

1 IL PIROMETRO OTTICO

1.1 PREMESSA

I metodi di misura radiometrica della temperatura di un corpo vengono impiegati quando il contatto con l'oggetto caldo è indesiderabile o addirittura impossibile. Situazioni del genere si possono presentare, ad esempio, quando l'obiettivo è in movimento, quando non è raggiungibile da nessun apparecchio di misura a contatto, quando la sua temperatura è tanto alta da rovinare o anche distruggere il sensore di misura o ancora quando il contatto col sensore stesso può alterare la temperatura dell'obiettivo.

I vantaggi presentati da questo metodo nei confronti di quelli tradizionali sono:

- l'elevata risposta in frequenza, sia per il sensore ottico che per il sistema elettronico di condizionamento del segnale
- l'elevata sensibilità ed accuratezza dello strumento, dovute al fatto che la radiazione emessa dalla superficie di *target*, valore misurato dal sensore, varia esponenzialmente con la sua temperatura assoluta;

- la non intrusività del metodo di misura, che elimina problemi di interferenza di carattere termico e fluidodinamico
- la possibilità, grazie al fascio flessibile di fibre ottiche, di posizionare i dispositivi elettronici lontano dalla zona di lavoro preservando il segnale in uscita da eventuali e fastidiose interferenze di carattere elettromagnetico

Per contro, gli svantaggi sono:

- necessità di un'elevatissima efficienza ottica del sistema
- possibilità di utilizzo dello strumento solo nell'intervallo di temperature per il quale è stato progettato e tarato
- gestione più complessa del sistema (necessità di avere un'ottima risoluzione spaziale e temporale, utilizzo di parametri di incerta determinazione, limitazione e/o controllo delle contaminazioni ottiche)
- maggiore costo di questo sistema di misura rispetto a quelli tradizionali

E' necessaria comunque la presenza di un operatore specializzato per l'ottenimento di misure affidabili oltre che l'uso di un sistema di volta in volta appositamente tarato.

1.2 IL FENOMENO DELL'IRRAGGIAMENTO

Il fenomeno dell'irraggiamento è il principio alla base del funzionamento del pirometro ottico.

L'irraggiamento termico è definito come *l'energia radiante emessa da un mezzo a causa della sua temperatura*, cioè l'emissione di radiazioni termiche dipende dalla temperatura del corpo che emette.

Il trasporto dell'energia radiante nello spazio che circonda il corpo caldo in esame può essere spiegato con due diverse teorie. Secondo la prima il fenomeno è dovuto all'azione di particelle discrete, dette fotoni, cariche d'energia ma di massa nulla. Tale trattazione permette di comprendere meglio alcuni aspetti del problema dell'irraggiamento, come ad esempio l'interazione con la materia a livello atomico. D'altra parte è possibile pensare anche ad un'onda di tipo elettromagnetico la cui energia è legata alla sua stessa frequenza. Questo secondo modo di affrontare il problema si presta meglio a spiegare il fenomeno della propagazione dell'energia radiante e la sua interazione con la materia a livello macroscopico.

Si consideri allora l'energia radiante come un'onda di frequenza ν e di lunghezza d'onda λ . Queste due grandezze sono legate fra loro dalla semplice relazione:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

essendo c la velocità della luce nel particolare mezzo in cui si sta propagando la radiazione. Definito un certo valore per c , il valore della lunghezza d'onda della radiazione, e quindi la sua frequenza, dipende dalla modalità con cui è stata originata l'emissione. Per quanto riguarda le radiazioni termiche, il campo di lunghezze d'onda interessato è approssimativamente compreso nell'intervallo che va da 0.1 a 1000 μm e comprende quindi parte della fascia ultravioletta (UV), tutto il campo del visibile (VIS) e quello dell'infrarosso (IR), come mostrato in figura 1.1.

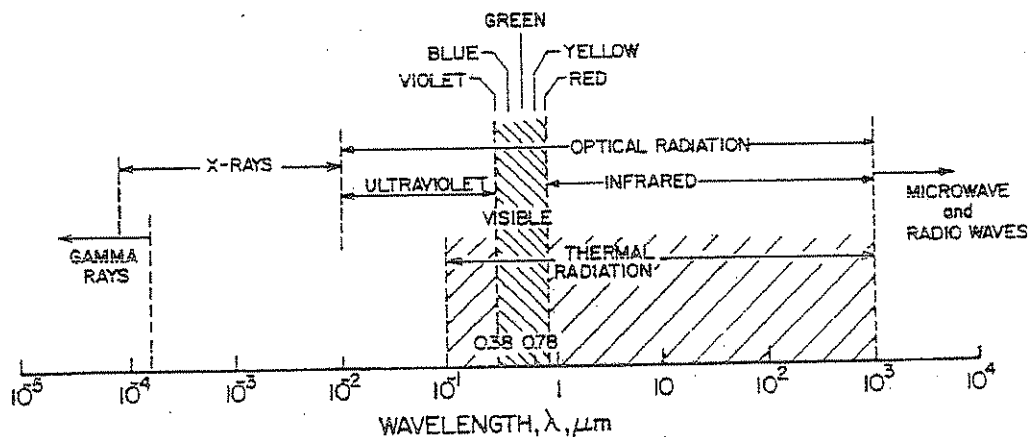


Figura 1.1 Spettro di radiazioni elettromagnetiche

Bisogna notare però a questo punto che la radiazione emessa da un corpo abbraccia sempre un certo *range* di lunghezze d'onda. Si ha quindi a che fare con una distribuzione non uniforme di onde monocromatiche, cioè caratterizzate da una ben definita lunghezza d'onda. L'entità della radiazione emessa da un corpo per unità di lunghezza d'onda varia al variare di λ . Si parla di grandezze *spettrali* (indicate, ad esempio, con E_λ) quando si vuole far riferimento a tale dipendenza e di grandezze *totali* (E) quando tale dipendenza è stata eliminata mediante un'operazione di integrazione su tutto lo spettro di lunghezze d'onda. La relazione esistente fra queste due entità è quindi:

$$E = \int_0^{\infty} E_\lambda(\lambda) d\lambda$$

La natura spettrale delle radiazioni termiche è solo uno dei diversi e complessi aspetti del problema in esame. Bisogna infatti considerare anche la natura *direzionale* del fenomeno, intendendo con questo che se da un lato una superficie emette in tutte le direzioni dello spazio creando un ventaglio più o meno uniforme dall'altro è possibile anche individuare una direzione preferenziale secondo cui viene trasmessa la radiazione.

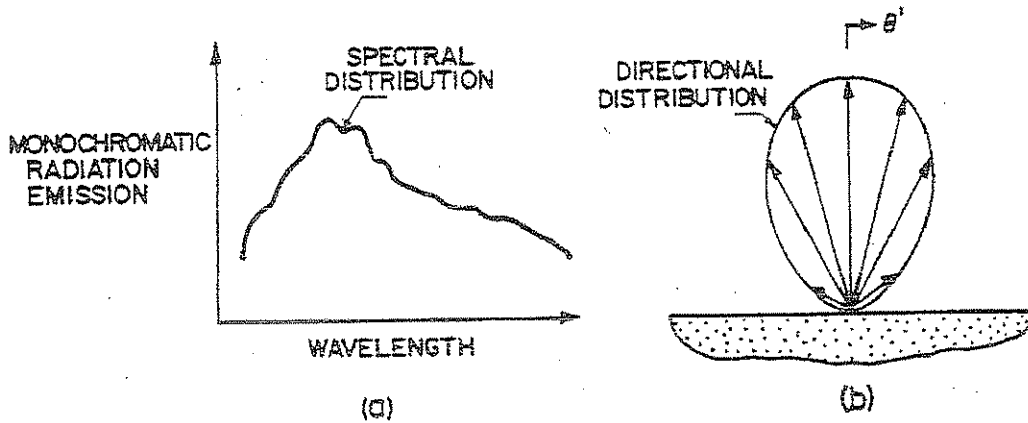


Figura 2.1 Radiazione emessa da una superficie:

(a) distribuzione spettrale; (b) distribuzione direzionale

Naturalmente, oltre che nel caso dell'emissione, anche in quello della radiazione incidente su una superficie si conserva inalterata l'importanza delle sue caratteristiche spettrali e direzionali.

1.2.1 LA RADIANZA

Per quanto detto nel paragrafo precedente, per caratterizzare propriamente il campo della radiazione è necessario conoscerne sia le caratteristiche spettrali sia quelle direzionali. A tal fine viene introdotto il concetto di *radianza*.

Si consideri una superficie infinitesima dA che emette in una certa direzione. Tale direzione può essere individuata, in un sistema di coordinate sferiche, dagli angoli di zenit (θ') e di azimut (ϕ'), come indicato in figura 3.1. Sia inoltre dA'_n una superficie elementare posta

nello spazio ed attraversata dalla radiazione e $d\omega'$ l'angolo solido che sottende quando viene vista da un punto posto su dA .

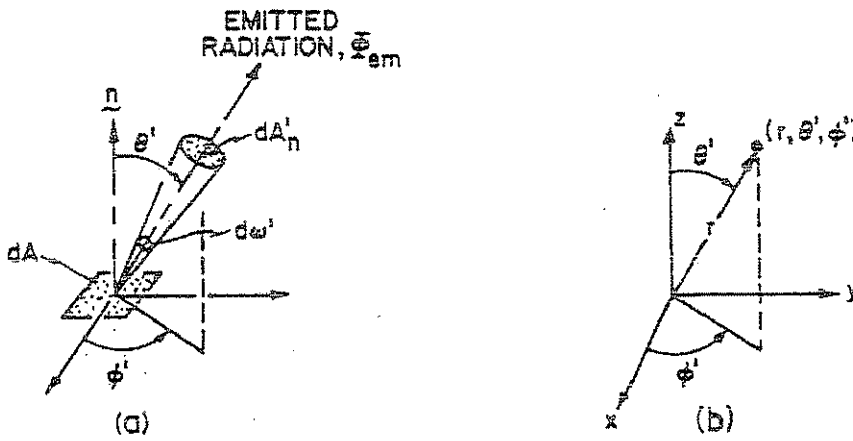


Figura 3.1 Sistema di coordinate sferiche

Considerando la seguente figura, è possibile trovare una relazione fra l'angolo solido $d\omega'$ e gli angoli di zenit ed azimut:

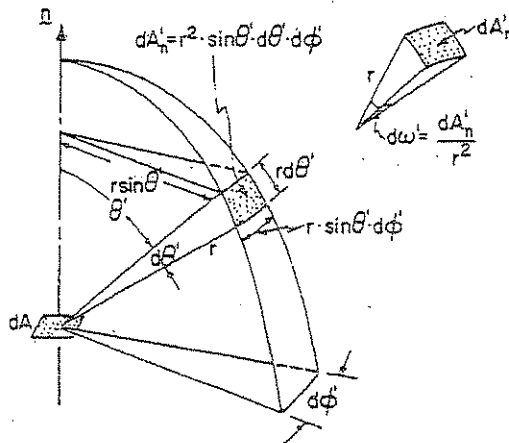


Figura 4.1 Superficie elementare

$$d\omega' = \frac{dA'_p}{r^2} = \sin \theta' \cdot d\theta' \cdot d\phi'$$

Si definisce *radianza spettrale* $L'_{\lambda,em}$ come la potenza radiante P'_{em} emessa dalla superficie elementare dA alla lunghezza d'onda λ , nella direzione definita da θ' e ϕ' , per unità di superficie emittente normale a tale direzione (il cui valore è quindi pari a $dA \cdot \cos \theta'$), per unità intervallo $d\lambda$ di lunghezza d'onda intorno a λ e per unità di angolo solido misurato nella direzione dell'emissione:

$$L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') = \frac{d^3 P'_{em}}{dA \cdot \cos \theta' \cdot d\omega' \cdot d\lambda} \quad \left[\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m} \right]$$

Introducendo la *potenza radiante spettrale* P_λ , definita come la potenza emessa per unità di lunghezza d'onda:

$$P_\lambda = \frac{dP}{d\lambda} \quad \left[\frac{w}{\mu m} \right]$$

la precedente relazione può essere riscritta nel seguente modo:

$$L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') = \frac{d^2 P'_{\lambda,em}}{dA \cdot \cos \theta' \cdot d\omega'} \quad \left[\frac{w}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m} \right]$$

L'importanza di questa relazione sta nel fatto che qualora sia nota la distribuzione spettrale e direzionale della radianza $L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi')$ è possibile ricavare la potenza radiante spettrale emessa per unità di superficie emittente, all'interno di un certo angolo solido ω' , mediante un'operazione di integrazione:

$$\frac{dP'_{\lambda,em}}{dA} = \int_{\omega'} L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') \cdot \cos \theta' \cdot d\omega' \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot \mu m} \right]$$

Nel caso particolare in cui poi si voglia considerare tutto lo spazio emisferico sul quale si affaccia la superficie emittente ($\omega' = 2\pi$), si ottiene il cosiddetto *potere emissivo spettrale* M_{λ} :

$$M_{\lambda,em} = \int_{2\pi} L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') \cdot \cos \theta' \cdot d\omega' \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot \mu m} \right]$$

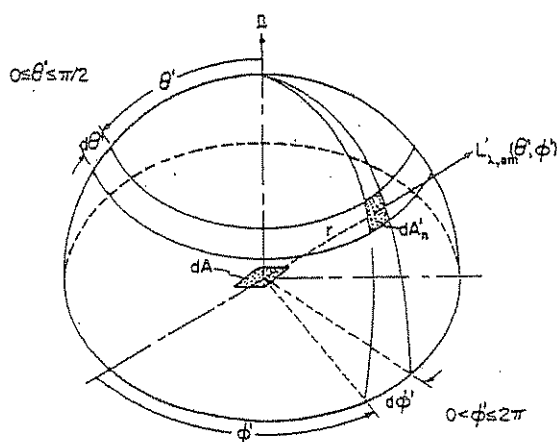


Figura 5.1 Emissione emisferica da un'area infinitesima dA

1.2.2 L'INTENSITÀ DI RADIAZIONE

Si definisce *intensità spettrale di radianza* $I_{\lambda}(\lambda, \theta', \phi')$ come la potenza radiante spettrale emessa in una certa direzione per unità di angolo solido:

$$I_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') = \frac{dP_{\lambda,em}}{d\omega'} \quad \left[\frac{W}{\mu m \cdot sr} \right]$$

In generale la distribuzione direzionale dell'emissione da parte di una superficie varia a seconda della natura della superficie stessa. Per ogni tipo di superficie, inoltre, si può dire che se la variazione della radianza al variare dell'angolo azimutale ϕ' è piuttosto modesta, molto più marcata è quella che si ha al variare dell'angolo θ' di zenit. In molti casi è però possibile ammettere l'approssimazione secondo cui l'emissione sia isotropicamente diffusa, ovvero la radianza sia indipendente dalla particolare direzione considerata. Si ha così:

$$L_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') = L_{\lambda,em}(\lambda)$$

Una superficie che si comporti in questo modo viene definita *lambertiana*, ovvero segue la *legge del coseno di Lambert* secondo cui l'intensità della radiazione emessa in modo perfettamente diffuso da una superficie, misurata in una certa direzione, varia linearmente con il coseno dell'angolo compreso fra la direzione considerata e la normale alla superficie:

$$\Gamma'_{em}(\theta') = \Gamma'_{em}(0) \cdot \cos \theta'$$

In questo caso si trova quindi che il potere emissivo spettrale e quello totale risultano rispettivamente:

$$M_{\lambda,em} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') \cdot \cos \theta' \cdot \sin \theta' \cdot d\theta' \cdot d\phi' = \pi \cdot L'_{\lambda,em}(\lambda) \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot \mu m} \right]$$

$$M_{em} = \int_0^{+\infty} M_{\lambda,em}(\lambda) d\lambda = \pi \cdot L'_{em} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

essendo L'_{em} è la radianza totale dell'emissione.

1.2.3 L'IRRADIANZA

Tutto quello che è stato detto sino ad ora, e che riguarda la radiazione emessa da una superficie, può essere adattato anche nel caso in cui la superficie in questione riceva una radiazione incidente.

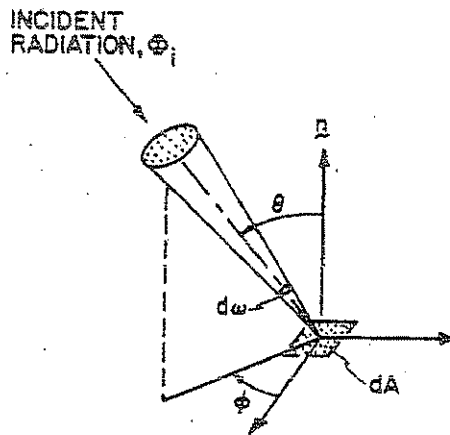


Figura 6.1 Natura direzionale della radiazione

Si definisce in questo caso l'*irradianza spettrale* E_λ come la potenza radiante spettrale che incide la superficie alla lunghezza d'onda λ , calcolata per unità di superficie colpita e per unità di intervallo $d\lambda$ di lunghezza d'onda attorno a λ :

$$E_{\lambda,i} = \frac{dP_{\lambda,i}}{dA} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} L'_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot \mu m} \right]$$

Al solito, anche qui si può definire la corrispondente quantità totale:

$$E_i = \frac{dP_i}{dA} = \int_0^{+\infty} E_{\lambda,i}(\lambda) d\lambda \quad \left[\frac{W}{m^2} \right]$$

È importante notare la differenza fra la definizione di radianza e quella di irradianza. Infatti, mentre la radianza viene definita in termini di superficie proiettata (normale alla direzione considerata), nel caso dell'irradianza si fa riferimento alla superficie effettiva.

Anche qui, se l'emissione è perfettamente diffusa (ipotesi di isotropia) allora $L_{\lambda,i}$ è indipendente dalla direzione particolare per cui si ha:

$$E_{\lambda,i}(\lambda) = \pi \cdot L_{\lambda,i}(\lambda) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}} \right]$$

$$E_i = \pi \cdot L_i \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

1.2.4 IL CORPO NERO

Parlando di corpo nero si intende una superficie ideale con le seguenti caratteristiche:

- assorbe tutte le radiazioni incidenti, indipendentemente dalla direzione o dalla lunghezza d'onda
- emette la massima quantità di energia ad ogni data lunghezza d'onda e ad ogni fissata temperatura
- la radiazione emessa è sempre perfettamente diffusa (emissione isotropica) per cui pur risultando dipendente dalla lunghezza d'onda e dalla temperatura non lo è nei confronti della particolare direzione considerata

Per come è stato definito, il corpo nero si presenta quindi come l'emettitore e l'assorbitore perfetto per cui viene considerato come il radiatore ideale le cui caratteristiche vengono utilizzate per eseguire dei paragoni con quelle delle superfici reali.

In natura non esiste alcun materiale che si comporti esattamente come un corpo nero. La migliore approssimazione è rappresentata dalla piccola apertura di una cavità le cui superfici interne siano mantenute alla stessa temperatura. Come mostrato in figura 7.1, una radiazione che penetra all'interno dell'apertura viene assorbita, emessa e riflessa continuamente riempiendola completamente ed in modo uniforme. La presenza dell'apertura, considerate le sue trascurabili dimensioni, non influenza la fisica del fenomeno per cui il forellino può essere considerato come un corpo nero perfetto dal momento che assorbe senza lasciare andare via ogni radiazione incidente.

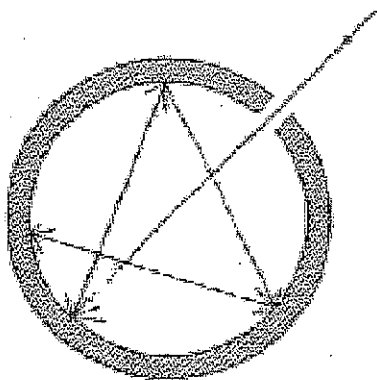


Figura 7.1 Cavità

La legge della distribuzione della radianza emessa da un corpo nero è stata ricavata per la prima volta da Planck nel 1900 in base a considerazioni di meccanica quantistica ed è nota appunto col nome di *legge di Planck*:

$$L_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{c_2}{\lambda \cdot T}} - 1 \right)} \quad \left[\frac{W}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m} \right]$$

essendo T la temperatura assoluta del corpo nero e c_1 e c_2 due costanti il cui valore è rispettivamente:

$$c_1 = 1.1911 \cdot 10^8 \quad \left[\frac{W \cdot \mu m^4}{m^2 \cdot sr} \right]$$

$$c_2 = 1.4388 \cdot 10^4 \quad [K \cdot \mu m]$$

L'andamento della radianza, in funzione della lunghezza d'onda e della temperatura, è riportato in figura:

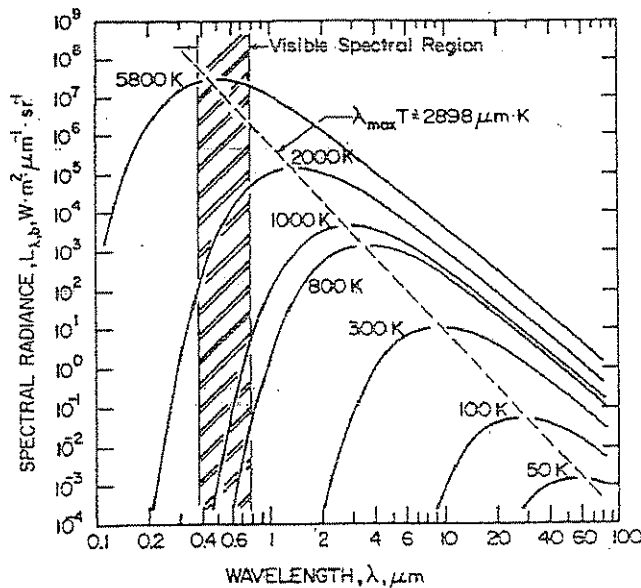


Figura 8.1 Radianza spettrale di un corpo nero

Come si può capire dall'espressione della legge di Planck e dalla sua rappresentazione parametrizzata, la radianza di un corpo nero è caratterizzata dalle seguenti proprietà:

- è una funzione continua della lunghezza d'onda
- per ogni valore di temperatura è possibile individuare un massimo che per temperature maggiori viene trovato in corrispondenza di lunghezze d'onda minori
- ad ogni data lunghezza d'onda il valore del massimo aumenta all'aumentare della temperatura

Esiste anche una relazione, detta *legge dello spostamento di Wien*, che mette in luce il legame esistente fra la lunghezza d'onda λ_{\max} a cui si verifica il massimo per l'emissione ad una certa temperatura T ed il valore della temperatura stessa:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2897.7 \quad [\text{K} \cdot \mu\text{m}]$$

Nota la distribuzione della radianza di un corpo nero (legge di Planck) e noto quindi anche il suo potere emissivo spettrale (la radiazione emessa da un corpo nero è sempre perfettamente diffusa per cui vale la legge di Lambert), è possibile, mediante un'integrazione, calcolare il potere emissivo totale di un corpo nero:

$$M_n = \int_0^{+\infty} M_{\lambda,n} d\lambda = \int_0^{+\infty} \frac{\pi \cdot c_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)} d\lambda = \sigma \cdot T^4 \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

essendo questa la cosiddetta *legge di Stefan-Boltzmann* e σ l'omonima costante il cui valore è:

$$\sigma = \frac{\pi^5 \cdot c_1}{15 \cdot c_2^4} = 5.670 \cdot 10^{-8} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{K}^4 \cdot \text{m}^2} \right]$$

La semplicità di questa espressione permette di calcolare immediatamente il potere emissivo di un corpo nero nota unicamente la temperatura alla quale questo si trova.

Naturalmente, per quanto detto prima, si ha subito che:

$$L_n = \frac{M_n}{\pi} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr}} \right]$$

1.2.5 APPROSSIMAZIONI DELLA LEGGE DI PLANCK

Esistono diverse formule che approssimano la legge di Planck. Il loro vantaggio sta nel fatto che, se usate nel corretto intervallo di temperatura e di lunghezze d'onda, forniscono risultati molto prossimi a quelli della legge esatta e possono presentarsi di più semplice espressione.

L'approssimazione più conosciuta è la cosiddetta *legge di Wien*:

$$L_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}} \right]$$

valida naturalmente quando $\lambda T \ll c_2$, ovvero alle normali temperature ed alle piccole lunghezze d'onda.

Un'altra approssimazione è rappresentata dalla *legge Rayleigh-Jeans*:

$$L_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{c_1 \cdot T}{c_2 \cdot \lambda^4}$$

$$\left[\frac{W}{m^2 \cdot sr \cdot \mu m} \right]$$

valida per elevate lunghezze d'onda essendo trascurabile, in questo caso, il termine esponenziale a denominatore.

Il confronto fra la legge di Planck e le sue due approssimazioni qui presentate è riportato nella figura 9.1.

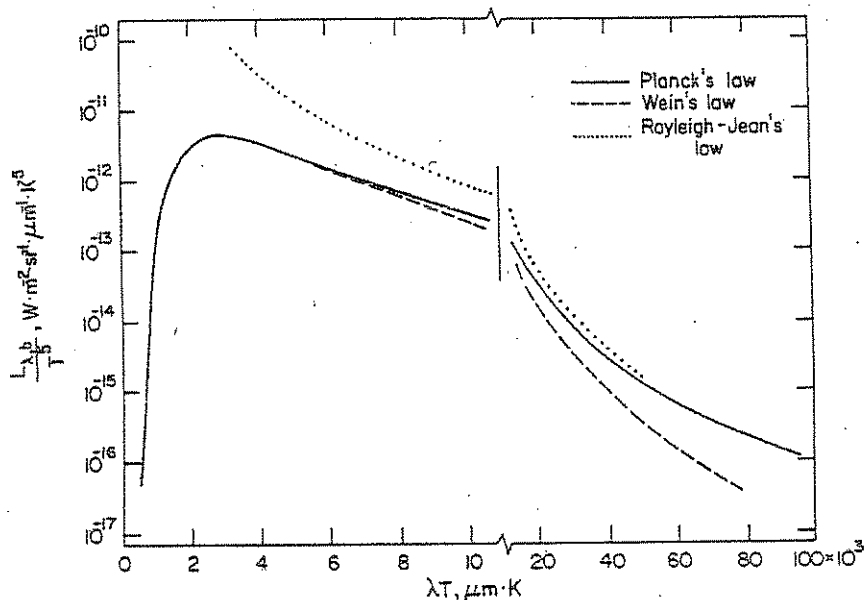


Figura 9.1 Confronto fra la distribuzione spettrale di Planck e le sue approssimazioni

1.2.6 IL COMPORTAMENTO DELLE SUPERFICI REALI

Nel caso reale, il comportamento di una superficie può differire in maniera più o meno accentuata da quello dettato dalla legge di Planck. Inoltre, generalmente viene meno anche l'isotropia nell'emissione per cui, come somma dei due effetti, il valore della radianza

emessa da una superficie reale ad una certa temperatura e ad una certa lunghezza d'onda può essere anche considerevolmente diverso dal corrispondente valore che presenterebbe un corpo nero. Entrambi questi aspetti sono mostrati schematicamente in figura 10.1 (a) e (b).

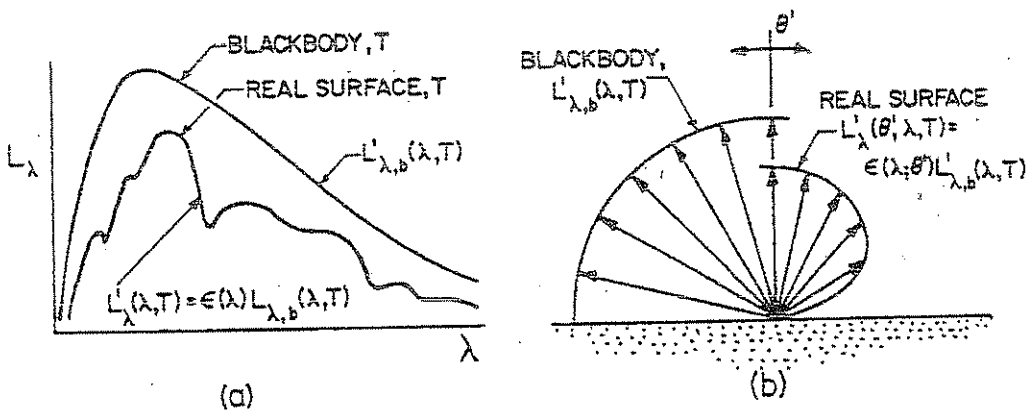


Figura 10.1 Confronto fra l'emissione di un corpo nero e quella di una superficie reale:

(a) distribuzione spettrale; (b) distribuzione direzionale

Si definisce *emissività spettrale direzionale* $\epsilon(\lambda, \theta', \phi', T)$ di una superficie che si trovi alla temperatura T come il rapporto fra la radianza emessa dalla stessa a quella temperatura, alla lunghezza d'onda λ e nella direzione definita dagli angoli θ' e ϕ' e quella che emetterebbe un corpo nero alla stessa temperatura e lunghezza d'onda:

$$\epsilon_{\lambda}(\lambda, \theta', \phi', T) = \frac{L'_{\lambda, em}(\lambda, \theta', \phi', T)}{L'_{\lambda, n}(\lambda, T)}$$

Ovviamente è possibile definire anche la corrispondente grandezza totale, che tiene conto della distribuzione spettrale dell'emissività su tutto il campo di lunghezze d'onda:

$$\varepsilon(T) = \frac{L'_{em}(T)}{\sigma \cdot T^4}$$

Una delle peculiarità delle superfici reali è il fatto che una radiazione incidente può essere non solo assorbita ma anche riflessa o trasmessa dalla superficie stessa.

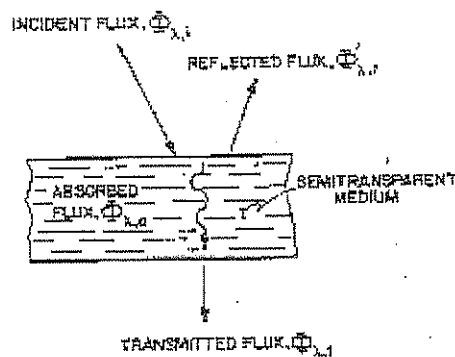


Figura 11.1 Fenomeno dell'assorbimento, riflessione e trasmissione in un mezzo semitrasparente

Vengono definiti dei coefficienti che caratterizzano ogni materiale e permettono di tener conto di quanta parte dell'energia radiante incidente viene divisa nelle tre componenti indicate:

- *coefficiente α di assorbimento*, rapporto fra la potenza radiante assorbita e quella incidente
- *coefficiente ρ di riflessione*, rapporto fra la potenza radiante riflessa e quella incidente

- coefficiente τ di trasmissione, rapporto fra la potenza radiante trasmessa e quella incidente

Sono tutte entità che possono essere definite come spettrali o come totali, a seconda del tipo di grandezze da cui sono state ottenute.

E' interessante notare come, da un semplice bilancio energetico, sia possibile scrivere la seguente relazione:

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1$$

per le grandezze spettrali e, in maniera analoga, per quelle totali:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

1.2.7 LE SUPERFICIE GRIGIE

Esiste una relazione molto importante che correla il fenomeno dell'emissione con quello dell'assorbimento. Secondo tale legge, detta *legge di Kirchhoff*, il coefficiente spettrale di emissività è uguale a quello di assorbimento:

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, \theta', \phi') = \alpha_\lambda(\lambda, \theta, \phi)$$

Tale legge è valida esattamente solo per i coefficienti spettrali. Per estenderla anche a quelli totali è necessario aggiungere una nuova ipotesi ovvero quella secondo cui il valore di tali coefficienti sia indipendente dalla lunghezza d'onda della radiazione. Si definisce allora *superficie grigia* una superficie che soddisfi queste caratteristiche. In un caso del genere, che non è possibile trovare esattamente verificato in natura, il rapporto fra la radianza della

superficie e quella di un corpo nero alla stessa temperatura è costante in tutto l'arco di lunghezze d'onda. Inoltre, proprio come per un corpo nero, l'emissione e la riflessione risultano isotrope ovvero perfettamente diffuse. L'ipotesi di corpo grigio è molto spesso utilizzata, sia perché può essere verificata con buona approssimazione (in alcuni casi ed in determinati intervalli di lunghezze d'onda e di temperature) sia perché permette di semplificare molto qualsiasi tipo di calcolo sull'irraggiamento.

1.2.8 LA DETERMINAZIONE DELLA TEMPERATURA

Le relazioni trovate nei precedenti paragrafi sono alla base dei metodi per il calcolo della temperatura di un corpo attraverso la misura del flusso radiante totalmente uscente da questo.

1.2.8.1 IL COEFFICIENTE DI EMISSIVITÀ APPARENTE

Si consideri una superficie reale, opaca ed avente una certa temperatura T . In generale si può affermare che il flusso radiante uscente da questa ($L_{\lambda,ex}$) è costituito da due diverse componenti:

- l'energia radiante propriamente emessa dal corpo ($L_{\lambda,em}$)
- l'energia radiante ($L_{\lambda,r}$) che, provenendo dall'ambiente esterno, colpisce la superficie in esame e viene da questa riflessa.

E' quindi sempre possibile scrivere la radianza che abbandona la superficie di un corpo come somma dei due termini:

$$L'_{\lambda,ex}(\lambda, \theta', \phi') = L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi') + L'_{\lambda,r}(\lambda, \theta', \phi')$$

Il primo termine a secondo membro può essere scritto come proporzionale, tramite il coefficiente di emissività spettrale $\varepsilon(\lambda, \theta', \phi')$, alla radianza $L'_{\lambda, n}$ di un corpo nero che emette con la stessa lunghezza d'onda e si trova alla stessa temperatura della superficie in esame:

$$L'_{\lambda, em}(\lambda, \theta', \phi') = \varepsilon(\lambda, \theta', \phi') \cdot L'_{\lambda, n}(\lambda, \theta', \phi')$$

Per quanto riguarda la componente di radianza riflessa, nell'ipotesi semplificativa di considerare la superficie riflettente come lambertiana (quindi caratterizzata da una radiazione uniformemente riflessa in tutto lo spazio emisferico indipendentemente da come la superficie è irradiata), questa può essere espressa dalla seguente relazione:

$$L'_{\lambda, r}(\lambda, \theta', \phi') = \frac{1}{\pi} \cdot \rho \cdot E_{\lambda, i}(\lambda, \theta, \phi)$$

essendo $E_{\lambda, i}$ l'irradianza spettrale che raggiunge la superficie. L'espressione completa per la radianza uscente è così:

$$L'_{\lambda, ex}(\lambda, \theta', \phi') = \varepsilon(\lambda, \theta', \phi') \cdot L'_{\lambda, n}(\lambda, \theta', \phi') + \frac{1}{\pi} \cdot \rho \cdot E_{\lambda, i}(\lambda, \theta, \phi)$$

È possibile a questo punto definire il *coefficiente di emissività effettiva* o *apparente* come il rapporto fra la radianza uscente dalla superficie reale e quella relativa ad un corpo nero che si trova alla stessa temperatura ed emette alla stessa lunghezza d'onda:

$$\varepsilon_a(\lambda, \theta', \phi') = \frac{L'_{\lambda, ex}(\lambda, \theta', \phi')}{L'_{\lambda, n}(\lambda, \theta', \phi')} = \varepsilon(\lambda, \theta', \phi') + \frac{L_{\lambda, r}(\lambda, \theta, \phi)}{L'_{\lambda, n}(\lambda, \theta', \phi')}$$

Noto questo coefficiente e misurata la radianza uscente da una superficie è possibile calcolare subito la radianza corrispondente di corpo nero e, di conseguenza, risalire alla temperatura a cui avviene l'emissione.

Si noti come l'emissività apparente sia sempre maggiore del corrispondente coefficiente di emissività, al limite uguale nel caso in cui la riflessione di energia radiante sulla superficie sia nulla, ed anzi, a differenza di questo, può assumere anche valori superiori all'unità. Un'altra differenza sta nel fatto che mentre il coefficiente di emissività è una caratteristica vera e propria della superficie, quella apparente dipende sia dalle caratteristiche fisiche della superficie sia dall'ambiente circostante la superficie dal momento che viene influenzato dalla presenza e dalla posizione di altri corpi caldi ed è quindi più che altro una caratteristica dell'intero sistema radiativo in esame. La determinazione di questo parametro è quindi in generale molto complessa e spesso, in assenza di un apposito modello radiativo, viene affidata a considerazioni empiriche basate sull'esperienza.

1.2.8.2 LA TEMPERATURA SPETTRALE DI RADIANZA

Si consideri una superficie reale che si trova alla temperatura T . La radianza emessa da questa può essere espressa dalla relazione:

$$L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi', T) = \varepsilon(\lambda, \theta', \phi', T) \cdot L'_{\lambda,n}(\lambda, T) = \varepsilon(\lambda, \theta', \phi', T) \cdot \frac{c_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{c_2}{\lambda \cdot T}} - 1 \right)}$$

E' possibile però anche pensare di eguagliare questa emissione a quella di un corpo nero che si trovi ad una temperatura fittizia T_λ , detta *temperatura spettrale di radianza*, per cui si può scrivere:

$$L'_{\lambda,em}(\lambda, \theta', \phi', T) = L'_{\lambda,n}(\lambda, T_\lambda) = \frac{c_1}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{c_2}{\lambda \cdot T_\lambda}} - 1 \right)}$$

Naturalmente, essendo sempre l'emissività $\varepsilon(\lambda, \theta', \phi')$ della superficie reale inferiore o, al limite, uguale all'unità, si ha che la temperatura spettrale di radianza T_λ sarà a sua volta inferiore o uguale alla temperatura effettiva a cui si trova il corpo reale.

Nel campo di lunghezze d'onda in cui è possibile considerare valida la legge di Wien, approssimazione della legge di Planck, ovvero quando $\lambda \cdot T \ll c_2$, le equazioni precedenti possono essere riscritte nel seguente modo:

$$L'_{\lambda,em} = \varepsilon \cdot L'_{\lambda,n}(\lambda, T) = \varepsilon \cdot \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{c_2}{\lambda \cdot T}}$$

$$L'_{\lambda,em} = L'_{\lambda,n}(\lambda, T_\lambda) = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{c_2}{\lambda \cdot T_\lambda}}$$

Eguagliando gli ultimi termini e risolvendo rispetto alla temperatura incognita T della superficie reale si ha allora:

$$\varepsilon \cdot \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{c_2}{\lambda \cdot T}} = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{c_2}{\lambda \cdot T_\lambda}} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{T_\lambda} + \frac{\lambda}{c_2} \cdot \ln \varepsilon$$

La relazione trovata è molto importante e costituisce la base della tecnica di misura radiometrica della temperatura di un corpo.

Differenziando l'espressione trovata è possibile determinare anche in quale modo varia la temperatura reale T , una volta considerata costante la temperatura spettrale di radianza T_λ , al variare del coefficiente ε di emissività:

$$\frac{dT}{T} = -\frac{\lambda \cdot T}{c_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{\varepsilon}$$

In questo modo è possibile valutare l'errore che si compie nella determinazione della temperatura T a causa dell'incertezza nella conoscenza dell'emissività della superficie.

Nel caso in cui l'errore $\Delta\varepsilon$ commesso nella valutazione di ε sia piccolo (a rigore infinitesimo), si ha direttamente che:

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{\lambda \cdot T}{c_2} \cdot \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}$$

Nel caso invece in cui le variazioni siano più consistenti (variazioni finite) allora è più corretto usare la relazione precedente nella sua forma integrata:

$$\frac{dT}{T} = -\frac{\lambda \cdot T}{c_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \Rightarrow -\frac{dT}{T^2} = \frac{\lambda}{c_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i} = \frac{\lambda}{c_2} \cdot \ln\left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{T_f} \cdot \frac{T_f - T_i}{T_i} = \frac{\lambda}{c_2} \cdot \ln\left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i}\right) \Rightarrow \frac{T_f - T_i}{T_i} = \frac{\lambda \cdot T_f}{c_2} \cdot \ln\left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i}\right)$$

$$T_f = \frac{1}{\frac{1}{T_i} + \frac{\lambda}{c_2} \cdot \ln\left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_i}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_f - T_i}{T_i} = \frac{\ln\left(\frac{\epsilon_f}{\epsilon_i}\right)}{\frac{c_2}{\lambda \cdot T_i} + \frac{\lambda}{c_2} \cdot \ln\left(\frac{\epsilon_f}{\epsilon_i}\right)} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T} = \frac{\ln\left(1 + \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon}\right)}{\frac{c_2}{\lambda \cdot T} + \frac{\lambda}{c_2} \cdot \ln\left(1 + \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon}\right)}$$

in cui i pedici i ed f indicano rispettivamente i valori iniziali e finali dell'intervallo di integrazione delle grandezze cui si riferiscono.

L'errore percentuale commesso nella determinazione della temperatura T della superficie *target* al variare dell'errore percentuale commesso nella valutazione dell'emissività ε è mostrato, per λ = 1 μm, in figura 12.1.

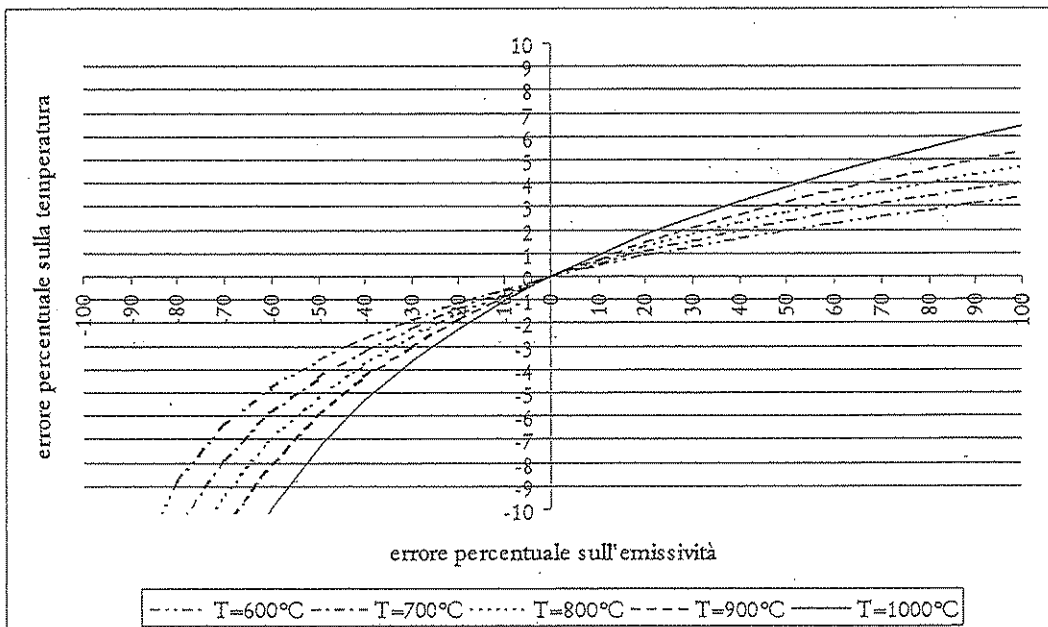


Figura 12.1 Errore percentuale sull'emissività

2.1 LUNGHEZZA D'ONDA CARATTERISTICA

I sensori utilizzati per i pirometri ottici sono costituiti da cristalli semiconduttori detti solitamente a *banda stretta* dal momento che sono sensibili solo alle radiazioni emesse in un ristretto range di lunghezze d'onda centrato sulla lunghezza d'onda caratteristica λ_f del fotodiiodo, dipendente dalle caratteristiche intrinseche del materiale con cui sono realizzati.

I sensori più utilizzati sono i seguenti:

- fotodiiodo al silicio $(\lambda_f \approx 1.0\mu)$
- fotodiiodo al germanio $(\lambda_f \approx 1.6\mu)$
- fotodiiodo al solfuro di piombo $(\lambda_f \approx 2.3\mu)$

La scelta di un particolare tipo di sensore ottico rispetto ad un altro dipende dalla maggiore o minore stabilità comportamentale, dalla maggiore o minore influenza esercitata dalla trasparenza del mezzo gassoso in cui si diffondono le radiazioni prima di raggiungere il fotodiiodo e dall'intervallo di lunghezza d'onda cui è sensibile. Quest'ultimo punto è piuttosto importante dal momento che operare entro una banda più stretta di lunghezze d'onda permette di ridurre in parte gli errori nella misura commessi a causa dell'incertezza nella conoscenza del coefficiente di emissività ϵ . D'altra parte, minore è la differenza fra la lunghezza d'onda λ caratteristica del fotodiiodo e la λ_{\max} a cui si ha il massimo dell'emissione a quella temperatura (vedi la legge dello spostamento di Wien) e maggiore è l'intensità della radiazione in arrivo al sensore e quindi migliore è la qualità del segnale di output del sensore. La scelta del fotodiiodo, e dunque della lunghezza d'onda di lavoro del sensore, dipende quindi anche dall'intervallo di temperature che si immagina di dover misurare nell'applicazione dello strumento.

2.3.2 RIDUZIONE DEL SEGNALE IN FUNZIONE DELL'ANGOLO DI MISURA

Esperimenti condotti in passato hanno mostrato quale sia l'errore compiuto nella lettura del segnale quando la superficie target è più o meno inclinata rispetto alla direzione del pirometro. Come si può notare dal grafico di figura 6.2, è importante che l'angolo formato dalla normale alla superficie indagata e dall'asse dello strumento sia inferiore a 55° . Oltre questo valore, infatti, l'errore commesso nella lettura diventa superiore al 5%, crescendo poi notevolmente all'aumentare dell'angolo di inclinazione fra le due direzioni.

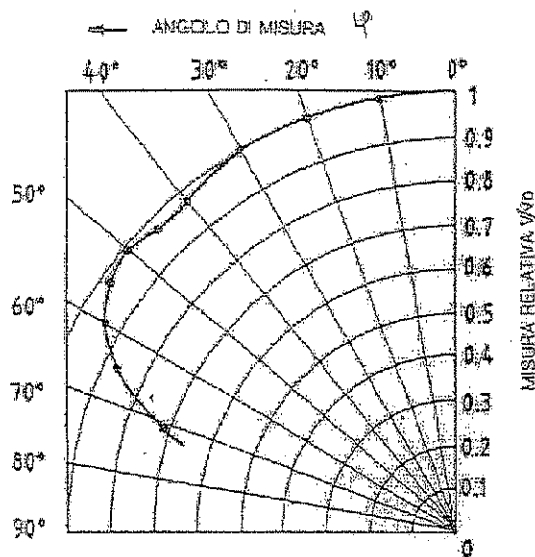


Figura 6.2 Effetto dell'inclinazione della superficie

ulteriori circa l'emissione, l'assorbimento e la riflessione delle radiazioni da parte dello specchio stesso.

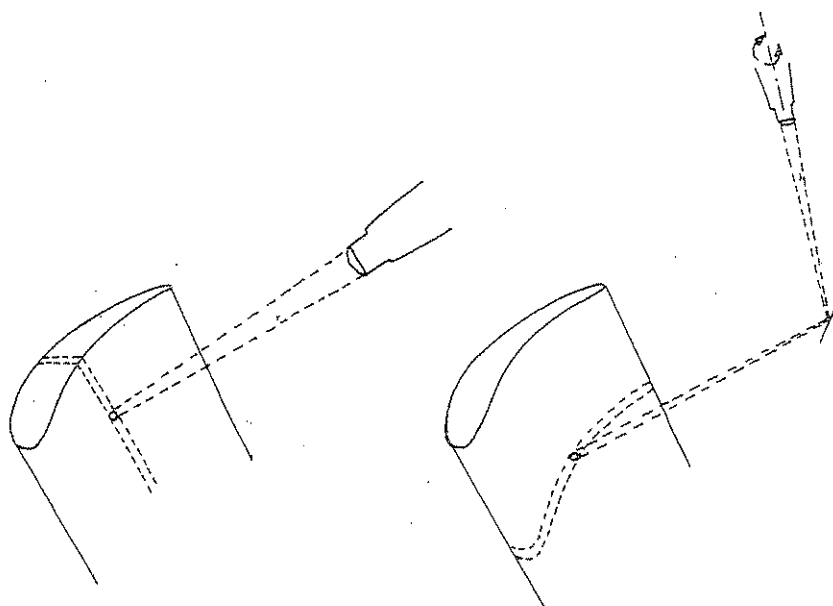


Figura 7.2 Confronto fra le visuali con e senza specchio

Lo specchio deve essere opportunamente raffreddato in modo da limitare al massimo l'emissione di radiazioni che provocherebbe notevoli errori nella misura della temperatura. Sperimentalmente è stato visto che è sufficiente che la temperatura dello specchio sia almeno di 100°C inferiore a quella dell'obiettivo per ottenere un buon risultato. Naturalmente poi, durante il funzionamento è necessario che la superficie dello specchio rimanga il più possibile pulita in modo da non ridurne il coefficiente di riflessione e quindi l'efficienza (ovvero in modo da non aumentare l'errore nella misura).

Nelle uniche prove eseguite il pirometro è stato utilizzato senza lo specchio.

3 LA MAPPATURA COMPLETA DELLA PALA

E' possibile ottenere una mappatura completa della pala, ad ogni sua altezza, utilizzando il pirometro nella configurazione in cui viene impiegato lo specchio. In questo caso, infatti, prevedendo un sistema di motorizzazione dello strumento che permetta il suo spostamento lungo l'asse e la rotazione attorno ad esso, è possibile permettere al sensore di inquadrare tutti i punti della pala.

Trattandosi naturalmente di una misura compiuta in un ambiente non isoterma, è necessario sviluppare un modello radiativo che tenga conto delle contaminazioni che il segnale riceve prima di arrivare al sensore. La radiazione rilevata è infatti dovuta principalmente a due fattori:

- la radiazione propriamente emessa dalla superficie target a causa della sua temperatura (L_{em})
- la radiazione proveniente dall'ambiente che circonda il target e che viene da questo riflessa (L_r)

La somma di questi due termini rappresenta tutta la radiazione (L_{ex}) che abbandona la superficie di target e viene rilevata dal pirometro. Si capisce quindi bene come sia necessario, al fine di determinare la temperatura effettiva dell'obiettivo, trovare un modo per sottrarre a tutta la radiazione uscente il contributo L_r dovuto alla riflessione in modo da ritrovare solo la parte dovuta alla radiazione propriamente emessa (L_{em}). Si fa qui riferimento al modello radiativo definito da De Lucia e Lanfranchi e successivamente continuato a sviluppare da De Lucia e Masotti, valido in generale per un qualunque complesso di superfici costituito da n elementi ciascuno alla sua temperatura T_i . L'ipotesi fondamentale è quella di poter considerare ogni superficie come un corpo grigio, ciascuna con il suo coefficiente di emissività spettrale ε_i . Indicando con $L_{n,i}$ la radiazione emessa da un corpo nero che si trovi alla stessa temperatura T_i dell' i -esima superficie in esame, si può scrivere:

$$L_{ex,i} = L_{em,i} + L_{r,i} = \varepsilon_i \cdot L_{n,i} + L_{r,i}$$

Mediante una mappatura completa della pala è possibile determinare i valori di radiazione emessa da tutte le n superfici di cui si compone il sistema. Invertendo il sistema di cui è rappresentativa la relazione sopra scritta, e ricordando la legge di Kirchoff secondo cui il coefficiente spettrale di emissività è uguale a quello di assorbimento, è quindi possibile determinare ciascun contributo $L_{r,i}$. Indicando con A_i l'area dell' i -esima superficie è infatti possibile scrivere:

$$L_{r,i} = \frac{\rho_i}{A_i} \cdot \sum_{j=1}^n A_j \cdot L_{ex,j} \cdot F_{ij} = \frac{1 - \varepsilon_i}{A_i} \cdot \sum_{j=1}^n A_j \cdot L_{ex,j} \cdot F_{ij}$$

essendo $\rho_i = 1 - \alpha_i$ il coefficiente di riflessione i -esimo (si considera nulla la trasmissione) ed F_{ij} il fattore di vista fra le superfici i e j , ovvero il rapporto fra la potenza radiante $P_{ex,ij}$ che,

partendo dalla superficie j -esima, raggiunge la superficie i -esima e la potenza radiante $P_{ex,i}$ che abbandona totalmente la superficie i -esima:

$$F_{ij} = \frac{P_{ex,ij}}{P_{ex,i}}$$

Combinando le prime due equazioni si trova così:

$$L_{n,i} = \frac{L_{em,i}}{\varepsilon_i} = \frac{1}{\varepsilon_i} \cdot \left(L_{ex,i} - \frac{1 - \varepsilon_i}{A_i} \cdot \sum_{j=1}^n A_j \cdot L_{ex,j} \cdot F_{ij} \right)$$

Da quanto scritto si ha che, noto il valore $L_{ex,i}$ della radianza uscente da ciascuna superficie, i relativi coefficienti ε_i di emissività ed i fattori di vista F_{ij} fra ciascuna di esse è possibile calcolare il valore della corrispondenze radianza di corpo nero $L_{n,i}$ e quindi quello del coefficiente di emissività apparente $\varepsilon_{a,i}$:

$$\varepsilon_{a,i} = \frac{L_{ex,i}}{L_{n,i}}$$

A questo punto è possibile calcolare la temperatura reale T_i :

$$T_i = \frac{c_2}{\lambda \cdot \ln \left(1 + \frac{c_1 \cdot \varepsilon_{a,i}}{\lambda^5 \cdot L_{ex,i}} \right)}$$

relazione, quest'ultima, ottenuta invertendo la legge di Planck.

Naturalmente, tutte le grandezze qui indicate sono spettrali e valutate in corrispondenza della lunghezza d'onda λ caratteristica del fotodiode impiegato.

3.1 DIFFERENZA FRA IL MODELLO PROPOSTO E QUELLO TRADIZIONALE

Considerando la radianza $L_{ex,i}$ totalmente uscente dalla superficie i -esima è possibile calcolare la temperatura $T_{\lambda,i}$ di radianza, ovvero la temperatura a cui si troverebbe un corpo nero che emettesse proprio $L_{ex,i}$ a quella lunghezza d'onda. Infatti, utilizzando la legge di Wien si ha:

$$L_{ex,i} \approx \frac{c_1}{\lambda} \cdot e^{\left(\frac{-c_2}{\lambda \cdot T_{\lambda,i}}\right)} \Rightarrow T_{\lambda} = -\frac{c_2}{\lambda \cdot \ln\left(L_{ex,i} \cdot \frac{\lambda^5}{c_1}\right)}$$

Per calcolare la temperatura reale $T_{c,i}$ della superficie i -esima a partire da quella $T_{\lambda,i}$ di radianza si può fare uso della seguente formula in cui ε_{imp} è il coefficiente di emissività imposto, ovvero il coefficiente di emissività con cui si dovrebbero correggere le misure nel caso in cui si volesse determinare la temperatura della superficie partendo direttamente dalla radianza $L_{ex,i}$ vista dal pirometro:

$$L_{em,i} = \varepsilon_{imp} \cdot L_{n,i} \Rightarrow \frac{c_1}{\lambda} \cdot e^{\left(\frac{-c_2}{\lambda \cdot T_{c,i}}\right)} \approx \varepsilon_{imp} \cdot \frac{c_1}{\lambda} \cdot e^{\left(\frac{-c_2}{\lambda \cdot T_{\lambda,i}}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{c,i} = \frac{1}{\frac{1}{T_{\lambda,i}} + \frac{\lambda \cdot \ln(\varepsilon_{imp})}{c_2}}$$

E' bene differenziare questo valore $T_{c,i}$ calcolato di temperatura dal valore reale teorico T_i relativo alla superficie i -esima dal momento che la temperatura $T_{c,i}$ calcolata è funzione del coefficiente imposto ε_{imp} di emissività. E' utile allora calcolare la differenza esistente fra

questi due valori di temperatura in modo da capire qual è l'errore commesso nella determinazione della temperatura considerando, come normalmente si fa in questi casi, tutta la radiazione uscente dalla superficie indagata in vece di quella propriamente emessa:

$$\Delta T_i = T_{c,i} - T_i$$

Calcolando questa differenza si ha quindi un'importante informazione sulla sovrastima che si avrebbe nella determinazione della temperatura se la si deducesse direttamente dall'energia radiante totalmente uscente dalla superficie, sovrastima che naturalmente dipende dal valore di emissività ϵ_{imp} imposto nell'analisi dei dati. Ovviamente, se si considera, come spesso si fa e viene consigliato per semplicità, un valore unitario per l'emissività imposta si ha che la temperatura di radianza $T_{\lambda,i}$ e la $T_{c,i}$ calcolata coincidono:

$$T_{c,i} = T_{\lambda,i}$$

3.2 RISULTATO DELL'ANALISI

Da quanto visto, il problema si riduce alla discretizzazione della geometria reale in un numero finito n di superfici, considerate grigie ed isoterme, nel calcolo dei fattori di vista, caratteristici della geometria del sistema in esame, e nell'elaborazione dei segnali acquisiti.

I dati sono stati analizzati considerando, per le superfici in cui viene discretizzato il problema, un'emissività reale ϵ_i pari a 0.83. La lunghezza d'onda in base alla quale vengono svolti i calcoli è naturalmente $\lambda = 1 \mu\text{m}$ dal momento che è stato utilizzato un fotodiodo al silicio. La geometria del problema in esame è stata semplificata considerando le pale rotoriche e statoriche come dei corpi cilindrici di sezione pari a quella mediana reale. Il calcolo della matrice dei fattori di vista, così come l'elaborazione dei dati, è stato affidato ad

un programma in linguaggio *Basic*. Le pale di statore e di rotore sono state discretizzate come un insieme di superfici rettangolari isoterme. Si è inoltre assunto che la distribuzione di temperatura delle pale statoriche sia identica per ognuna di esse, e così anche per le pale rotoriche.

Nel calcolo dell'emissività apparente si deve tenere conto del fatto che la rotazione della macchina porta ad una continua variazione della posizione relativa delle pale rotoriche e statoriche, ovvero della geometria del sistema. Questo causa una variazione periodica dell'emissività apparente misurata in uno stesso punto per cui questa grandezza risulta una funzione del tempo oltre che della posizione. Per tenere conto di questo fenomeno è stato ripetuto il calcolo in diversi istanti della rotazione dell'albero della macchina in modo tale da poter determinare per ciascuno di essi il valore dell'emissività apparente da utilizzare nella riduzione dei dati una volta nota la posizione in cui questi sono stati misurati. Con riferimento ai risultati ottenuti per la PGT2, l'andamento del coefficiente di emissività apparente, in dieci diverse posizioni assunte dall'albero della macchina, per la pala statorica e per quella rotorica rispettivamente, è rappresentato di seguito in funzione della posizione sulla pala del punto indagato (individuata come percentuale della corda assiale):

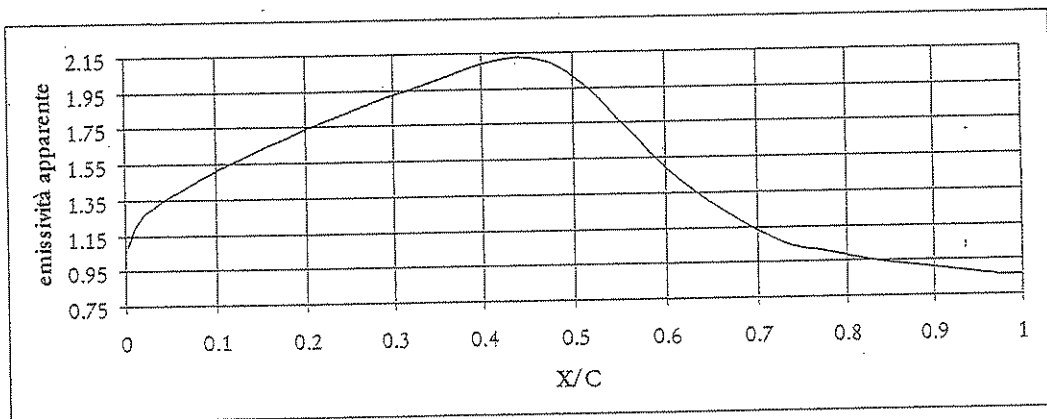



Figura 1.3

Banda di emissività apparente per la *P-side* statorica della 

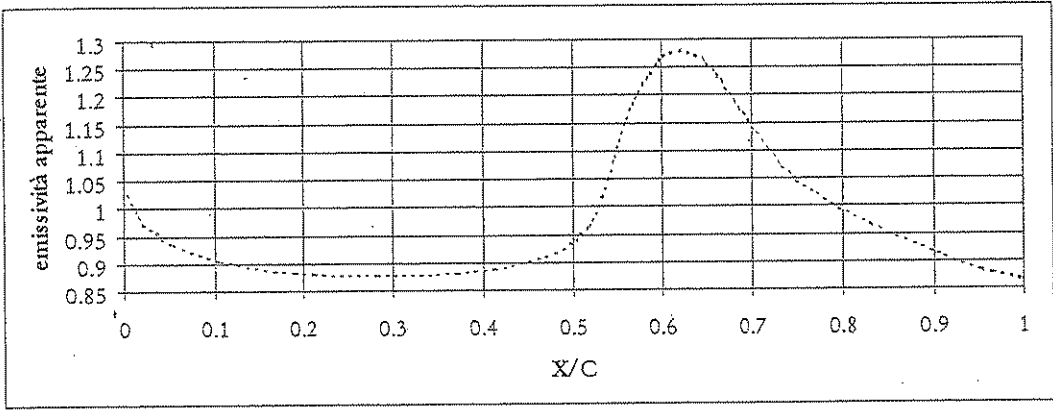


Figura 2.3 Banda di emissività apparente per la *S-side* statorica della ~~...~~

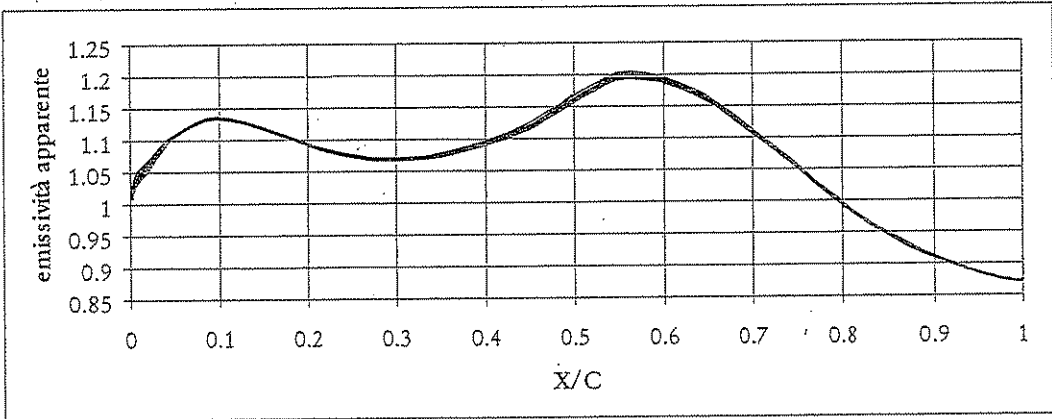


Figura 3.3 Banda di emissività apparente per la *P-side* rotorica della ~~...~~

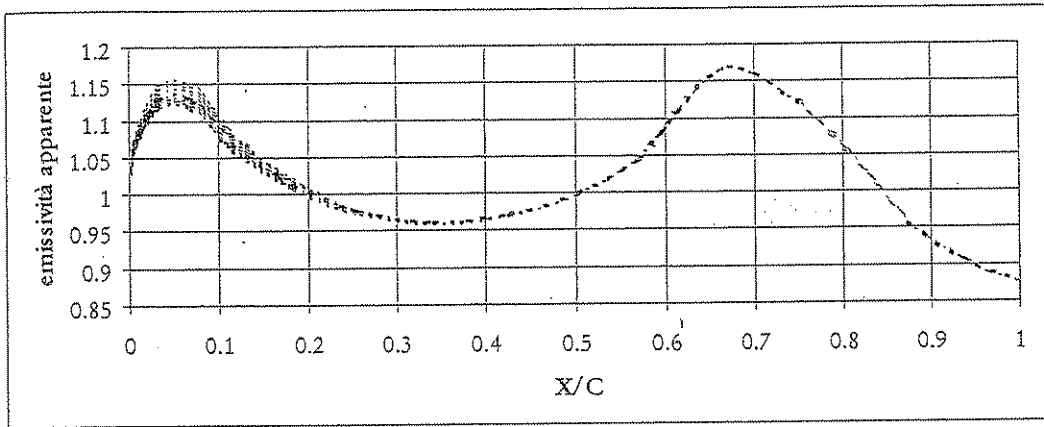


Figura 4.3 Banda di emissività apparente per la *S-side* rotoria della ~~pala~~

Come si può vedere, non si compie un grosso errore a considerare il valore medio dell'emissività apparente in luogo dei valori relativi a ciascuna posizione assunta dalle pale dal momento che le distribuzioni non si discostano sensibilmente l'una dall'altra. Inoltre, ciò semplifica notevolmente il problema dell'analisi dei dati.

Per avere un'idea dell'affidabilità dei risultati raggiunti utilizzando l'approssimazione secondo cui si può utilizzare come coefficiente di emissività il suo valore medio $\varepsilon_{am,i}$ fra quelli relativi alle diverse posizioni reciproche delle pale, è possibile calcolare lo scostamento percentuale massimo fra l'emissività apparente calcolata nelle diverse posizioni spaziali rispetto al valore medio $\varepsilon_{am,i}$ che si considera nei calcoli:

$$err_{\varepsilon} = 100 \cdot \frac{\Delta \varepsilon_i}{\varepsilon_{am,i}} = 100 \cdot \frac{\max[\varepsilon_{a,i}] - \min[\varepsilon_{a,i}]}{\varepsilon_{am,i}}$$

I risultati ottenuti per la pala storica e per quella rotoria sono riportati, rispettivamente, nelle figure 5.3 e 6.3:

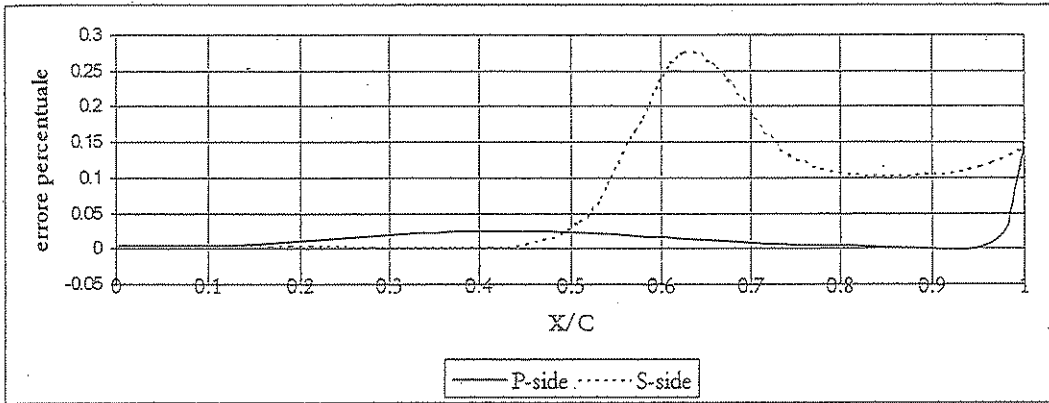


Figura 5.3 Errore sull'emissività apparente per lo statore della ~~1000~~

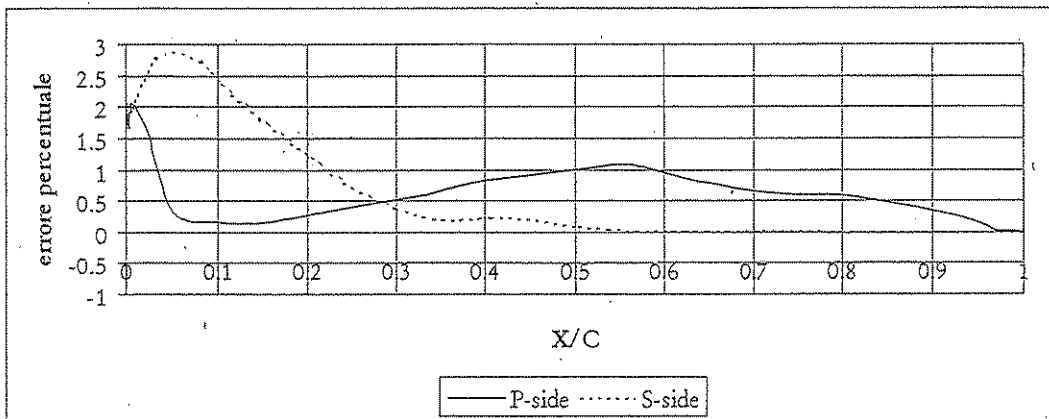


Figura 6.3 Errore sull'emissività apparente per il rotore della ~~1000~~

Come si può vedere, l'errore percentuale calcolato per l'emissività apparente risulta quasi ovunque molto prossimo allo zero. Solo al bordo d'ingresso della pala rotorica si ha un netto aumento del suo valore. In ogni caso, il massimo non raggiunge neanche il 3%, per cui i valori rimangono sempre estremamente bassi. Solo nel caso di campionamenti

effettuati ad alta velocità, quando è cioè possibile avere più misure di temperatura su di una stessa pala, comincia ad avere maggiore importanza l'oscillazione attorno al valore medio.

L'errore compiuto per l'approssimazione fatta sull'emissività apparente si riflette naturalmente anche nel calcolo della temperatura. Mediante la seguente relazione, trovata nel paragrafo 1.2.8.2, è allora possibile valutare qual è l'effetto sul risultato:

$$err_T = 100 \cdot \frac{\Delta T_i}{T_i} = 100 \cdot \frac{\ln\left(1 + \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_{am,i}}\right)}{\frac{c_2}{\lambda \cdot T_{\lambda,i}} - \ln\left(1 + \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_{am,i}}\right)}$$

Sempre nel caso della PGT2, gli andamenti di questi errori percentuali per le pale statoriche e rotoriche sono rappresentati nelle figure 7.3 ed 8.3:

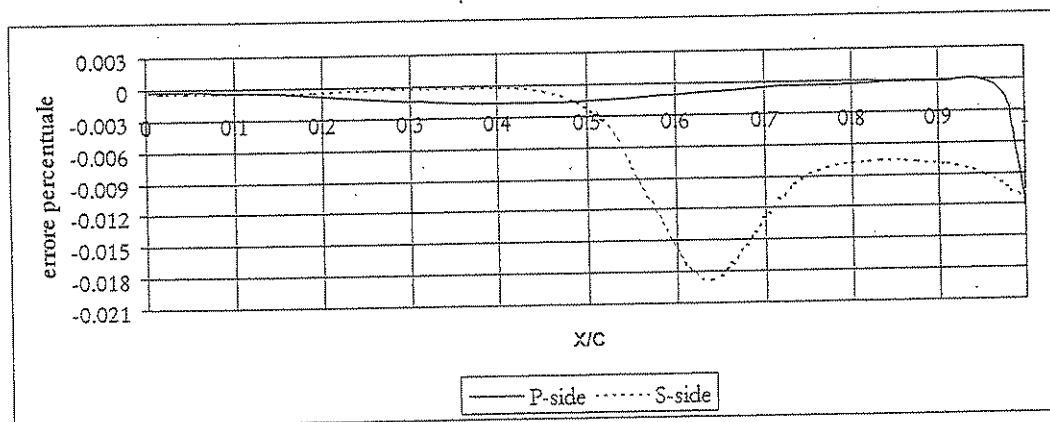


Figura 7.3 Errore sulla temperatura per lo statore della ~~PGT2~~

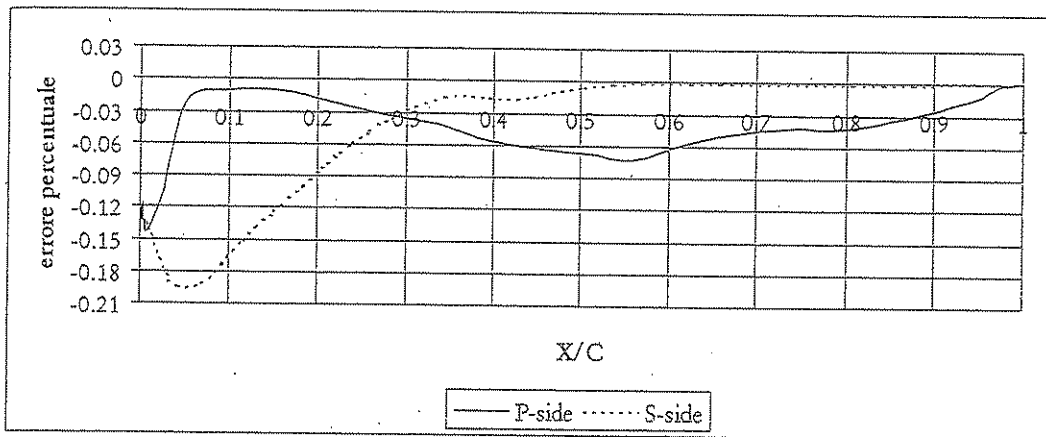


Figura 8.3 Errore sulla temperatura per il rotore della 

Come si può notare, si tratta di errori trascurabilissimi.

Osservando la distribuzione teorica di temperatura sulla pala statorica e su quella rotorica (figure 9.3 e 10.3) si vede che, com'era da aspettarsi, l'andamento dell'emissività apparente risulta approssimativamente opposto a quello della temperatura per cui maggiore è la temperatura della pala in un dato punto, minore è l'emissività apparente calcolata per lo stesso: