



**Scuola di Scienze della Salute Umana**  
**Corsi di Laurea Triennale (DM 270/04) in TECNICHE ORTOPEDICHE**

# **Meccanica sperimentale**

(concetto di misura, teoria degli errori)

Dott. Ing. Sara Matteoli

# Procedimento di misura

---



Il **procedimento di misura** è da considerarsi uno **strumento conoscitivo che aumenta le possibilità** di comprendere fatti e fenomeni (non limitato ai campi delle lunghezze, delle aree, dei pesi...)

E' uno dei **procedimenti fondamentali sia della conoscenza comune (fini pratici) che della conoscenza scientifica (fini conoscitivi)**

# Procedimento di misura

---



Il **procedimento di misura** è da considerarsi **uno strumento conoscitivo che aumenta le possibilità** di comprendere fatti e fenomeni (non limitato ai campi delle lunghezze, delle aree, dei pesi...)

E' uno dei **procedimenti fondamentali sia della conoscenza comune (fini pratici) che della conoscenza scientifica (fini conoscitivi)**

**Che cosa significa misurare ?**

**Come si opera e si esprime una misura?**

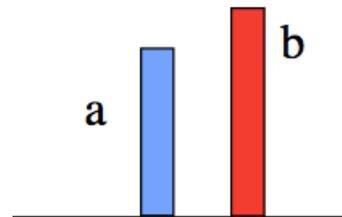
# Misura



La **MISURA** è un insieme di operazioni che servono a definire **quantitativamente** una precisa qualità di un corpo o fenomeno

- **Misura diretta:** la misura di una qualunque grandezza fisica comporta il **confronto** tra la grandezza conosciuta e un campione
- **Misura indiretta:** si misurano grandezze diverse da quella in esame alla quale sono però legate da leggi note

**Es. lunghezza:**  
confronto tra  
grandezze omogenee



$a < b$

**Misura diretta**

# Misura

---



- La maggior parte delle grandezze fisiche hanno delle **dimensioni** (es. velocità [lunghezza/tempo], pressione [forza/superficie], ....)
- Qualunque equazione fisica deve essere dimensionalmente **omogenea** e solo grandezze con le stesse dimensioni possono essere sommate, sottratte ed eguagliate
- Sono state scelte delle **grandezze fondamentali** con le quali si possono esprimere tutte le altre (lunghezza, massa, tempo, corrente elettrica, ...) e sono quelle del sistema internazionale

# Le grandezze (unità fondamentali)



<b>Grandezza fisica</b>	<b>Simbolo della grandezza</b>	<b>Nome dell'unità di misura</b>	<b>Simbolo dell'unità di misura</b>
lunghezza	l	metro	m
massa	m	kilogrammo	kg
tempo	t	secondo	s
corrente elettrica	I	ampere	A
temperatura	T	kelvin	K
quantità di sostanza	n	mole	mol
intensità luminosa	iv	candela	cd

# Le grandezze (unità derivate)



Grandezza fisica	Nome dell'unità di misura	Simbolo dell'unità di misura	Definizione dell'unità di misura SI
area	metro quadrato	m <sup>2</sup>	
volume	metro cubo	m <sup>3</sup>	
densità o massa volumica	kilogrammo al metro cubo	kg/m <sup>3</sup>	
forza	newton	N	$N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$
pressione	pascal	Pa	$\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$
energia, calore, lavoro	joule	J	$J = \text{N} \cdot \text{m}$
velocità	metri al secondo	m/s	
accelerazione	metri al secondo quadrato	m/s <sup>2</sup>	
potenza	watt	W	$W = \text{J}/\text{s}$
carica elettrica	coulomb	C	$C = \text{A} \cdot \text{s}$
differenza di potenziale elettrico, forza elettromotrice	volt	V	$V = \text{J}/\text{C}$
resistenza	ohm	$\Omega$	$\Omega = \text{V}/\text{A}$
frequenza	hertz	Hz	$\text{Hz} = 1/\text{s}$

# Il Sistema Internazionale (SI)

---



Il SI è un riferimento per molti Stati, come l'Italia, dove l'uso è stato adottato per legge nel DPR numero 802/1982 ai sensi della Direttiva CE del 18 ottobre 1971 (71/354/CEE), modificata il 27 luglio 1976 (76/770/CEE).

Il suo uso è **obbligatorio** nella stesura di atti e documenti con valore legale tant'è che in difetto gli atti potrebbero essere invalidati.

*Art. 4.*

*[1] Chiunque contravviene alle disposizioni del presente decreto è soggetto alla sanzione amministrativa pecuniaria da L. 500.000 a L. 1.500.000.*

*[2] La sanzione amministrativa contemplata dal comma precedente è applicata dall'ufficio provinciale metrico competente, con l'osservanza delle disposizioni di cui alla legge 24-11-1981, n. 689.*

*[3] E' fatta salva l'applicazione della legge penale, ove i fatti che concretano le infrazioni di cui al primo comma costituiscano reato.*

# Incertezze nelle misure in campo biomedico

---



Nell'ambito delle scienze sperimentali la parola **errore** non ha la tradizionale connotazione di equivoco o di sbaglio, bensì assume il significato di **incertezza** intesa come quell'entità di cui sono affette inevitabilmente tutte le misure

# Incertezze nelle misure in campo biomedico

---



Nell'ambito delle scienze sperimentali la parola **errore** non ha la tradizionale connotazione di equivoco o di sbaglio, bensì assume il significato di **incertezza** intesa come quell'entità di cui sono affette inevitabilmente tutte le misure

Da questa premessa dobbiamo allora concludere che:

- 1) tutto quello che eseguiamo all'atto della misura è affetto da errore?
- 2) Se così è, che significatività possiamo attribuire ai nostri risultati?

# Incertezze nelle misure in campo biomedico

---



## Nessuna quantità fisica può essere misurata con completa certezza

Relativamente al "valore vero" bisogna specificare che esiste un problema di definizione del concetto stesso.

Pur sforzandoci di operare con la massima cura **non riusciremo mai ad eliminare totalmente le incertezze.**

Potremo solo **ridurle** fino a che non siano estremamente piccole, ma mai nulle.



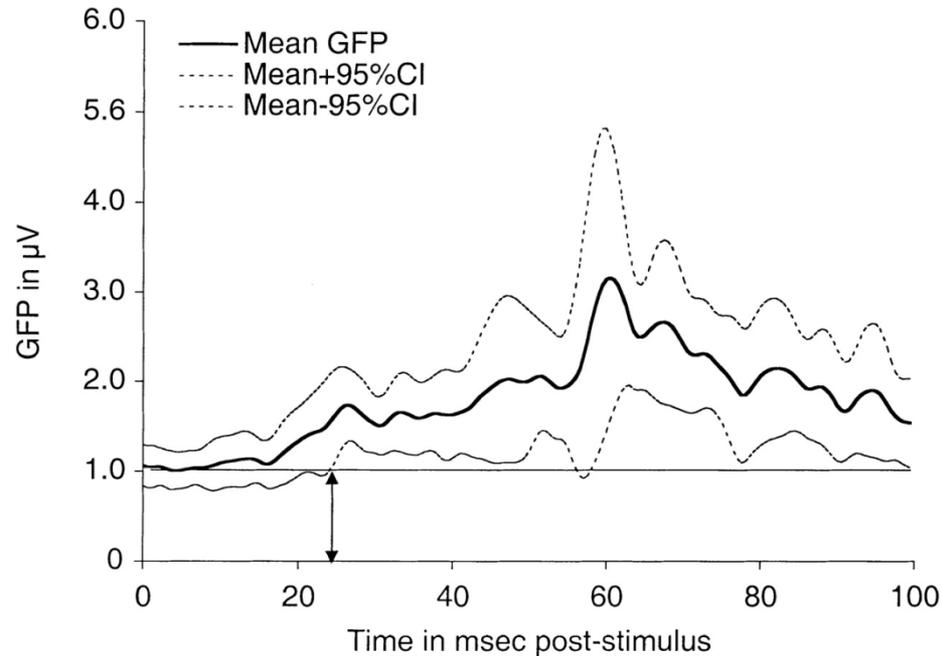
# Incertezze nelle misure in campo biomedico



I risultati che otteniamo non possono essere assunti come certezze assolute, né possono essere sfruttati per ottenere previsioni corrette al 100%

**L'intervallo di validità**, determinato dalle incertezze sperimentali, non fissa una linea di demarcazione netta tra quello che è il risultato corretto sul quale costruire le nostre congetture e quello che invece può essere un valore completamente inconsistente.

**All'interno del cosiddetto intervallo di confidenza siamo "più sicuri" che altrove di avere inglobato quello che è il valore effettivo della grandezza che misuriamo**



# Primo approccio all'analisi delle incertezze



Il modo corretto di fornire qualunque misura è quello di dare la **miglior stima** per la quantità in questione e **l'intervallo all'interno del quale si ritiene che essa si trovi**.

Ad esempio, un'ipotetica misura di lunghezza potrebbe essere così riportata:

$$\begin{aligned}\text{miglior stima} &= 36.4 \text{ cm} \\ \text{intervallo probabile} &= 36.2 - 36.6 \text{ cm}\end{aligned}$$

In questo caso la **miglior stima** giace esattamente in **mezzo all'intervallo stimato**: questa condizione è quella che usualmente si verifica nella maggior parte delle misure.

Essa permette di sintetizzare il risultato in forma più compatta quale la seguente:

$$\text{valore misurato} = (36.4 \pm 0.2) \text{ cm}$$



# Errori di misura

---



□ Si definisce **errore** la “discordanza tra il risultato della misurazione e il valore della grandezza misurata”.



# Errori di misura

---

□ Si definisce **errore** la “discordanza tra il risultato della misurazione e il valore della grandezza misurata”.

Tale discordanza è dovuta:

- incompleta conoscenza
- imperfezione, o insieme di imperfezioni, del mezzo di misura

# Incertezza

---

□ Si definisce **incertezza** la “caratteristica della dispersione dei risultati della misurazione definita dagli errori limiti”.

il risultato di misura dunque non è mai un unico numero “deterministico” ma un intervallo di valori possibili entro il quale il misurando può trovarsi con una data probabilità

# Teoria degli errori

---



**ERRORE** (causa)  **INCERTEZZA** (effetto)

# Teoria degli errori

---



**ERRORE** (causa)  **INCERTEZZA** (effetto)

La **teoria degli errori di misura** prevedeva che una grandezza non potesse mai essere perfettamente conosciuto a causa degli inevitabili errori di misura (intrinseci in ogni metodo o strumento utilizzato per la misurazione)

# Teoria degli errori

---



**ERRORE** (causa)  **INCERTEZZA** (effetto)

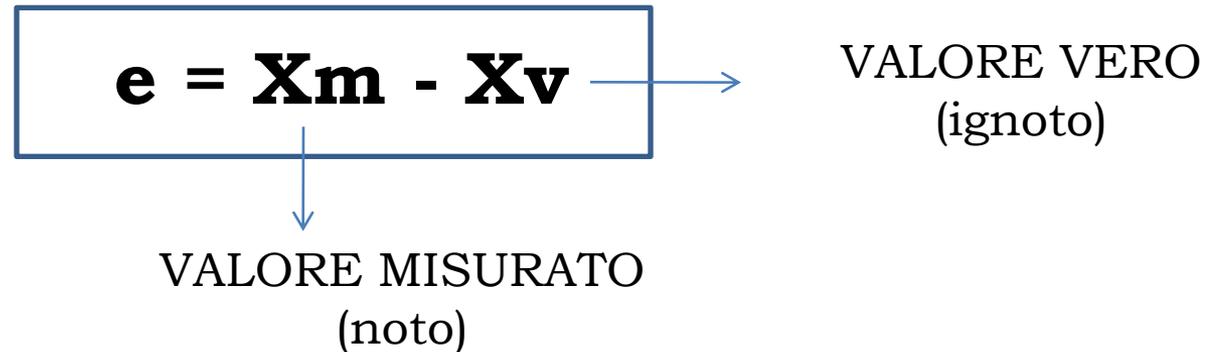
La **teoria degli errori di misura** prevedeva che una grandezza non potesse mai essere perfettamente conosciuto a causa degli inevitabili errori di misura (intrinseci in ogni metodo o strumento utilizzato per la misurazione)

**Il valore vero di una grandezza non è, per definizione, noto né conoscibile.** Lo sarebbe solo se la misurazione fosse perfetta. Anche l'errore così definito risulta non noto e non conoscibile e, pertanto, di nessuna importanza pratica.

# Teoria degli errori



Esiste la speranza di ancorare la conoscenza sperimentale ai **valori veri** della misura



# Teoria dell'incertezza



La teoria dell'incertezza non inficia il presupposto di **unicità della misura**, ma si è obbligati a stimare ed esprimere unitamente alla misura la “**qualità**” della misura stessa

Il risultato di una misura è quindi in effetti un “intervallo” di valori attorno al valore misurato:

$$X = (x \pm i) g_X$$

- ✓  $i$  indica la qualità della misura
- ✓ irrealizzabilità di un'esatta conoscenza del valore del misurando
- ✓ impossibilità di realizzare il processo di misura senza essere influenzati dall'ambiente e dalle imperfezioni di strumenti e operatore.

# Teoria dell'incertezza

---



- ❑ L'incertezza è componente essenziale delle informazioni di misura
- ❑ L'incertezza di misura prodotta da uno strumento appartiene all'insieme di specifiche importanti che il costruttore deve precisare e garantire

# Teoria dell'incertezza

---



- L'incertezza è componente essenziale delle informazioni di misura
- L'incertezza di misura prodotta da uno strumento appartiene all'insieme di specifiche importanti che il costruttore deve precisare e garantire



## **NORMA UNI CEI ENV 13005**

(fornisce la procedura di calcolo per la valutazione della incertezza)

# Teoria dell'incertezza

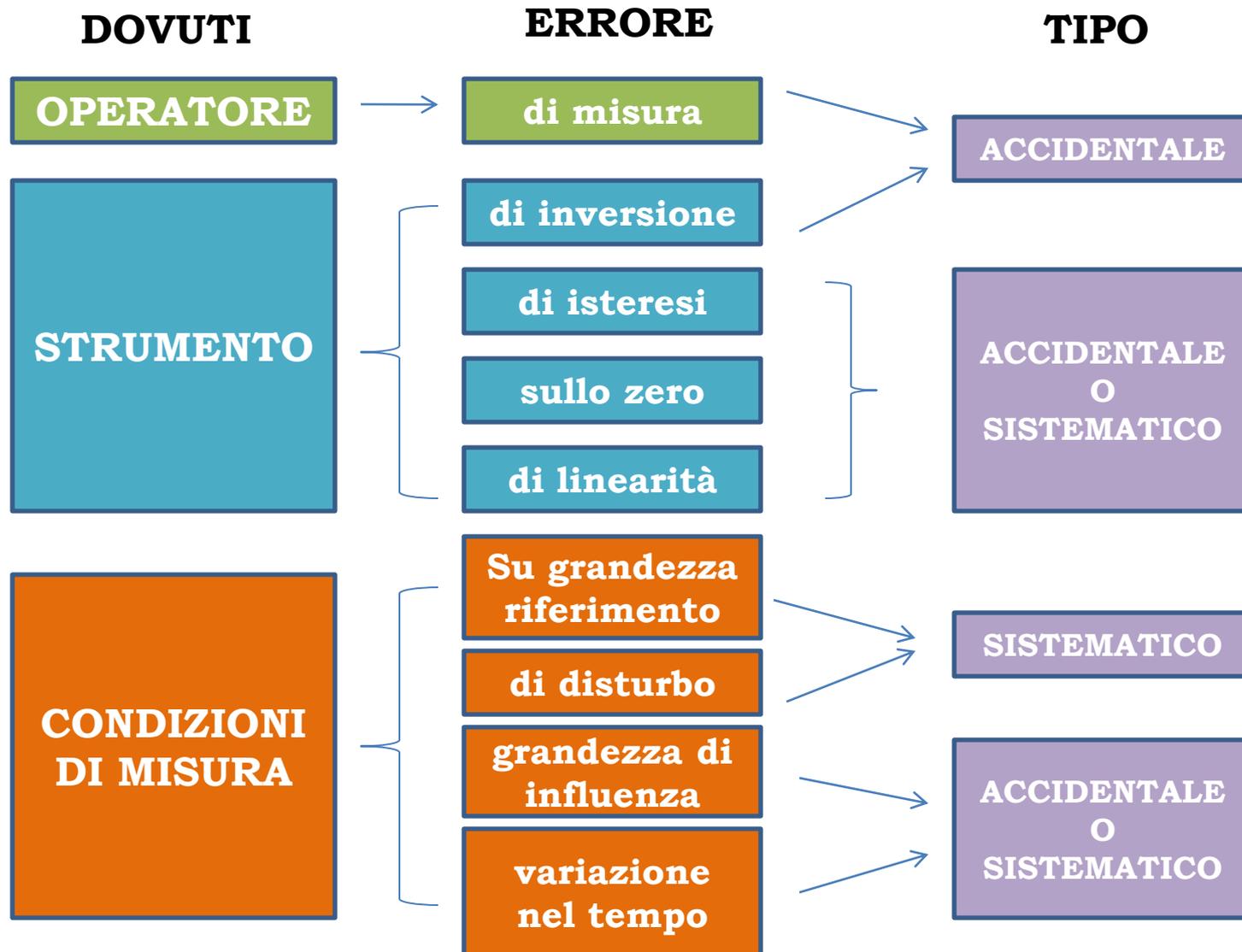
---



E' impossibile effettuare misure esatte, ma si può:

- ricavare dalle misure effettuate il valore più probabile del misurando (**errore/correzione**)
- stimare l'intervallo, centrato intorno a tale valore, all'interno del quale il valore ritenuto vero dovrebbe cadere con un certo livello di confidenza (**incertezza**).

# Classificazione errori



# Errori accidentali

---

- Si presentano in maniera diversa e "impredicibile" ogni volta che si ripete la misura (fluttuazione casuale).
- Non sono riducibili cambiando strumento o metodo di misura
- Possono avere segno negativo o positivo
- Possono essere più o meno grossolani a seconda:
  - del tipo di strumento (che si suppone perfetto),
  - dell'abilità dell'operatore e
  - della accuratezza con la quale lavora l'operatore
- **non si può mai essere certi di non averli commessi affatto, ma si può cercare di ridurli al minimo.**

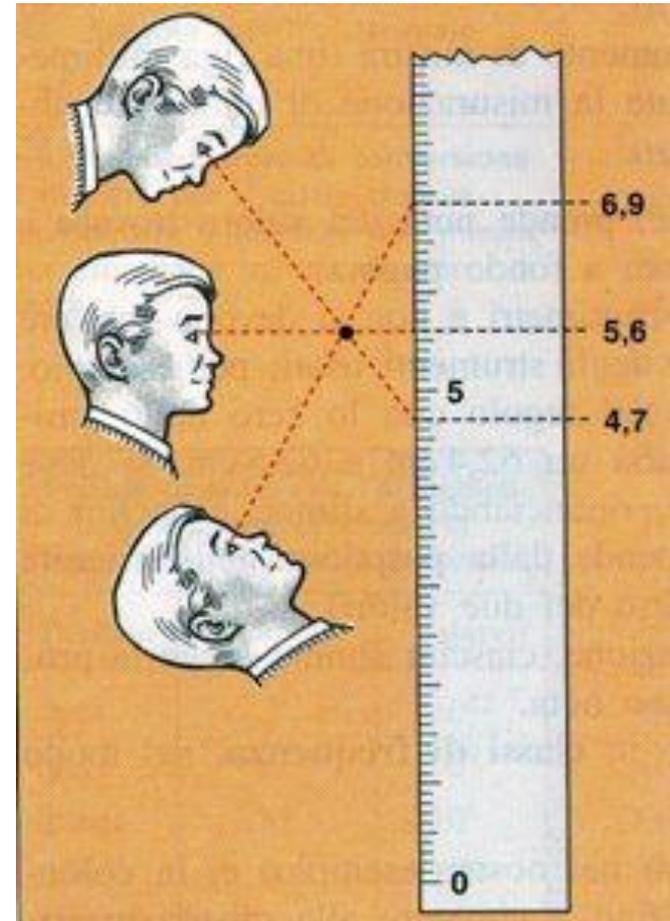
# Errori accidentali (operatore)

- Errore di lettura: errore di **parallasse**

se si osserva da posizione centrale, la quota del punto è quella che si legge sulla riga millimetrata (5,6 cm).

Se si guarda dall'alto, si commette un errore di parallasse e si legge 4,7 cm.

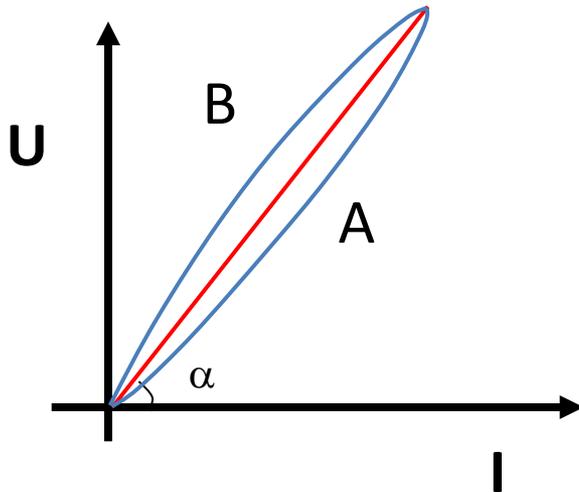
Anche se si guarda dal basso si commette un errore di parallasse e si legge 6,9 cm.



# Errori accidentali (strumento)



- Errore di isteresi: si ha quando la curva di taratura per valori di ingresso crescenti (B) è diversa ottenuta per valori decrescenti (A).



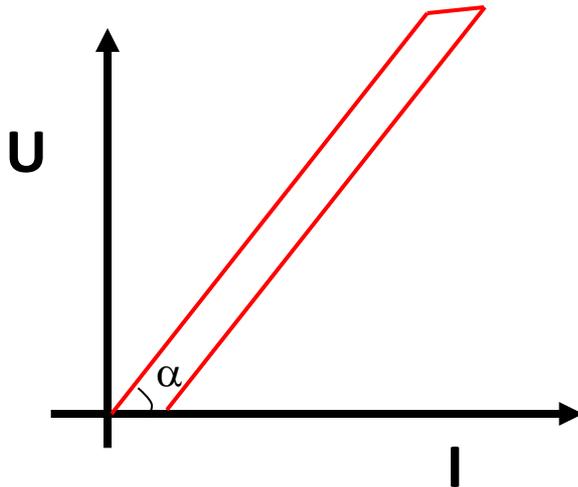
- dovuto agli attriti viscosi e secchi
- tipico degli strumenti che hanno componenti magnetizzati o di sistemi meccanici che presentano isteresi meccanica

Le caratteristiche di funzionamento in salita e in discesa sono tra loro diverse e non possono essere sovrapposte con una traslazione.

# Errori accidentali (strumento)



- Errore di inversione: differenza, in valore assoluto, fra il valore rilevato con lo strumento quando la posizione di equilibrio dell'indice viene raggiunta col crescere della grandezza e il valore rilevato col diminuire di essa.



- dovuti a giochi meccanici
- si presentano quando si inverte il senso di variazione del segnale

Con una traslazione degli assi si possono sovrapporre le caratteristiche di funzionamento in salita e in discesa.

# Errori sistematici

---



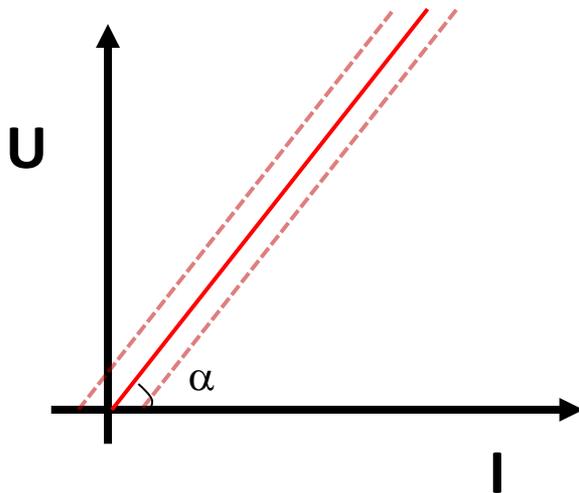
- Sono dovuti a difetti costruttivi, o di taratura degli strumenti e dei campioni, ad errori e irregolarità nell'applicazione del modello sperimentale (procedura)
- Avvengono sempre nello stesso senso: o per difetto o per eccesso
- Sono i più semplici da eliminare, perché hanno un'origine precisa che, una volta individuata, permette di eliminare o ridurre gli errori stessi.
- **Non si può mai essere sicuri che una misura sia priva di errori sistematici perché possono esservi effetti e perturbazioni che non conosciamo.**

# Errori sistematici (strumento)



- Errore sullo zero: si ha quando l'organo indicatore non ritorna dopo ogni lettura alla posizione di riferimento.

Il primo grave effetto è la perdita dello zero di riferimento, che non viene recuperato mai semplicemente “resettando” (spegnendo e riaccendendo) lo strumento



perdita di calibrazione dei componenti meccanici (molle di registrazione) o elettrici (trimmer) o all'invecchiamento dei componenti elettronici.



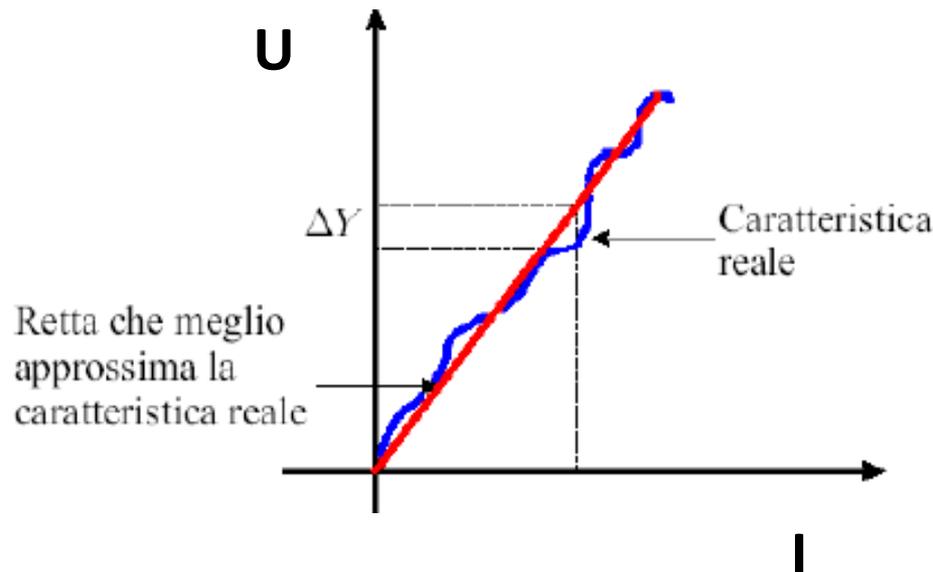
**lo strumento “deriva”**

# Errori sistematici (strumento)



- Errore di linearità: indica la massima discordanza tra il comportamento reale dello strumento e quello "nominale"

La **linearità** è la proprietà di uno strumento di misura di dare in uscita (lettura) valori che possano mettersi in relazione lineare con il segnale d'ingresso (misurando).



La qualità di un sensore si misura in base a quanto la caratteristica reale si scosta da quella ideale.

# Errori sistematici (cond. misura)



- Errore dovuto alle grandezze di influenza: quando la grandezza misurata è influenzata da altre grandezza fisiche (*grandezze di influenza*) diverse da quella misurata.



*orologio a pendolo:*

la temperatura può provocare l'allungamento del pendolo e quindi aumentare il periodo di oscillazione

# Errori sistematici (cond. misura)



- Errore dovuto alle grandezze di influenza: quando la grandezza misurata è influenzata da altre grandezza fisiche (*grandezze di influenza*) diverse da quella misurata.



*orologio a pendolo:*

la temperatura può provocare l'allungamento del pendolo e quindi aumentare il periodo di oscillazione



si introduce nello strumento un organo sensibile alla temperatura (*meccanismo compensatore*): una sospensione a griglia composta da metalli diversi il cui allungamento reciproco compensa e annulla l'allungamento totale

# Errori sistematici (cond. misura)

---



- Errore sulla grandezza di riferimento: differenza tra l'indicazione del campione e il valore vero (più probabile) del campione.  
I campioni di riferimento usati per la taratura non sono infatti esenti da errore

# Errori sistematici (cond. misura)

---



- Errore sulla grandezza di riferimento: differenza tra l'indicazione del campione e il valore vero (più probabile) del campione. I campioni di riferimento usati per la taratura non sono infatti esenti da errore
- Errore di disturbo: alterazione del valore della grandezza, provocato dallo strumento, in particolari condizioni di impiego.

# Errori sistematici (cond. misura)

---



- Errore sulla grandezza di riferimento: differenza tra l'indicazione del campione e il valore vero (più probabile) del campione. I campioni di riferimento usati per la taratura non sono infatti esenti da errore
- Errore di disturbo: alterazione del valore della grandezza, provocato dallo strumento, in particolari condizioni di impiego.
- Errore dovuto alla variazione del misurando nel tempo: quando lo strumento segue con difficoltà le variazioni della grandezza misurata in caso di misurazioni dinamiche

# Errori sistematici

---



## Minimizzazione degli errori sistematici:

- **compensazione degli effetti di influenza:** (introducendo un segnale uguale e di segno opposto a quello che si osserverebbe in assenza di compensazione)
- **correzione:** (quando si conosce la legge di dipendenza della grandezza di misura da quella d'influenza).

# Disturbi

---

A volte può accadere che l'accuratezza di una misura si riduca a causa di alcuni fenomeni detti disturbi: con disturbi **si intendono tutte le risposte di uno strumento non generate dalla grandezza posta sotto osservazione**

Nella risposta globale dello strumento la presenza di disturbi nel prelievo della misura provoca una **sovrapposizione tra il valore effettivo della grandezza e quello fittizio introdotto da questi**: la possibilità che il risultato della misura coincide con il valore effettivo si affievolisce fino a svanire, nei casi peggiori

# Disturbi

---



Fondamentalmente i disturbi possono interagire con la misura in due modi:

- Il **loro valor medio è circa nullo**: allora hanno un comportamento riconducibile a quello di fluttuazioni casuali.
- Il **loro valor medio è diverso da zero**: in questo caso manifestano una natura di tipo sistematico in quanto il loro effetto va a sommarsi, nella misura, al valore effettivo della grandezza.

Le loro origini possono essere molteplici: possono derivare dallo strumento di misura, dal modo in cui viene usato o dall'ambiente in cui viene adoperato

# Svarioni

---



I cosiddetti **svarioni (in inglese blunders)** racchiudono tutti gli errori **madornali**:

- errori sulla lettura dello strumento
- sulla trascrizione di dati
- errori dovuti a problemi di trasmissione dati in strumenti digitali o a transienti (variazioni brusche) nell'alimentazione degli apparati di misura.

Meritano di essere considerati a parte poiché non sono del tutto assimilabili né agli errori di tipo casuale, né a quelli sistematici. se sono pochi producono effetti di tipo sistematico, se invece si commettono tanti svarioni, questi alla fine possono anche compensarsi

# Definizione

- Si definisce **errore assoluto**: rappresenta l'indeterminazione da cui è affetta la misura  $X_m$  di una grandezza fisica  $X$ .

$$\epsilon_a = X_m - X_{rv}$$

VALORE MISURATO (noto)

VALORE RITENUTO VERO

Se il risultato della misurazione dell'accelerazione di gravità risulta:

$$g = (9.70 \pm 0.15) \text{ m/s}^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_a = 0.15 \text{ m/s}^2 \end{array} \right.$$

# Definizione

- Si definisce **errore relativo**: è pari al rapporto tra l'errore assoluto e il valore della misura

$$\epsilon_r = \frac{X_m - X_{rv}}{X_{rv}}$$

VALORE MISURATO (noto)

VALORE RITENUTO VERO

Se il risultato della misurazione dell'accelerazione di gravità risulta:

$$g = (9.70 \pm 0.15) \text{ m/s}^2 \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_a = 0.15 \text{ m/s}^2 \\ \epsilon_r = 0.15/9.70 = 0.015 \end{array} \right.$$

# Definizione

- Si definisce **errore relativo**: è pari al rapporto tra l'errore assoluto e il valore della misura

$$\varepsilon_r = \frac{X_m - X_{rv}}{X_{rv}}$$

VALORE RITENUTO VERO

VALORE MISURATO (noto)

L'errore relativo è importante perchè esprime la **bontà** della misura di una grandezza è indice della precisione della misura.

# Considerazione

---



**Errori sistematici ed errori accidentali non sono  
della stessa natura**

# Considerazione



**Errori sistematici ed errori accidentali non sono della stessa natura**

**errori accidentali  
+  
errori sistematici**



influenzano la  
**accuratezza** della  
misurazione

**errori sistematici**



influenzano la  
**precisione** della  
misurazione

# Accuratezza

---

**differenza in valore e segno tra il valore ritenuto vero e la media di una serie di misure.**

*uno strumento è tanto più accurato quanto più la media di una serie di misure da esso effettuate è vicina al valore ritenuto vero, cioè al valore ottenuto come media di una serie di misure effettuate con uno strumento campione.*

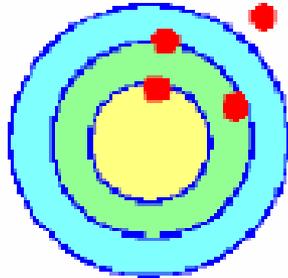
# Ripetibilità (o fedeltà)

---

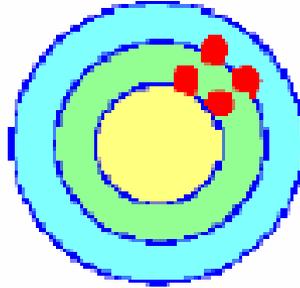


**capacità di uno strumento di misura a fornire indicazioni concordi in risposta a condizioni di ingresso (condizioni di misura) costanti e consecutive.**

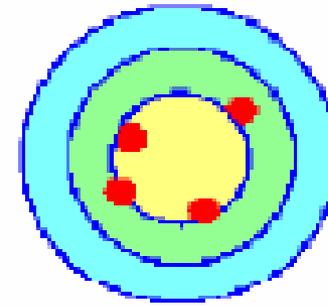
*La ripetibilità è legata al valore dello scarto quadratico medio di una serie di misure ottenute in condizioni costanti, ed uno strumento è tanto più ripetibile quanto più piccolo è lo scarto quadratico medio.*



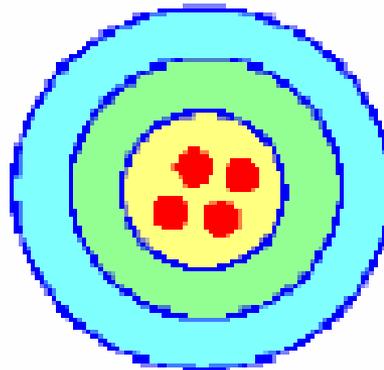
**Non ripetibile  
non accurato**



**Ripetibile  
non accurato**



**Accurato  
non ripetibile**



**Accurato e ripetibile: preciso**

# Precisione

---



sintetizza i concetti di ripetibilità ed accuratezza;

**è l'attitudine dello strumento a fornire una misura con il minimo errore rispetto al valore ritenuto vero e con una elevata ripetibilità.**

è valutata dall'errore assoluto dello strumento

Si indica con  $\pm ** \% \text{ f. s.}$

# Classe di precisione

---



Si parla di **classe di precisione** come condizione di appartenenza di uno strumento di misura ad una categoria che rispetta determinate caratteristiche metrologiche, quali:

- l'incertezza strumentale;
- il valore della stabilità;
- altre eventuali caratteristiche metrologiche