

10. – Esercizi su: equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_n .Esercizio 10.1

Calcolare il resto della divisione per 77 di 2^{100000} .

Esercizio 10.2

Risolvere uno dei seguenti problemi:

- (i) si calcoli il resto della divisione di $101\,420^{222}$ per 363;
- (ii) si calcoli il resto della divisione di $912\,141^{444}$ per 363;
- (iii) si calcoli il resto della divisione di $2\,843\,018^{222}$ per 363;
- (iv) si calcoli il resto della divisione di $13\,765\,543^{444}$ per 363.

Esercizio 10.3

Sia \mathbb{Z}_{685} l'anello delle classi di resto modulo 685. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l'elemento di \mathbb{Z}_{685} a cui z appartiene. Si trovi una soluzione in \mathbb{Z}^+ per una delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{685} (a scelta del candidato):

$$[137]^x = [3]; \quad [375]^x = [7]; \quad [521]^x = [1].$$

Esercizio 10.4

Sia \mathbb{Z}_{3033} l'anello delle classi di resto modulo 3033. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l'elemento di \mathbb{Z}_{3033} a cui z appartiene. Si trovino *almeno due soluzioni* in \mathbb{Z}^+ per una delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{3033} (a scelta del candidato):

$$[317]^x = [317]; \quad [337]^x = [337]; \quad [357]^x = [357].$$

Esercizio 10.5

La ditta ACME ha brevettato e prodotto un nuovo utensile casalingo, il *tuttotrone*, che purtroppo non ha avuto il successo di vendita sperato. Per questo motivo la ditta ACME ha ritirato dal commercio tutti i pezzi rimasti invenduti, esattamente 55^{170} , accantonandoli in attesa di una più favorevole situazione di mercato: li ha sistemati in grandi contenitori, ciascuno dei quali contiene esattamente 147 pezzi.

Dopo aver completamente riempito molti contenitori, sono avanzati alcuni tuttotroni (insufficienti a riempire un ulteriore contenitore) che sono stati distribuiti gratuitamente ai dipendenti della ditta.

Quanti esemplari di tuttotrone sono stati così distribuiti gratuitamente?

Esercizio 10.6

Calcolare il resto della divisione per 77 di $4^{50\,000}$.

Esercizio 10.7

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di $93^{28\,562}$.

Esercizio 10.8

Sia n il numero ottenuto elevando *sette* alla potenza *novantaseimilacinquecentosessantasei*. Si dica, motivando la risposta, quali sono le ultime due cifre della scrittura di n in base *tredici*.

Esercizio 10.9

Risolvere uno dei seguenti problemi:

- (i) si calcoli il resto della divisione di $84\,938^{255}$ per 147;
- (ii) si calcoli il resto della divisione di $912\,141^{255}$ per 147;
- (iii) si calcoli il resto della divisione di $1\,151\,306^{170}$ per 147;
- (iv) si calcoli il resto della divisione di $77\,777\,777^{170}$ per 147.

Esercizio 10.10

Sia \mathbb{Z}_{695} l'anello delle classi di resto modulo 695. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l'elemento di \mathbb{Z}_{695} a cui z appartiene. Si trovi una soluzione in \mathbb{Z}^+ per una delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{695} (a scelta del candidato):

$$[137]^x = [3]; \quad [375]^x = [7]; \quad [521]^x = [1].$$

Esercizio 10.11

La ditta ACME ha brevettato e prodotto un nuovo utensile casalingo, il *politrone*, che purtroppo non ha avuto il successo di vendita sperato. Per questo motivo la ditta ACME ha ritirato dal commercio tutti i pezzi rimasti invenduti, esattamente 33^{170} , accantonandoli in attesa di una più favorevole situazione di mercato: li ha sistemati in grandi contenitori, ciascuno dei quali contiene esattamente 245 pezzi.

Dopo aver completamente riempito molti contenitori, sono avanzati alcuni poltroni (insufficienti a riempire un ulteriore contenitore) che sono stati distribuiti gratuitamente ai dipendenti della ditta.

Quanti esemplari di poltrone sono stati così distribuiti gratuitamente?

Esercizio 10.12

Sia \mathbb{Z}_{2853} l'anello delle classi di resto modulo 2853. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l'elemento di \mathbb{Z}_{2853} a cui z appartiene. Si trovino almeno due soluzioni in \mathbb{Z}^+ per una delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{2853} (a scelta del candidato):

$$[317]^x = [317]; \quad [337]^x = [337]; \quad [357]^x = [357].$$

Esercizio 10.13

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di 13^{682} .

Esercizio 10.14

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di 97^{29482} .

Esercizio 10.15

Sia

$$n := 8^{98438}.$$

Si dica, motivando la risposta, quali sono le ultime due cifre della scrittura di n in base 13.

Esercizio 10.16

Trovare le ultime due cifre della scrittura in base 10 di 37^{721} .

Esercizio 10.17

Sia \mathbb{Z}_{831} l'anello delle classi di resto modulo 831. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l'elemento di \mathbb{Z}_{831} a cui z appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{831} nella incognita x si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in \mathbb{Z}^+ e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [278]^x = [0]; \quad [278]^x = [1].$$

Esercizio 10.18

Sia $n := 11^{297}$. Si determini l'ultima cifra a destra della rappresentazione di n in base sedici.

Esercizio 10.19

Calcolare il resto della divisione per 77 di 3^{50000} .

Esercizio 10.20

Trovare le ultime tre cifre della scrittura in base 10 di 13^{1203} .

Esercizio 10.21

Sia \mathbb{Z}_{843} l'anello delle classi di resto modulo 843. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l'elemento di \mathbb{Z}_{843} a cui z appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{843} nella incognita x si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in \mathbb{Z}^+ e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [280]^x = [0]; \quad [285]^x = [1].$$

Esercizio 10.22

Sia $n := 13^{313}$. Si determini l'ultima cifra a destra della rappresentazione di n in base sedici.

Esercizio 10.23

Trovare le ultime tre cifre della scrittura in base 10 di 17^{1604} .

Esercizio 10.24

Sia \mathbb{Z}_{554} l’anello delle classi di resto modulo 554. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l’elemento di \mathbb{Z}_{554} a cui z appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{554} nella incognita x si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in \mathbb{Z}^+ e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [279]^x = [0]; \quad [281]^x = [1].$$

Esercizio 10.25

Sia \mathbb{Z}_{562} l’anello delle classi di resto modulo 562. Per ogni $z \in \mathbb{Z}$, indichiamo con $[z]$ l’elemento di \mathbb{Z}_{562} a cui z appartiene.

Per ciascuna delle seguenti equazioni esponenziali in \mathbb{Z}_{562} nella incognita x si dica, motivando la risposta, se ha soluzioni in \mathbb{Z}^+ e, nei casi in cui la risposta è affermativa, si precisi quante sono le soluzioni e se ne trovi almeno una:

$$[277]^x = [1]; \quad [279]^x = [0]; \quad [281]^x = [1].$$

Esercizio 10.26

Calcolare il resto della divisione per 143 di 2^{100000} .