

11. – Esercizi su: *principio dei buchi di piccionaia.*

Esercizio 11.1

Si dimostri che: comunque presi 14 numeri primi, fra essi ce ne sono almeno 7 che a due a due sono congrui modulo 4.

Esercizio 11.2

Cinque persone stanno esplorando una foresta rettangolare di dimensioni 6 Km.  $\times$  8 Km. . Ciascun esploratore ha un walkie-talkie col quale cerca di contattare gli altri; ma il raggio di azione di ciascun walkie-talkie è di soli 5 Km. Si dimostri, spiegando bene il ragionamento seguito, che in ogni momento dell’esplorazione ci sono almeno due esploratori in grado di stabilire un contatto fra loro.

Esercizio 11.3

Al termine di una festa, alla quale hanno partecipato 100 persone, ciascun invitato se ne va stringendo la mano **a un numero pari di persone** (i più scortesì, a nessuno). Nessuno è così eccentrico da stringere la mano a se stesso.

Si dimostri che almeno tre fra gli invitati hanno stretto la mano allo stesso numero di persone.

Esercizio 11.4

Si dimostri che: comunque presi 18 numeri primi, fra essi ce ne sono almeno 5 che a due a due sono congrui modulo 5.

**Esercizio 11.5**

Cinque persone stanno esplorando un deserto rettangolare di dimensioni 12 Km.  $\times$  16 Km. . Ciascun esploratore ha un walkie-talkie col quale cerca di contattare gli altri; ma il raggio di azione di ciascun walkie-talkie è di soli 10 Km.

Si dimostri, spiegando bene il ragionamento seguito, che in ogni momento dell’esplorazione ci sono almeno due esploratori in grado di stabilire un contatto fra loro.

**Esercizio 11.6**

Si dimostri che: comunque presi 32 numeri primi, fra essi ce ne sono almeno 4 che a due a due sono congrui modulo 11 .

**Esercizio 11.7**

Ad un ricevimento partecipano 100 persone; ciascuno dei partecipanti conosce ***un numero pari di altri partecipanti*** (eventualmente nessuno, può infatti accadere che ci siano alcuni “imbucati”). Si suppone che l’eventuale conoscenza sia reciproca (se Tizio conosce Caio, anche Caio conosce Tizio).

Si dimostri che almeno tre fra i partecipanti alla festa conoscono lo stesso numero di altri partecipanti.

**Esercizio 11.8**

Si dimostri che: comunque presi 20 numeri primi, fra essi ce ne sono almeno 4 che a due a due sono congrui modulo 7 .