Teorema della media integrale di Lebesgue

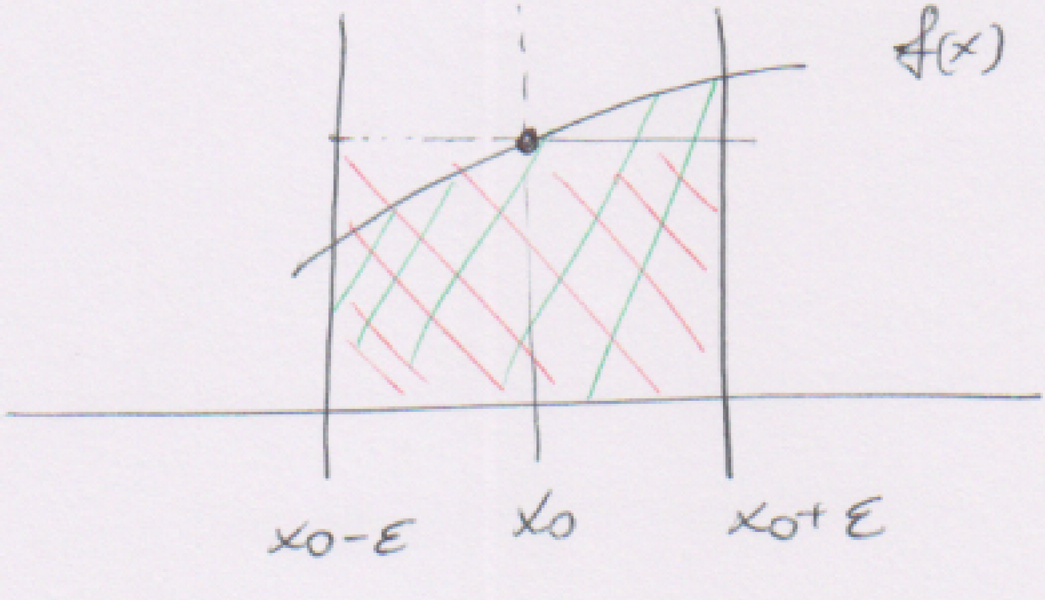
Sia $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ sommabile e continua

Si ha $$\fint_{B(x_0, r)} f \, dV(x) \xrightarrow{r \to 0} f(x_0)$$

dove si è definito $$\fint_{B(x_0, r)} f(x) \, dV(x) \doteq \frac{1}{|B(x_0, r)|} \int f(x) \, dV$$

In generale $\fint_U f = \frac{1}{|U|} \int f$

Significato: la media integrale di una funzione tende al valore della funzione in un punto quando il dominio di integrazione si contrae nel punto stesso. Estende il noto teorema della media integrale in $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ $$\frac{1}{2\varepsilon} \int_{x_0 - \varepsilon}^{x_0 + \varepsilon} f(x) \, dx \to f(x_0)$$



$\square = \int f$

$\square = f(x_0) \cdot 2\varepsilon$