

MATERIALE ELASTICO LINEARE : legge costitutiva

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \operatorname{Div} \underline{u} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \lambda, \mu \text{ COSTANTI}$$

$$\begin{cases} \sigma_{12} = 2\mu \varepsilon_{12} & , \quad \sigma_{13} = 2\mu \varepsilon_{13} & , \quad \sigma_{23} = 2\mu \varepsilon_{23} \\ \sigma_{ii} = \lambda \operatorname{Div} \underline{u} + 2\mu \varepsilon_{ii} & \quad i=1,2,3 \end{cases}$$

SIGNIFICATO FISICO di  $\mu$ : ricordiamo l'eq. del moto (con  $\underline{f} = \underline{0}$ )

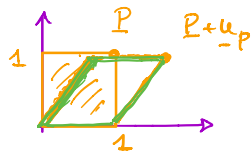
$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i = \sigma_{ij,j}$$

ovvero che ogni campo di spostamenti  $\underline{u}(\underline{x})$  stazionario e lineare in  $\underline{x}$  è soluzione di questa equazione

$$\underline{u}(\underline{x}) \text{ lineare} \Rightarrow \varepsilon_{ij} = \text{costante} \Rightarrow \sigma_{ij,j} = 0$$

Esempio :  $\underline{u} = \left( \frac{\gamma}{2} y, 0, 0 \right) \quad (\gamma > 0)$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\gamma}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_{ij} = 2\mu \frac{\gamma}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned} \frac{u}{-P} &= \varphi(\underline{x}) - \underline{x}_{-P} & \underline{x}_{-P} &= (1, 1, 0) \\ \left( \frac{\gamma}{2}, 0, 0 \right) &= \varphi(\underline{x}) - (1, 1, 0) \end{aligned}$$

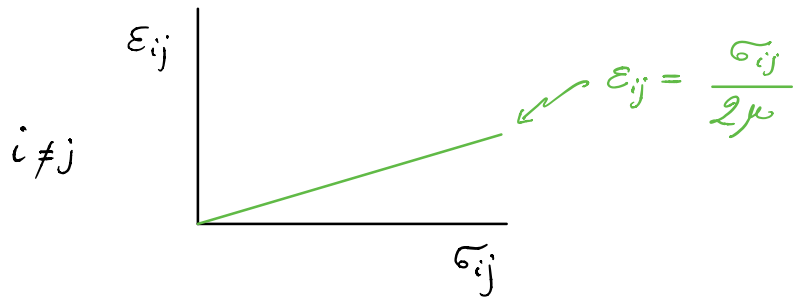
$$\Rightarrow \varphi(\underline{x}) = \left( 1 + \frac{\gamma}{2}, 1, 0 \right)$$

Lo sforzo sulla faccetta con normale  $\underline{e}_2$  è  $\underline{T}_2 = \underline{\sigma}(\underline{e}_2) =$   
 $= \mu \gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \mu \gamma (1, 0, 0) = \mu \gamma \underline{e}_1$

Quindi la forza da applicare alla faccia con normale  $\underline{e}_2$  è proporzionale a  $\mu \sigma$  e diretta come  $\underline{e}_1$ : fornito  $\gamma$  ne fornisce una misura della resistenza alla deformazione per puro scorrimento.

CASI LIMITE :  $\mu = \infty$  (il solido è rigido!) ,  $\mu = 0$  (il solido è, a tutti gli effetti, un fluido)

Per questo motivo  $\mu$  è detto anche modulo di rigidità



Valori Tipici di  $\mu$  in GPa (Giga-Pascal)  $GPa = 10^9$

Acqua	0	
Argilla	6	} rocce sedimentarie
Olivina	82	
Perovskite	153	} minerali comuni nella litosfera

Interpretazione del significato fisico di  $\lambda$  attraverso altri parametri.

Esempio : Sia  $\delta \in \mathbb{R}$  e  $\underline{u}(\underline{x}) = \delta \underline{x} = \delta(x, y, z)$

Allora

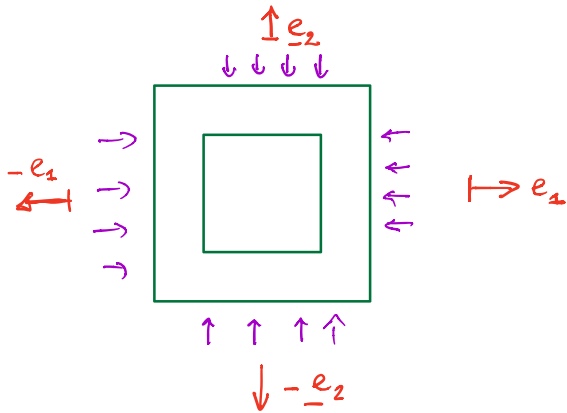
$$E = \delta \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{S} = (\sigma_{ij}) = 2\mu \mathbb{E} + \lambda \mathbb{I} \operatorname{Div} \underline{u} =$$

$$= 2\mu \delta \mathbb{I} + 3\lambda \delta \mathbb{I} = \delta (2\mu + 3\lambda) \mathbb{I}$$

cioè  $\mathbb{S} = -p \mathbb{I}$  dove  $p \stackrel{\text{def}}{=} -\kappa \delta$ ,  $\kappa \stackrel{\text{def}}{=} 2\mu + 3\lambda$

Per ogni direzione  $\underline{e}$  lo sforzo vale  $\underline{\tau} = -p \underline{e}$



SFORZO COMPRESSIVO se  $p > 0$



IL VOLUME DIMINUISCE !

(coerentemente con le osservazioni)

Perché (per piccole deformazioni)

$$J = \det F = 1 + \operatorname{Div} \underline{u} = 1 + 3\delta$$

e

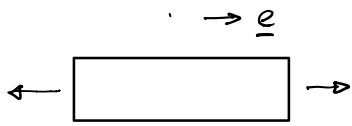
$$d\underline{x} = J d\underline{X} < d\underline{X} \Leftrightarrow \delta < 0$$

$$\left\{ p > 0 \Leftrightarrow \kappa \delta < 0 \right\} \Rightarrow \boxed{\kappa > 0} \quad \text{ipotesi costitutiva!}$$

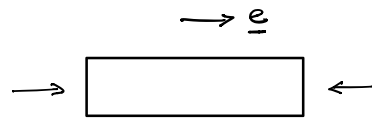
$\kappa$  è detto modulo di compressibilità e nelle rocce ha valori di ordine  $10^2$  GPa ( $10^6$  bar)

052.4

ESEMPIO : Sforzo uniansiale  $\tilde{\sigma}_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$



$\sigma > 0$  TRAZIONE



$\sigma < 0$  COMPRESSIONE

$$\underline{D}(\pm \underline{e}) = \pm \sigma \underline{e}$$

$$\underline{\Phi}(\pm \underline{e}) = \mp \sigma \underline{e}$$

$$\underline{\Phi} = 2\mu \underline{E} + \lambda \text{II} t_2 \underline{E} \Rightarrow t_2 \underline{\Phi} = 2\mu t_2 \underline{E} + 3\lambda t_2 \underline{E}$$

$$\Rightarrow t_2 \underline{E} = \frac{1}{(2\mu + 3\lambda)} t_2 \underline{\Phi} = \frac{\sigma}{2\mu + 3\lambda}$$

Quindi:

$$\underline{E} = \frac{1}{2\mu} \left[ \underline{\Phi} - \frac{\sigma \lambda}{2\mu + 3\lambda} \text{II} \right]$$

Allora

$$(\varepsilon_{ij}) = \underline{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & l \end{pmatrix}$$

$$\text{dove } \varepsilon = \frac{1}{2\mu} \left( \sigma - \frac{\sigma \lambda}{2\mu + 3\lambda} \right), \quad l = - \frac{\sigma \lambda}{2\mu(2\mu + 3\lambda)}$$

$$\varepsilon = \frac{2\mu\sigma + 2\sigma\lambda}{2\mu(2\mu + 3\lambda)} = \frac{\sigma(\mu + \lambda)}{\mu(2\mu + 3\lambda)} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma}{E}$$

con  $E = \frac{\mu(2\mu+3\lambda)}{\mu+\lambda}$  "modulo di Young"

in altre parole il gradiente di spostamento in direzione  $\underline{e}$  è

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

La componente  $\ell$  indica invece il gradiente di spostamento in direzione trasversa: è interessante la sua relazione con  $\epsilon$ !

Si noti innanzitutto che il campo di spostamenti corrispondente a  $\underline{\epsilon}$  è

$$\underline{u}(\underline{x}) = \epsilon X \underline{e}_1 + \ell Y \underline{e}_2 + \ell Z \underline{e}_3$$

Eliminando  $\sigma$  si ha

$$\epsilon E = - \frac{2\mu\ell}{\lambda} (2\mu+3\lambda) \iff$$

$$\epsilon \frac{\mu(2\mu+3\lambda)}{\mu+\lambda} = - \frac{2\mu\ell}{\lambda} (2\mu+3\lambda) \iff$$

$$\epsilon = - \frac{2(\mu+\lambda)}{\lambda} \ell = - \frac{1}{\nu} \ell$$

dove  $\nu \stackrel{def}{=} \frac{\lambda}{2(\mu+\lambda)}$  è detto "rapporto di Poisson"

Significato fisico di  $\nu$  : è il rapporto fra lo spostamento (05.2.6)

trasversale  $\ell$  (rispetto alla direzione della tensione) e la deformazione longitudinale  $\varepsilon$  prodotta dalla tensione.

$\varepsilon, \sigma$  positivi  $\Rightarrow$  allungamento assiale. Perché  $\varepsilon = -\frac{\ell}{\nu}$

$\ell < 0$  se e solo se  $\nu > 0$  !!

PER TUTTI I MATERIALI NATURALI  $\varepsilon > 0 \Leftrightarrow \ell < 0$  e

quindi si assume, costitutivamente,  $\boxed{\nu > 0}$

#### VALORI TIPICI

	$\kappa$ (GPa)	$\mu$ (GPa)	$\lambda$ (GPa)	$\nu$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
ACQUA	2.1	0	2.1	0.5	$10^3$
ARGILLA	17	6	13	0.34	$1.9 \times 10^3$
OLIVINA	129	82	74	0.24	$3.2 \times 10^3$
PEROVKITE	266	153	164	0.26	$4.1 \times 10^3$

Inseriamo la legge di Hooke (per materiali omogenei e isotropi) nell'eq. del moto (con  $\underline{f} = 0$ )

$$\begin{aligned} \rho \underline{\ddot{u}} &= \text{Div} \left( \lambda \text{Div} \underline{u} \mathbb{I} + \mu \text{Grad} \underline{u} + \mu (\text{Grad} \underline{u})^T \right) \\ &= (\lambda + \mu) \text{Grad} (\text{Div} \underline{u}) + \mu \nabla^2 \underline{u} \end{aligned}$$

FORMA ALTERNATIVA

OS2.7

$$\nabla^2 \underline{u} = \text{Grad}(\text{Div} \underline{u}) - \text{Rot}(\text{Rot} \underline{u})$$

Quindi

$$\rho \ddot{\underline{u}} = (\lambda + 2\mu) \text{Grad}(\text{Div} \underline{u}) - \mu \text{Rot}(\text{Rot} \underline{u}) \quad (\underline{N})$$

(EQ. DI NAVIER)

TEOREMA DI DECOMPOSIZIONE DI HELMHOLTZ .

Ogni campo vettoriale differenziabile può essere rappresentato mediante un potenziale vettoriale  $\underline{\psi}$  e un potenziale scalare  $\phi$  nella forma

$$\underline{u} = \text{Grad} \phi + \text{Rot} \underline{\psi}$$

dove  $\text{Div} \underline{\psi} = 0$  .

$\phi$  e  $\underline{\psi}$  sono detti potenziali di Lamé'

TEOREMA : Ogni soluzione dell'eq. di Navier è del tipo

$$\underline{u} = \text{Grad} \phi + \text{Rot} \underline{\psi} , \quad \text{Div} \underline{\psi} = 0$$

dove  $\phi$  e  $\underline{\psi}$  risolvono le due equazioni (di d'Alembert)

$$c_p^2 \nabla^2 \phi = \ddot{\phi} , \quad c_s^2 \nabla^2 \underline{\psi} = \ddot{\underline{\psi}}$$

Limitiamoci alla verifica diretta

$$\underline{u} = \text{Grad } \phi + \text{Rot } \underline{\psi} \Rightarrow \text{rot } \underline{u} = \underbrace{\text{rot Grad } \phi}_{=0} + \text{Rot Rot } \underline{\psi} =$$

$$= -\nabla^2 \underline{\psi} + \underbrace{\text{Grad (Div } \underline{\psi})}_{=0} = -\nabla^2 \underline{\psi}$$

$$\text{Div } \underline{u} = \text{Div Grad } \phi + \underbrace{\text{Div Rot } \underline{\psi}}_{=0} = \nabla^2 \phi$$

Quindi

$$\rho \ddot{\underline{u}} = (\lambda + 2\mu) \text{Grad (Div } \underline{u}) - \mu \text{Rot (Rot } \underline{u})$$

$$\Leftrightarrow \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\text{Grad } \phi + \text{Rot } \underline{\psi}) = (\lambda + 2\mu) \text{Grad } (\nabla^2 \phi)$$

$$+ \mu \text{Rot } (\nabla^2 \underline{\psi})$$

$$\Leftrightarrow \text{Grad} \left[ \ddot{\phi} - \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \nabla^2 \phi \right] = \text{Rot} \left[ \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \underline{\psi} - \ddot{\underline{\psi}} \right]$$

Pertanto  $\underline{u}$  è soluzione dell'eq. di Navier se

$$(1) \begin{cases} \ddot{\phi} = c_p^2 \nabla^2 \phi, & c_p = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad (\text{P wave}) \\ \ddot{\underline{\psi}} = c_s^2 \nabla^2 \underline{\psi}, & c_s = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{S wave}) \end{cases}$$

Dunque lo spostamento è associato alla propagazione di due tipi di onde. Si noti che poiché  $\text{div } \underline{u} = \nabla^2 \phi$ , questa onda (della P o primaria) è associata ad una dilatazione del terreno, mentre essendo  $\text{rot } \underline{u} = -\nabla^2 \underline{\psi}$ , l'onda associata a  $\underline{\psi}$  (della S o secondaria) è di tipo rotazionale.



Velocità di propagazione: ricordando che

052.9

$$E = \frac{\mu(2\mu+3\lambda)}{\mu+\lambda} \quad v \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\lambda}{2(\mu+\lambda)}$$

ricaviamo  $\mu$  e  $\lambda$  in funzione di  $E$  e  $v$ :

$$2v(\mu+\lambda) = \lambda \quad \leadsto \quad 2v\mu + \lambda(2v-1) = 0$$

$$E = \frac{\mu(\lambda+\mu + (\mu+2\lambda))}{\mu+\lambda} = \mu + \mu \frac{\mu+2\lambda}{\mu+\lambda} = \mu + \mu + \frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu}$$

$$= 2\mu + \frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu}$$

$$v = \frac{\lambda}{2(\mu+\lambda)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{E = 2\mu + 2\mu v}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{E}{2(1+v)}$$

Di conseguenza

$$v = \frac{\lambda}{2(\mu+\lambda)} \Rightarrow \lambda\left(v - \frac{1}{2}\right) + v\mu = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{v\mu}{\frac{1}{2} - v} = \frac{vE}{(1-2v)(1+v)}$$

Ors possiamo ricavare  $c_p$  e  $c_s$  in funzione di  $E$  e  $v$

$$c_p = \left( \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \right)^{1/2} = \left( \frac{\frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} + \frac{E}{1+\nu}}{\rho} \right)^{1/2} =$$

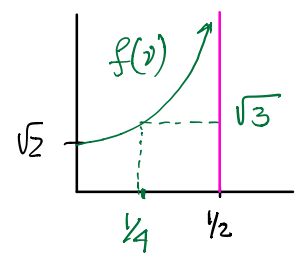
$$= \left( \frac{\nu E + E(1-2\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)} \right)^{1/2} = \left( \frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)} \right)^{1/2}$$

$$c_s = \left( \frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2} = \left( \frac{E}{2\rho(1+\nu)} \right)^{1/2}$$

Alora

$$\frac{c_p}{c_s} = \left( \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right)^{1/2} \equiv f(\nu) \quad (\nu \in (0, 1/2))$$

$$f(0) = \sqrt{2} \quad f(1/2) = \infty$$



Per la maggior parte dei materiali che formano la crosta terrestre  $\lambda \cong \mu$  e quindi  $\nu \cong 1/4$  (MATERIALI DI POISSON): allora

$$\frac{c_p}{c_s} \cong \sqrt{3}$$

Il vantaggio della decomposizione di  $\underline{u}$  tramite i modi potenziali di Lamé è quello di poter studiare separatamente i due tipi di onde.

### SOLUZIONI PARTICOLARI DI TIPO POTENZIALE

Cerchiamo soluzioni  $\phi$  e  $\psi$  indipendenti da  $y$   
(onde piane che si propagano nel piano  $xz$ )

$\underline{N} = (l, 0, m)$  versore della direzionale di propagazione

La più generale soluz. dell'eq. delle onde si scrive nella forma

$$f\left(t - \frac{\underline{x} \cdot \underline{N}}{c}\right) + g\left(t + \frac{\underline{x} \cdot \underline{N}}{c}\right)$$

dove  $f$  e  $g$  sono scalari (nel caso  $(1)_1$ ) oppure vettoriali (nel caso  $(1)_2$ ).

$f$  è detta onda progressiva e  $g$  onda retrograda  
e  $c$  è la velocità di propagazione.

es piani  $\underline{x} \cdot \underline{N} - ct = \text{costante}$  sono ortogonali alla direzione di propagazione e costituiscono il fronte d'onda piana.

Se  $f$  e  $g$  sono del tipo "seno", "coseno" l'onda è detta armonica. L'analisi di Fourier e la linearità dell'equazione del moto consente di limitare lo studio a questo tipo di onde.

05.2.10

Consideriamo allora il caso

$$\phi = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x \cdot N}{c} \right) - \alpha \right]$$

$A > 0$  ampiezza

$T = \frac{2\pi}{\omega}$  periodo temporale

$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$  periodo spaziale (o lunghezza d'onda)

$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$  numero d'onda (n. di oscillazioni per unità di lunghezza)

Si noti che

$$\boxed{cT = \lambda}$$

Benché  $\phi$  sia una grandezza reale, l'analisi è più comoda se si fa uso della versione complessa

$$\phi = B \exp \left[ i \omega \left( t - \frac{x \cdot N}{c} \right) \right]$$

con l'intesa che l'oggetto fisico "onda" è la parte reale della funzione  $\phi$ , cioè 05.2.13

$$\text{Re} \left\{ B \exp \left[ i \omega \left( t - \frac{\underline{x} \cdot \underline{N}}{c} \right) \right] \right\}, \quad B = A e^{-i\alpha}$$

Sia allora, per ipotesi,  $\phi = \phi(x, z, t)$  e  $\underline{\psi} = \underline{\psi}(x, z, t)$ .

Poniamo scrivere per  $\underline{u} = (u, v, w)$

$$u = \partial_x \phi + \cancel{\partial_y \psi_3} - \partial_z \psi_2 = \partial_x \phi - \partial_z \psi_2 \quad (1)$$

$$v = \cancel{\partial_y \phi} + \partial_z \psi_1 - \partial_x \psi_3 = \partial_z \psi_1 - \partial_x \psi_3 \quad (2)$$

$$w = \partial_z \phi + \partial_x \psi_2 - \cancel{\partial_y \psi_1} = \partial_z \phi + \partial_x \psi_2 \quad (3)$$

Notiamo che nel caso di  $v$  (seconda componente dello spostamento), in luogo della (2), è più conveniente usare la seconda componente dell'eq. di Navier nella forma usuale: infatti dalla (1) segue

$$\rho \partial_{tt}^2 v = (\lambda + \mu) \cancel{\partial_y (\text{Div } \underline{u})} + \mu (\partial_{xx}^2 v + \partial_{zz}^2 v) = \mu \tilde{\nabla}^2 v$$

dove  $\tilde{\nabla}^2 = \partial_{xx}^2 + \partial_{zz}^2$

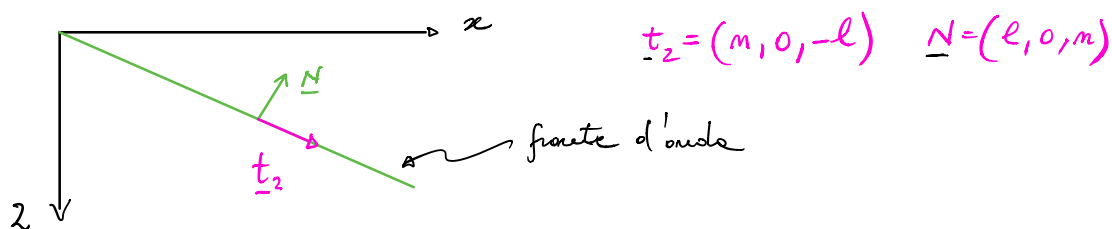
Poiché nelle (1) e (3) compare solo  $\psi_2$  indichiamo questo semplicemente con  $\psi$ .

In definitiva le eq. da risolvere per le onde che si propagano

ortogonalmente ai piani  $ct - \underline{N} \cdot \underline{x} = \text{costante}$  con  $\underline{N} = (l, 0, m)$

nono

$$\left. \begin{aligned} c_p^2 \nabla^2 \phi &= \partial_{tt}^2 \phi \\ c_s^2 \nabla^2 \psi &= \partial_{tt}^2 \psi \\ c_s^2 \nabla^2 \sigma &= \partial_{tt}^2 \sigma \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\rightarrow \text{Onda P} \\ &\rightarrow \text{ONDA S} \end{aligned}$$



$$\underline{u}_P = (\underline{u} \cdot \underline{N}) \underline{N} \quad (\underline{N} \times \underline{u}_P = 0) \quad \text{caratterizza l'onda P}$$

$$\underline{u}_S = \underline{u} - \underline{u}_P \quad (\underline{u}_S \cdot \underline{N} = 0) \quad \text{caratterizza l'onda S}$$

Consideriamo le soluzioni di d'Alembert:

$$\phi = \phi\left(t - \frac{x\ell + zm}{c_p}\right), \quad \psi = \psi\left(t - \frac{x\ell + zm}{c_s}\right), \quad \sigma = \sigma\left(t - \frac{x\ell + zm}{c_s}\right)$$

osserviamo che

$$\begin{aligned} \underline{u} \cdot \underline{N} &= (\partial_x \phi - \partial_z \psi)\ell + (\partial_z \phi + \partial_x \psi)m = \\ &= \phi'\left(-\frac{\ell}{c_p}\right)\ell - \cancel{\psi'\left(-\frac{m}{c_s}\right)\ell} + \phi'\left(-\frac{m}{c_p}\right)m + \cancel{\psi'\left(-\frac{\ell}{c_s}\right)m} \\ &= -\phi'\left(\frac{\ell^2 + m^2}{c_p}\right) = -\phi' \frac{1}{c_p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{u} \times \underline{N} &= \begin{pmatrix} u & v & w \\ l & 0 & m \end{pmatrix} = (m v, \omega l - u m, -l v) \\
 &= (m v, (\partial_2 \phi + \partial_x \psi) l - (\partial_x \phi - \partial_2 \psi) m, -l v) = \\
 &= (m v, \cancel{\phi'(-\frac{m}{c_p}) l} + \psi'(-\frac{l}{c_s}) l - \cancel{\phi'(-\frac{l}{c_p}) m} + \psi'(-\frac{m}{c_s}) m, -l v) \\
 &= (m v, -\psi' \frac{l}{c_s}, -l v) \quad \underline{\text{rispetto alla terna}} (\underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z)
 \end{aligned}$$

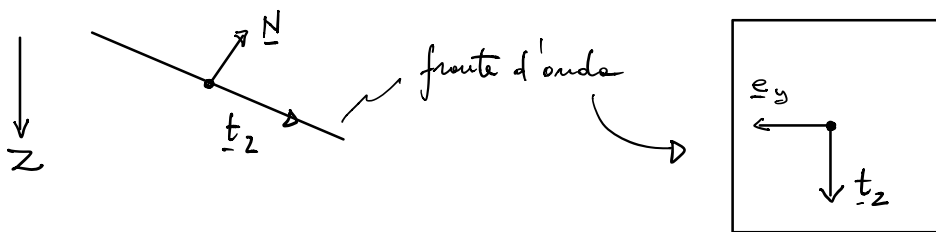
Le due relazioni mostrano in che senso l'onda  $P$  è determinata da  $\phi$  mentre l'onda  $S$  è determinata da  $\psi$ .

Notiamo anche che

$$\underline{u} \cdot \underline{N} = 0 \Leftrightarrow \phi = \text{costante}$$

$$\underline{u} \times \underline{N} = 0 \Leftrightarrow v = 0 \text{ e } \psi = \text{costante}$$

Consideriamo ora la terna  $(\underline{N}, \underline{e}_y, \underline{t}_2)$  nel piano del fronte



e scomponiamo  $\underline{u}$  secondo questa terna

$$\underline{u} = \underbrace{(\underline{u} \cdot \underline{e}_y)}_{\underline{u}_{SH}} \underline{e}_y + \underbrace{(\underline{u} \cdot \underline{t}_2)}_{\underline{u}_{SV}} \underline{t}_2 + \underbrace{(\underline{u} \cdot \underline{N})}_{\underline{u}_P} \underline{N}$$

$\underline{u}_P$  = spostamento (in direzione  $\underline{N}$ ) associato all'onda P

$\underline{u}_{SH}$  = " ( " "  $\underline{e}_y$  ) } associati all'onda S  
 $\underline{u}_{SV}$  = " ( " "  $\underline{t}_2$  ) }

Notiamo anche che

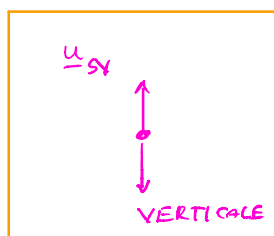
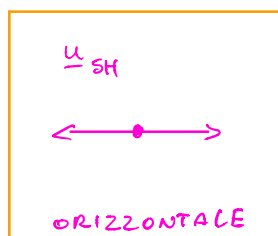
$$\underline{u} \times \underline{N} = \underbrace{(\underline{u} \cdot \underline{e}_y)}_{= \sigma \underline{e}_y} \underline{e}_y + (\underline{u} \cdot \underline{t}_2) \underline{t}_2 = \underline{u}_{SH} + \underline{u}_{SV}$$

cioè

$$(m\sigma, -\psi' \frac{1}{c_s}, -\ell\sigma) = m\sigma \underline{e}_x - \underbrace{\psi' \frac{1}{c_s} \underline{e}_y}_{\underline{u}_{SH}} - \ell\sigma \underline{e}_z$$

Quindi

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{u}_{SH} = \sigma \underline{e}_y = -(\psi'/c_s) \underline{e}_y \\ \underline{u}_{SV} = m\sigma \underline{e}_x - \ell\sigma \underline{e}_z = (\underline{u} \cdot \underline{t}_2) \underline{t}_2 \end{array} \right.$$



POLARIZZAZIONI DELL'ONDA S NEL PIANO DEL FRONTE D'ONDA

### POSSIBILI SITUAZIONI

Quando una perturbazione sismica raggiunge l'interfaccia fra due diversi materiali elastici, l'onda incidente è, in generale, sia riflessa che diffratta. Non approfondiremo questo aspetto limitandoci ad un caso particolare, le onde superficiali.



