STUDIARE AL VARIARE DEL PARAMETRO $a \in \mathbb{R}$ LE FUNZIONI:

1. $f(x) = ax^2 - e^{(a+1)x^2}$ (SENZA f'')

2. $f(x) = a \operatorname{arctg} x + x^3$

3. $f(x) = x^2 + \log(a+x)$

4. $f(x) = 2 \operatorname{tg} x + a \operatorname{sen} x$

5. $f(x) = a\sqrt{1+x} - \log x$ (SENZA f'')

6. $f(x) = \dfrac{a}{\operatorname{sen} x} - x$

7. CALCOLARE $\log 7 + \cos 1$ CON UN ERRORE INFERIORE A 10^{-4}

8. CALCOLARE $\sqrt[5]{\frac{6}{5}}$ CON UN ERRORE INFERIORE A 10^{-5}

9. DATA LA FUNZIONE

$$g(x) = x + \operatorname{sen}(x - x^2)$$

DIMOSTRARE CHE È INVERTIBILE IN UN INTORNO DI 0. DETERMINARE POI L'ORDINE DI INFINITESIMO PER $x \to 0$ DELLA FUNZIONE

$h(x) = 2g^{-1}(x) - \operatorname{sen} x$

10. DETERMINARE, SE ESISTE, $\alpha \in \mathbb{R}$ TALE CHE LA FUNZIONE

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & x > 0 \\ \operatorname{sen} x + \alpha x^2 - \lg(1+x) & x \leq 0 \end{cases}$$

AMMETTA DERIVATA 2° IN $x = 0$.

1. DIMOSTRARE CHE LA FUNZIONE

$$f(x) = e^{\frac{1}{\operatorname{sen}(\frac{1}{x})}} - e^{x}$$

È CRESCENTE SU $(a, +\infty)$ PER a SUFF. GRANDE

2. SIA $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ CONVESSA. SUPPONIAMO CHE $\exists\, f'(1) = 0$.
DIMOSTRARE CHE 1 È PUNTO DI MINIMO ASSOLUTO PER f.
DIMOSTRARE INOLTRE CHE SE f È STRETTAMENTE CONVESSA, ALLORA TALE PUNTO DI MINIMO È UNICO

3. SIA $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ DEFINITA DA

$$f(x) = x \log(2 + x^2)$$

i) DIMOSTRARE CHE $\exists\, \delta > 0$ T.C.

$$f : (-\delta, \delta) \to f((-\delta, \delta))$$

È INVERTIBILE

ii) DETERMINARE IL POLINOMIO DI TAYLOR DI 2° GRADO, CENTRATO IN 0, DELLA FUNZIONE

$$g(x) = f^{-1}(x + \operatorname{sen} x)$$

4. CALCOLARE AL VARIARE DEL PARAMETRO $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log((\cos x)^{\alpha}) + (\operatorname{sen} x)^2}{\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{1}{x^4}}$$

5. SIA $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ T.C. $\forall$ INTORNO I DI 0
$\exists\, x \in I \setminus \{0\}$ T.C. $f(x) = 1$. SUPPONIAMO CHE $\exists\, f'(0)$.

DIMOSTRARE CHE

(i) $f(0) = 1$

(ii) $f'(0) = 0$.