di essi c'è un coefficiente di attrito statico pari a $\mu_s = 0{,}42$ ed un coefficiente di attrito dinamico pari a $\mu_d = 0{,}20$. Inizialmente il cubo è fermo, e su di esso agisce una molla compressa di $s = 0{,}081$ m rispetto alla posizione di riposo. A distanza $d = 1{,}50$ m dal cubo è posta un'asta di massa $m_2 = 65{,}2$ g e lunghezza $l_2 = 60{,}0$ cm ferma ma libera di ruotare attorno ad uno dei suoi estremi, come in figura. Quando il cubo è lasciato libero, la molla accelera il cubo fino a quando essa raggiunge la posizione di riposo, dopo di che i due corpi si staccano, ed il cubo prosegue il suo movimento verso l'asta.



a) Sapendo che il cubo raggiunge l'asta con una velocità $v_1 = 6{,}00$ m/s, determinare la costante elastica k della molla. (Suggerimento: usare il bilancio dell'energia, calcolando i lavori delle forze conservative e non conservative.)

b) Verificare se la forza iniziale della molla era sufficiente a mettere in movimento il cubo da fermo.

c) Il cubo raggiunge l'asta nel suo punto centrale, e dopo l'urto i due oggetti restano attaccati (urto completamente anelastico). Determinare il momento di inerzia del sistema cubo-asta rispetto al centro di rotazione.

d) Usando la conservazione del momento angolare, determinare la velocità angolare del sistema dopo l'urto.

a) È chiaro che è la molla che mette in moto il cubo. L'energia potenziale della molla fornisce l'energia cinetica al cubo, ma in parte viene dissipata sotto forma di attrito. Più precisamente, per il teorema dell'energia cinetica, il lavoro W delle forze sul cubo è uguale alla variazione della sua energia cinetica $\Delta K = K_f - K_i = K_f$, in quanto l'energia cinetica iniziale $K_i = 0$ (il cubo parte da fermo). Il lavoro effettuato sul cubo è la somma del lavoro W_m fatto dalla molla (positivo) e del lavoro W_a fatto dalla forza di attrito (negativo).

$$W_m = \frac{1}{2}ks^2$$
$$W_a = -F_a d\,, \quad F_a = \mu_d F_N = \mu_d m_1 g \quad \Longrightarrow \quad W_a = -\mu_d m_1 g d$$
$$K_f = \frac{1}{2}m_1 v_1^2$$

dove F_a è la forza di attrito mentre il cubo striscia (da calcolare con il coefficiente di attrito dinamico), F_N è la forza peso del cubo, che è la forza normale che esercita sul piano orizzontale.

Risolvendo per k si ha

$$K_f = W_m + W_a$$
$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}ks^2 - \mu_d m_1 g d$$
$$k = \frac{m_1 v_1^2 + 2\mu_d m_1 g d}{s^2} = 1400 \text{ N/m}$$

b) La forza iniziale della molla vale, in modulo, $F_m = ks = 114$ N. *La forza di attrito statico può essere al massimo*

$$F_s = \mu_s F_N = \mu_s m_1 g = 0{,}91 \text{ N} ,$$

e siccome $F_s < F_m$ *la molla riesce a superare la forza di attrito statico ed a mettere in moto il cubo.*

c) Il momento angolare del sistema cubo-asta rispetto al centro di rotazione è uguale alla somma del momento di inerzia I_c *del cubo e del momento di inerzia* I_a *dell'asta. Il cubo si può pensare come un punto materiale (infatti viene detto che è piccolo e non vengono specificate le sue dimensioni) di massa* m_1 *a distanza* $r_1 = l_2/2 = 30{,}0$ cm *dal centro di rotazione, quindi*

$$I_c = m_1 r_1^2 = 0{,}0198 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 .$$

L'asta ruota attorno ad un suo estremo, quindi

$$I_a = \frac{1}{3}m_2 l_2^2 = 0{,}0078 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

e pertanto

$$I_{\text{tot}} = I_c + I_a = 0{,}0276 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 .$$

d) Negli urti il momento angolare totale di un sistema si conserva. L'urto avviene tra asta e cubo, quindi il sistema da considerare è quello formato dall'asta e dal cubo. Lo stato del sistema prima dell'urto è completamente noto, quindi possiamo calcolare il momento angolare iniziale del sistema, che è uguale alla somma dei momenti angolari delle sue componenti: asta e cubo.

Prima dell'urto l'asta è ferma quindi il suo momento angolare è $L_a = 0$. *Invece il cubo è in movimento, e prima dell'urto si sta muovendo con una velocità angolare* $\omega_c = v_1/r_1$. *Quindi*

$$L = L_a + L_c = L_c = I_c \omega_c = m_1 r_1^2 \frac{v_1}{r_1} = m_1 r_1 v_1 = 0{,}396 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} .$$

(Il momento angolare di un punto materiale di massa m_1 *e velocità* v_1 *si può anche calcolare con la formula* $L_c = m_1 r_1 v_1$ *dove* r_1 *è la distanza tra la traiettoria del punto materiale ed il centro di rotazione. Chi lo sapeva risparmiava un calcolo nella formula, ma non era necessario saperlo.)*

Dopo l'urto il sistema forma un unico corpo rigido che ruota alla velocità angolare ω' *incognita. Dalla conservazione del momento angolare*

$$L = L' = I_{\text{tot}}\, \omega' \quad \Longrightarrow \quad \omega' = \frac{L}{I_{\text{tot}}} = 14{,}3 \text{ rad/s} .$$

Esercizio 3

Un proiettore ha una lente convergente di distanza focale $f = 5{,}65$ cm. Si vuole proiettare una diapositiva (oggetto) in modo che la sua immagine virtuale sia ingrandita di $m = 25{,}0$ volte.

a) A quale distanza dalla lente va posta la diapositiva?

b) A quale distanza dalla lente va posto lo schermo affinché l'immagine che si forma sia nitida (a fuoco)?

c) Se si allontana la diapositiva dalla lente di $d = 4{,}3$ mm, di quanto ed in quale verso bisogna spostare lo schermo affinché l'immagine resti nitida?

d) Quanto vale l'ingrandimento in questa seconda disposizione?

a) Indichiamo con p la distanza tra l'oggetto (diapositiva) e la lente, e con q la distanza tra la lente e l'immagine. Dalla formula delle lenti si ha

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \ .$$

Siccome sia p che q sono incognite, non è sufficiente una sola equazione per risolvere il problema. L'altra informazione che ci viene data è l'ingrandimento, che sappiamo essere uguale ad $m = q/p$. Quindi il problema si risolve mettendo a sistema le due equazioni:

$$\begin{cases} \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \\ m = \frac{q}{p} \ . \end{cases}$$

Dalla seconda possiamo ricavare $q = mp$ e sostituire quest'espressione nella prima, in modo da restare con un'equazione nella sola incognita p:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{mp} = \frac{1}{f} \quad \Longrightarrow \quad \frac{1}{p}\left(1 + \frac{1}{m}\right) = \frac{1}{f} \quad \Longrightarrow \quad p = f\,\frac{m+1}{m} = 5{,}876 \text{ cm} \ .$$

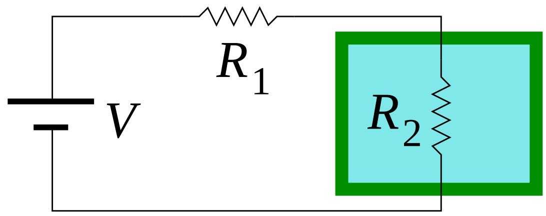
b) Lo schermo va posto dove si forma l'immagine della diapositiva, cioè ad una distanza $q = mp = f(m+1) = 147$ cm.

c) Se allontaniamo la diapositiva di una distanza d dalla lente, la nuova distanza tra diapositiva e lente vale $p' = p + d = 6{,}08$ cm. Quindi la nuova immagine si forma ad una distanza q' data dalla solita formula delle lenti:

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{q'} = \frac{1}{f} \quad \Longrightarrow \quad q' = \frac{p'f}{p' - f} = 79{,}9 \text{ cm} \ .$$

d) L'ingrandimento in questa seconda posizione vale $m' = q'/p' = 13{,}1$.

Esercizio 4



Un circuito elettrico è formato da un generatore di tensione, che produce una differenza di potenziale $V = 55$ V, e da due resistenze collegate come in figura, con $R_1 = 6{,}6\ \Omega$. La resistenza R_2 dissipa per effetto Joule una potenza $P_2 = 94$ W.

a) Quali valori può assumere la resistenza R_2?

b) Considerando il valore maggiore della resistenza R_2, quanta corrente scorre nel circuito?

c) Quanta potenza eroga il generatore in tale caso?

d) Con il calore sviluppato da R_2 si riscalda un recipiente di capacità termica $c_R = 120$ J/°C contenente $m_g = 56{,}0$ g di ghiaccio, entrambi alla temperatura iniziale $T_1 = -12{,}0$ °C . Quanto calore è necessario fornire al sistema affinchè esso si porti alla temperatura $T_2 = 42{,}0$ °C ? (Non è necessario avere risposto alle precedenti domande per svolgere queste ultime due.)

e) Quanto tempo è necessario per il riscaldamento al punto d)?

[Il calore specifico del ghiaccio è $c_g = 2100$ J/kg · °C , quello dell'acqua è $c_a = 4186$ J/kg · °C , il calore latente di fusione del ghiaccio vale $c_l = 333$ kJ/kg.]

Abbiamo un circuito elettrico con un generatore di tensione e due resistenze in serie. La resistenza totale (equivalente) è $R = R_1 + R_2$, quindi vale

$$V = (R_1 + R_2)I$$

dove I è la corrente che scorre nel circuito, quindi attraverso ciascuna delle resistenze. Siccome sia R_2 che I sono incognite, non possiamo ricavarle dalla precedente formula. Un'altro dato è fornito dalla potenza P_2, per la quale sappiamo che

$$P_2 = I^2 R_2 = V_2^2/R_2 \ .$$

Nella precedente equazione V_2 è la tensione ai capi di R_2, e non la conosciamo. Ci conviene quindi sfruttare la relazione $P_2 = I^2 R_2$ e metterla a sistema con la prima formula, così da avere due equazioni in due incognite: R_2 ed I:

$$\begin{cases} V = (R_1 + R_2)I \\ P_2 = I^2 R_2 \ . \end{cases}$$

Dalla prima equazione ricaviamo I in funzione di R_2:

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} \quad \Longrightarrow \quad P_2 = \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)^2 R_2 \quad \Longrightarrow \quad P_2(R_1 + R_2)^2 = V^2 R_2$$
$$\Longrightarrow \quad P_2 R_2^2 + (2P_2 R_1 - V^2)R_2 + P_2 R_1^2 = 0 \ .$$

Abbiamo così ottenuto un'equazione di secondo grado in R_2 che ammette due soluzioni. Se indichiamo l'incognita con $x = R_2$, l'equazione si riscrive

$$Ax^2 + Bx + C = 0 \qquad \textit{ove} \qquad \begin{cases} A = P_2 \\ B = 2P_2 R_1 - V^2 \\ C = P_2 R_1^2 \end{cases}$$

Il discriminante vale

$$\Delta = B^2 - 4AC = 4P_2^2R_1^2 + V^4 - 4P_2R_1V^2 - 4P_2^2R_1^2 = V^2(V^2 - 4P_2R_1) = 1643785\ \mathrm{V}^4 > 0$$

quindi esistono due soluzioni distinte per R_2*:*

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \begin{cases} 16{,}3\ \Omega \\ 2{,}7\ \Omega \end{cases}$$

entrambe positive, che sono i valori che può assumere R_2*.*

b) Scelto il valore maggiore $R_2 = 16{,}3\ \Omega$*, la corrente che scorre nel circuito si può ricavare dalle precedenti equazioni, per esempio*

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2} = 2{,}40\ \mathrm{A}\ .$$

A questo punto, lo studente previdente dovrebbe controllare che i risultati siano giusti, per esempio verificando che $P_2 = I^2\, R_2$*, entro le cifre significative.*

c) La potenza erogata dal generatore vale $P = VI = 132$ W*. In alternativa, si può calcolare la potenza dissipata dalla resistenza* R_1*, che vale* $P_1 = I^2\, R_1 = 38{,}0$ W *la quale, sommata a* P_2*, dà la potenza totale dissipata dalle resistenze, che è quella erogata dal generatore.*

d) Il calore necessario per riscaldare il sistema formato dal recipiente e dal ghiaccio è la somma dei calori necessari per scaldare le due sostanze. Per scaldare il recipiente serve una quantità di calore

$$Q_R = c_R(T_2 - T_1) = 6480\ \mathrm{J}\ .$$

Per scaldare il ghiaccio, dobbiamo tenere presente che c'è una transizione di fase: prima bisogna portare il ghiaccio alla temperatura di fusione $T_f =\ 0°\mathrm{C}$ *, quindi bisogna fornire calore per fondere il ghiaccio (che diventa acqua rimanendo sempre a* 0 °C *) e poi bisogna fornire calore per portare l'acqua alla temperatura* T_2*. Questi tre passaggi richiedono le seguenti quantità di calore:*

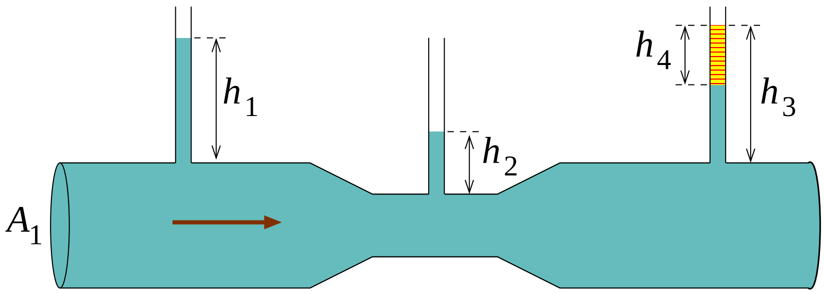
$$\begin{aligned} Q_g &= c_g m_g (T_f - T_1) = 1411\ \mathrm{J} \\ Q_f &= c_l m_g = 18650\ \mathrm{J} \\ Q_a &= c_a m_g (T_2 - T_f) = 9845\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

(notare che la massa si conserva nella fusione: la massa dell'acqua è uguale a quella del ghiaccio). In totale, la quantità di calore necessaria è

$$Q = Q_R + Q_g + Q_f + Q_a = 36400\ \mathrm{J}\ .$$

e) Il calore è prodotto dalla resistenza R_2 *che lo fornisce con una potenza costante* $P_2 = Q/t$*, quindi* $t = Q/P_2 = 387$ s *cioè 6 minuti e 27 secondi.*

Esercizio 5



In un tubo orizzontale scorre un liquido di viscosità trascurabile e densità $\rho = 1200$ kg/m^3 in regime laminare con una portata $Q = 25{,}0$ litri/s.

Il tubo ha generalmente una sezione $A_1 = 9{,}50 \cdot 10^{-3}$ m^2, ma nella sua parte centrale presenta un restringimento, che riduce al 55% la sua sezione. Per misurare la pressione del liquido, sono stati inseriti dei piccoli cilindri verticali aperti alle basi, all'interno dei quali va a stabilirsi del liquido in una posizione di equilibrio idrostatico. Sapendo che l'altezza del liquido nel cilindro posto all'inizio del tubo vale $h_1 = 2{,}58$ m, e che la pressione atmosferica vale $P_{\text{atm}} = 103$ kPa,

a) Determinare la pressione P_1 del liquido all'inizio del tubo.

b) Determinare le velocità v_1 e v_2 del liquido all'inizio ed al centro del tubo.

c) Determinare la pressione P_2 del liquido al centro del tubo.

d) Determinare l'altezza h_2 del liquido nel cilindro inserito al centro del tubo.

e) Determinare la pressione P_3 alla fine del tubo e quindi l'altezza h_3 del liquido nel cilindro inserito alla fine del tubo, supponendo che nella parte superiore ci sia una colonna alta $h_4 = 1{,}10$ m di liquido di densità $\rho_2 = 920$ kg/m^3.

Osserviamo innanzitutto che nei piccoli cilindri verticali il fluido sale perché sospinto dalla pressione che c'è nel tubo orizzontale nel quale il liquido scorre. In particolare, la pressione in fondo ad ogni piccolo cilindro è uguale alla pressione che c'è nella corrispondente porzione di tubo orizzontale in cui si innesta.

NOTA: in questi casi si trascurano le piccole variazioni di pressione nei punti di una data sezione di tubo, in quanto le dimensioni trasverse del tubo sono di pochi centimetri.

a) La pressione nel primo tratto di tubo è quindi uguale alla pressione in fondo al primo piccolo cilindro, e questa è la somma della pressione atmosferica e della pressione idrostatica della colonna di fluido di altezza h_1:

$$P_1 = P_{\text{atm}} + \rho g h_1 = 133{,}34 \text{ kPa} .$$

È anche corretto rispondere che la pressione relativa *nel primo tratto di tubo è*

$$P_1^{(\text{rel})} = \rho g h_1 = 30{,}34 \text{ kPa} .$$

b) Poiché il fluido è un liquido, si può considerare incomprimibile. Vale quindi la legge di continuità

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

dove Q è la portata (volumica) del fluido. Osservando che $Q = 0{,}025$ m^3/s otteniamo

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = 2{,}63 \text{ m/s} .$$

L'area del secondo tratto è data da

$$A_2 = 55\%\ A_1 = \frac{55}{100} A_1 = 5{,}22 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$$

e quindi

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = 4{,}78\ \mathrm{m/s}\ .$$

Più semplicemente

$$v_2 = \frac{100}{55} v_1 = 4{,}78\ \mathrm{m/s}\ .$$

c) Essendo il fluido in movimento, per avere una relazione tra le pressioni nelle "regioni" 1 e 2 dobbiamo applicare la legge di Bernoulli:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2\ ,$$

in cui y_1 ed y_2 denotano l'altezza del tubo nelle "regioni" 1 e 2.

ATTENZIONE: spesso la formula si scrive con h al posto di y. Ma in questo problema i simboli h_1 ed h_2 sono già stati usati per indicare le altezze del fluido nei cilindri verticali, quindi per non confondersi, è meglio usare altri simboli per indicare l'altezza dei tratti di tubo.

Siccome il testo ci dice che il tubo è orizzontale, $y_1 = y_2$ e quindi possiamo semplificare i termini $\rho g y_{1,2}$ dall'equazione, perché sono uguali. (Anche qui stiamo trascurando il piccolo diametro del tubo).

Possiamo quindi ricavare la differenza di pressione tra il tratto stretto del tubo ed il tratto iniziale:

$$\Delta P \equiv P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = -9{,}56\ \mathrm{kPa}$$

e quindi la pressione (assoluta o anche relativa)

$$P_2 = P_1 + \Delta P = 123{,}8\ \mathrm{kPa} \quad \textit{oppure} \quad P_2^{(\mathrm{rel})} = P_1^{(\mathrm{rel})} + \Delta P = 20{,}8\ \mathrm{kPa}\ .$$

d) Analogamente a quanto visto per il tratto iniziale, abbiamo

$$P_2 - P_{\mathrm{atm}} = P_2^{(\mathrm{rel})} = \rho g h_2 \quad \Longrightarrow \quad h_2 = \frac{P_2^{(\mathrm{rel})}}{\rho g} = 1{,}76\ \mathrm{m}\ .$$

e) La pressione nel tratto finale del tubo è uguale alla pressione nel tratto iniziale, perché l'area della sezione del tubo è la medesima in quei tratti (e perché il liquido non ha viscosità): $P_3 = P_1$ ossia $P_3^{(\mathrm{rel})} = P_1^{(\mathrm{rel})}$. In questo caso la pressione idrostatica (relativa) alla base del terzo cilindro verticale è data dalla presenza di due liquidi diversi:

- *il liquido di densità ρ_2 ed altezza h_4 che fa una pressione $P_{3,a} = \rho_2 g h_4 = 9{,}92$ kPa;*
- *il liquido di densità ρ ed altezza $h_3 - h_4$ che fa una pressione $P_{3,b} = \rho g(h_3 - h_4)$*

Quindi

$$\begin{aligned} P_3^{(\mathrm{rel})} &= P_1^{(\mathrm{rel})} = P_{3,a} + P_{3,b} \\ \Longrightarrow \rho g(h_3 - h_4) &= P_1^{(\mathrm{rel})} - P_{3,a} = 30{,}34 - 9{,}92 = 20{,}42\ \mathrm{kPa} \\ \Longrightarrow h_3 - h_4 &= 1{,}73\ \mathrm{m} \quad \Longrightarrow \quad h_3 = 2{,}83\ \mathrm{m}\ . \end{aligned}$$