

10. – Esercizi su: equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_n$ .Esercizio 10.1

Calcolare il resto della divisione per 77 di  $2^{100000}$ .

Esercizio 10.2

Risolvere uno dei seguenti problemi:

- (i) si calcoli il resto della divisione di  $101\,420^{222}$  per 363;
- (ii) si calcoli il resto della divisione di  $912\,141^{444}$  per 363;
- (iii) si calcoli il resto della divisione di  $2\,843\,018^{222}$  per 363;
- (iv) si calcoli il resto della divisione di  $13\,765\,543^{444}$  per 363.

Esercizio 10.3

Sia  $\mathbb{Z}_{685}$  l'anello delle classi di resto modulo 685. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l'elemento di  $\mathbb{Z}_{685}$  a cui  $z$  appartiene. Si trovi una soluzione in  $\mathbb{Z}^+$  per una delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{685}$  (a scelta del candidato):

$$[137]^x = [3]; \quad [375]^x = [7]; \quad [521]^x = [1].$$

Esercizio 10.4

Sia  $\mathbb{Z}_{3033}$  l'anello delle classi di resto modulo 3033. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l'elemento di  $\mathbb{Z}_{3033}$  a cui  $z$  appartiene. Si trovino *almeno due soluzioni* in  $\mathbb{Z}^+$  per una delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{3033}$  (a scelta del candidato):

$$[317]^x = [317]; \quad [337]^x = [337]; \quad [357]^x = [357].$$

Esercizio 10.5

La ditta ACME ha brevettato e prodotto un nuovo utensile casalingo, il *tuttotrone*, che purtroppo non ha avuto il successo di vendita sperato. Per questo motivo la ditta ACME ha ritirato dal commercio tutti i pezzi rimasti invenduti, esattamente  $55^{170}$ , accantonandoli in attesa di una più favorevole situazione di mercato: li ha sistemati in grandi contenitori, ciascuno dei quali contiene esattamente 147 pezzi.

Dopo aver completamente riempito molti contenitori, sono avanzati alcuni tuttotroni (insufficienti a riempire un ulteriore contenitore) che sono stati distribuiti gratuitamente ai dipendenti della ditta.

Quanti esemplari di tuttotrone sono stati così distribuiti gratuitamente?

**Esercizio 10.6**

Calcolare il resto della divisione per 77 di  $4^{50\,000}$ .

**Esercizio 10.7**

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di  $93^{28\,562}$ .

**Esercizio 10.8**

Sia  $n$  il numero ottenuto elevando *sette* alla potenza *novantaseimilacinquecentosessantasei*. Si dica, motivando la risposta, quali sono le ultime due cifre della scrittura di  $n$  in base *tredici*.

**Esercizio 10.9**

Risolvere uno dei seguenti problemi:

- (i) si calcoli il resto della divisione di  $84\,938^{255}$  per 147;
- (ii) si calcoli il resto della divisione di  $912\,141^{255}$  per 147;
- (iii) si calcoli il resto della divisione di  $1\,151\,306^{170}$  per 147;
- (iv) si calcoli il resto della divisione di  $77\,777\,777^{170}$  per 147.

**Esercizio 10.10**

Sia  $\mathbb{Z}_{695}$  l'anello delle classi di resto modulo 695. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l'elemento di  $\mathbb{Z}_{695}$  a cui  $z$  appartiene. Si trovi una soluzione in  $\mathbb{Z}^+$  per una delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{695}$  (a scelta del candidato):

$$[137]^x = [3]; \quad [375]^x = [7]; \quad [521]^x = [1].$$

**Esercizio 10.11**

La ditta ACME ha brevettato e prodotto un nuovo utensile casalingo, il *politrone*, che purtroppo non ha avuto il successo di vendita sperato. Per questo motivo la ditta ACME ha ritirato dal commercio tutti i pezzi rimasti invenduti, esattamente  $33^{170}$ , accantonandoli in attesa di una più favorevole situazione di mercato: li ha sistemati in grandi contenitori, ciascuno dei quali contiene esattamente 245 pezzi.

Dopo aver completamente riempito molti contenitori, sono avanzati alcuni poltroni (insufficienti a riempire un ulteriore contenitore) che sono stati distribuiti gratuitamente ai dipendenti della ditta.

Quanti esemplari di poltrone sono stati così distribuiti gratuitamente?

**Esercizio 10.12**

Sia  $\mathbb{Z}_{2853}$  l'anello delle classi di resto modulo 2853. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l'elemento di  $\mathbb{Z}_{2853}$  a cui  $z$  appartiene. Si trovino almeno due soluzioni in  $\mathbb{Z}^+$  per una delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{2853}$  (a scelta del candidato):

$$[317]^x = [317]; \quad [337]^x = [337]; \quad [357]^x = [357].$$

**Esercizio 10.13**

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di  $13^{682}$ .

**Esercizio 10.14**

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di  $97^{29482}$ .

**Esercizio 10.15**

Sia

$$n := 8^{98438}.$$

Si dica, motivando la risposta, quali sono le ultime due cifre della scrittura di  $n$  in base 13.

**Esercizio 10.16**

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di  $37^{721}$ .

**Esercizio 10.17**

Sia  $\mathbb{Z}_{831}$  l’anello delle classi di resto modulo 831. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l’elemento di  $\mathbb{Z}_{831}$  a cui  $z$  appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{831}$  nella incognita  $x$  si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in  $\mathbb{Z}^+$  e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [278]^x = [0]; \quad [278]^x = [1].$$

**Esercizio 10.18**

Sia  $n := 11^{297}$ . Si determini l’ultima cifra a destra della rappresentazione di  $n$  in base sedici.

**Esercizio 10.19**

Calcolare il resto della divisione per 77 di  $3^{50000}$ .

**Esercizio 10.20**

Trovare le ultime tre cifre della scrittura in base 10 di  $13^{1203}$ .

**Esercizio 10.21**

Sia  $\mathbb{Z}_{843}$  l’anello delle classi di resto modulo 843. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l’elemento di  $\mathbb{Z}_{843}$  a cui  $z$  appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{843}$  nella incognita  $x$  si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in  $\mathbb{Z}^+$  e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [280]^x = [0]; \quad [285]^x = [1].$$

**Esercizio 10.22**

Sia  $n := 13^{313}$ . Si determini l’ultima cifra a destra della rappresentazione di  $n$  in base sedici.

**Esercizio 10.23**

Trovare le ultime tre cifre della scrittura in base 10 di  $17^{1604}$ .

**Esercizio 10.24**

Sia  $\mathbb{Z}_{554}$  l’anello delle classi di resto modulo 554. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l’elemento di  $\mathbb{Z}_{554}$  a cui  $z$  appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{554}$  nella incognita  $x$  si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in  $\mathbb{Z}^+$  e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [279]^x = [0]; \quad [281]^x = [1].$$

**Esercizio 10.25**

Sia  $\mathbb{Z}_{562}$  l’anello delle classi di resto modulo 562. Per ogni  $z \in \mathbb{Z}$ , indichiamo con  $[z]$  l’elemento di  $\mathbb{Z}_{562}$  a cui  $z$  appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in  $\mathbb{Z}_{562}$  nella incognita  $x$  si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in  $\mathbb{Z}^+$  e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [279]^x = [0]; \quad [281]^x = [1].$$

**Esercizio 10.26**

Calcolare il resto della divisione per 143 di  $2^{100000}$ .