

# Stima e Identificazione (9 CFU) Stima e Navigazione di Robot Mobili (6 CFU)

Luigi Chisci  
luigi.chisci@unifi.it

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, Università di Firenze



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE

**DINFO**  
DIPARTIMENTO DI  
INGEGNERIA  
DELL'INFORMAZIONE

27 Febbraio 2019

## **1. Introduzione al corso**

- 1.1 Obiettivi formativi e contenuti del corso
- 1.2 Modalità di esame
- 1.3 Programma del corso

## **2. Parte 1 - Basi di teoria della probabilità e segnali/sistemi stocastici**

## **3. Parte 2 - Teoria della stima**

## **4. Parte 3 - Filtraggio ricorsivo e sue applicazioni**

## **5. Parte 4 - Identificazione**

## **6. Riferimenti**

# 1 Introduzione al corso

---

# Obiettivi formativi e contenuti del corso

Fornire agli studenti strumenti statistici ed informatici (e.g. MATLAB) per l'analisi e l'elaborazione dei dati con particolare riferimento a problemi di stima di parametri, segnali e modelli matematici di sistemi reali di interesse.

Il programma consiste di quattro parti:

1. SEGNALI E SISTEMI DINAMICI STOCASTICI
2. TEORIA DELLA STIMA
3. FILTRAGGIO RICORSIVO E SUE APPLICAZIONI
4. IDENTIFICAZIONE DI MODELLI

# Modalità di esame

L'esame consiste di:

- 1 prova orale (obbligatoria)
- 2 compito scritto alla fine del corso (facoltativo)
- 3 soluzione di problemi MATLAB assegnati (obbligatoria solo per il corso a 9 CFU)

La prova orale ha lo scopo di accertare, mediante esercizi e domande teoriche, le conoscenze acquisite su: strumenti statistici ed informatici per l'analisi e l'elaborazione dei dati con particolare riferimento a problemi di stima di parametri, segnali e modelli di sistemi dinamici.

# Programma del corso - 1

## 1. SEGNALI E SISTEMI DINAMICI STOCASTICI

Processi stocastici. Momenti di un processo stocastico. Analisi in frequenza di processi stocastici. Risposta dei sistemi dinamici ad ingressi stocastici: analisi a regime. Fattorizzazione spettrale. Processi AR, MA e ARMA. Modellizzazione di processi stocastici non stazionari (processi di Wiener e ARIMA). Statistiche del primo e del secondo ordine (correlogrammi e periodogrammi). Risposta dei sistemi dinamici ad ingressi stocastici: analisi in transitorio.

## 2. ELEMENTI DI TEORIA DELLA STIMA

Stima in un contesto Bayesiano. Stime di massima verosimiglianza (ML), di massima probabilità a posteriori (MAP) ed ai minimi quadrati (LS). Stima a minimo errore quadratico medio (MMSE). Stima ottima lineare. Metodi Monte Carlo e della trasformata unscented per la stima non lineare.

## Programma del corso - 2

### 3. FILTRAGGIO RICORSIVO

Stima dello stato di un sistema dinamico lineare. Il filtro di Kalman come osservatore ottimo (a minimo errore quadratico medio). Il filtro di Kalman stazionario. Dualità con il problema del regolatore ottimo LQ. Predizione e regolarizzazione. Applicazioni del filtro di Kalman. Filtraggio nonlineare.

### 4. IDENTIFICAZIONE DEI MODELLI

La procedura di identificazione e le sue fasi. Classificazione dei modelli. Identificazione non parametrica: analisi di correlazione ed analisi spettrale. Identificazione parametrica: classi di modelli; identificabilità strutturale; criterio di adeguatezza del minimo errore di predizione; progetto dell'esperimento ed identificabilità sperimentale; identificazione ad anello chiuso; scelta della struttura e validazione.

## **2 Parte 1 - Basi di teoria della probabilità e segnali/sistemi stocastici**

Basi matematiche per la stima e l'identificazione.

- **Variabili aleatorie**, in particolare Gaussiane, per la rappresentazione di grandezze reali **costanti nel tempo** il cui valore è soggetto all'esito di un fenomeno casuale.
- **Processi stocastici** per la rappresentazione di segnali la cui evoluzione temporale è soggetta a casualità.
- **Sistemi dinamici stocastici**, ovvero sistemi dinamici che hanno ingressi stocastici.

## 3 Parte 2 - Teoria della stima

**Stima:** determinazione approssimata di una grandezza non nota  $X$  mediante l'elaborazione di osservazioni sperimentali  $Y$  dipendenti da  $X$  (tipicamente  $Y = h(X, V)$  dove  $V$  è un errore di osservazione casuale).

Molte applicazioni possibili:

- localizzazione GPS
- stima della traiettoria e/o punto di lancio e/o punto di arrivo di oggetti balistici
- stima dello stato (moduli delle tensioni nei vari punti di connessione e loro sfasamenti) di una rete di distribuzione dell'energia elettrica
- calibrazione dei parametri del modello di un processo reale
- ricostruzione di un segnale/immagine affetti da rumore
- stima della posizione di corpi celesti (pianeti, stelle, asteroidi etc.)
- previsione del prezzo di titoli azionari, tassi di interesse e disoccupazione, volatilità, etc.
- stima della riflettività terrestre per la scoperta di giacimenti petroliferi
- sensori virtuali per la stima di grandezze non direttamente misurabili (e.g., pressione pneumatici, carica batteria, angoli di rollio e derapata, etc. in ambito automobilistico)

## 4 Parte 3 - Filtraggio ricorsivo e sue applicazioni

## Stima, in tempo reale, dello stato di un sistema dinamico:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(t, x(t), w(t)) \\ y(t) &= h(t, x(t), v(t)) \end{cases}$$

da osservazioni campionate  $y_k = y(t_k)$  dell'uscita.

Molte applicazioni possibili:

- Sistemi di controllo a retroazione dello stato
- Stima di parametri e di segnali.
- Tracking, ovvero stima e predizione del moto di un oggetto mediante sensori remoti (radar, sonar, telecamere etc.)
- Navigazione, ovvero localizzazione e percezione dell'ambiente circostante, di un veicolo/velivolo/natante mediante sensori a bordo (radar, lidar, telecamere, GPS, sensori inerziali, etc.)

## 5 Parte 4 - Identificazione

---

**Identificazione:** Dato un insieme di dati sperimentali (dataset) relativi ad un segnale/sistema reale di interesse, se ne vuole determinare un modello matematico da utilizzare per scopi specifici (e.g., simulazione, previsione, controllo, etc.)

Tipicamente, si sceglie una famiglia di modelli (e.g., di stato o ingresso-uscita di un certo ordine) ed un criterio per valutare la bontà di un modello (e.g., minimo errore di predizione) e si cerca il miglior modello nella famiglia. Poi si cerca di validare il modello trovato per stabilire se è adeguato agli scopi preposti.

Quindi la procedura di identificazione richiede:

- scelta dell'esperimento e acquisizione del dataset;
- scelta della famiglia di modelli;
- scelta del criterio di valutazione;
- ricerca del miglior modello;
- validazione.

## 6 Riferimenti

---

# Riferimenti

- 1 Materiale didattico fornito dal docente.
- 2 Appunti dalle lezioni.
- 3 S. Bittanti: *Teoria della predizione e del filtraggio*, Pitagora ed., Bologna, 1993.
- 4 S. Bittanti: *Identificazione dei modelli e controllo adattativo*, Pitagora ed., Bologna, 1997.
- 5 T. Söderström: *Discrete-time stochastic systems estimation and control*, Prentice Hall, 1994.
- 6 B.D.O. Anderson, J.B. Moore: *Optimal filtering*, Prentice Hall, 1979.
- 7 Y. Bar-Shalom, X.R. Li, T. Kirubarajan: *Estimation with applications to tracking and navigation*, J. Wiley & Sons, 2001.
- 8 B. Ristic, S. Arulampalam, N. Gordon: *Beyond the Kalman filter: particle filters for tracking applications*, Artech House, 2004.
- 9 L. Ljung: *System identification: theory for the user*, Prentice Hall, 1999.
- 10 T. Söderström, P. Stoica: *System identification*, Prentice Hall, 1989.