

Geometria e Algebra Computazionale
Corso di Laurea in Matematica - Università di Firenze
prima prova intermedia 30.3.2020

Il file di Macaulay2 `cognome.m2` che contiene la soluzione degli esercizi va inviato entro le 13.30 a `giorgio.ottaviani@unifi.it` dal proprio indirizzo istituzionale `stud.unifi.it`. Si prega di ripetere il proprio nome, cognome e matricola nella prima riga del file. Devono essere presenti i comandi di input in righe separate. I commenti e le eventuali risposte devono apparire in righe commentate.

Ogni candidato è tenuto a svolgere il compito in autonomia e senza ricorrere ad aiuti o suggerimenti esterni. L'invio del compito sottintende l'accettazione di questa norma etica.

Il testo del compito inviato verrà discusso in colloqui di 10-15 minuti nel pomeriggio, a partire dalle 15, il calendario sarà pubblicato su Moodle intorno alle 14. Ogni candidato dovrà dimostrare di avere compreso le nozioni che utilizza, i passaggi intermedi, la sintassi e il funzionamento dei comandi che ha impiegato.

1. Consideriamo l'anello $\mathbb{Q}[x, y, z]$ con l'ordine monomiale Lex. Dati il polinomio $f = x^2y + y^2z + z^2x$ e l'ideale $I = (x + 2y + 3z, x^2 + 2y^2 + 3z^2, x^3 + 2y^3 + 3z^3)$
 - i) si calcoli una base di Gröbner per I e generatori per $LT(I)$.
 - ii) si verifichi se $f \in I$.
 - iii) si verifichi se $LT(f) \in LT(I)$.
2. In un triangolo di lati a, b, c ,
 - i) si esprimano le lunghezze delle mediane m_a, m_b, m_c in funzione dei lati
Suggerimento: si usi l'identità del parallelogramma
 - ii) si esprimano le lunghezze dei lati (al quadrato) in funzione delle mediane.
 - iii) si esprima l'area A (al quadrato) in funzione delle mediane.
 - iv) si esprima il raggio del cerchio circoscritto R (al quadrato), in funzione delle mediane.
 - v) *Facoltativo* Trovare una equazione soddisfatta dal perimetro p con coefficienti polinomi in m_a, m_b, m_c .Qual è il grado minimo e quali sono i coefficienti ?