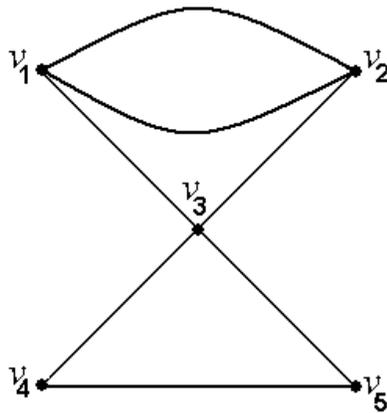


Esercizi di Teoria dei grafi.

Esercizio 1

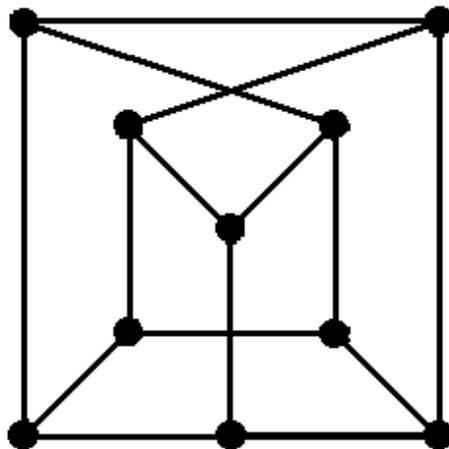
Sia \mathcal{G} il multigrafo (con 5 vertici e 7 lati) disegnato qui sotto nel piano senza sovrapposizione di lati. Si dica:

- (i) se \mathcal{G} è euleriano;
- (ii) se \mathcal{G} ha cammini euleriani, e in caso affermativo se ne descriva uno;
- (iii) se \mathcal{G} è hamiltoniano.



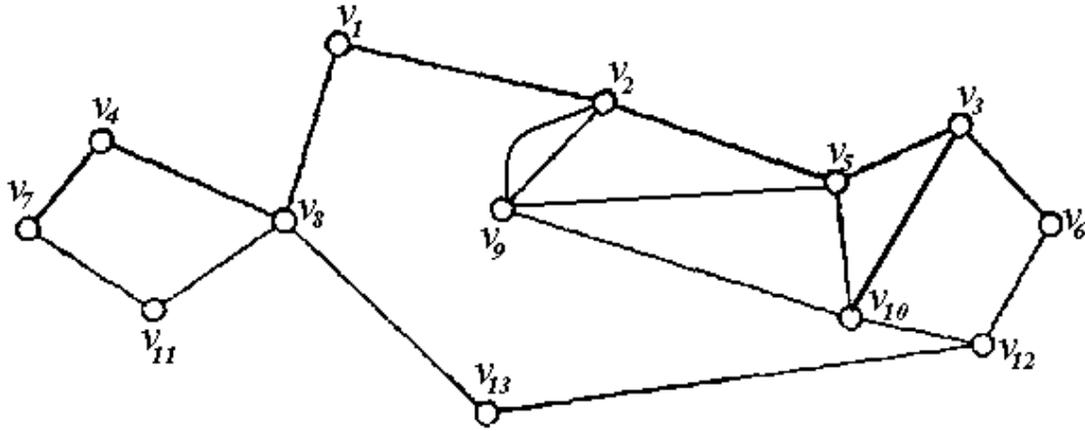
Esercizio 2

Sia \mathcal{G} il grafo disegnato qui sotto, che ha 10 vertici e 15 lati. Si dica se \mathcal{G} è un grafo piano.



Esercizio 5

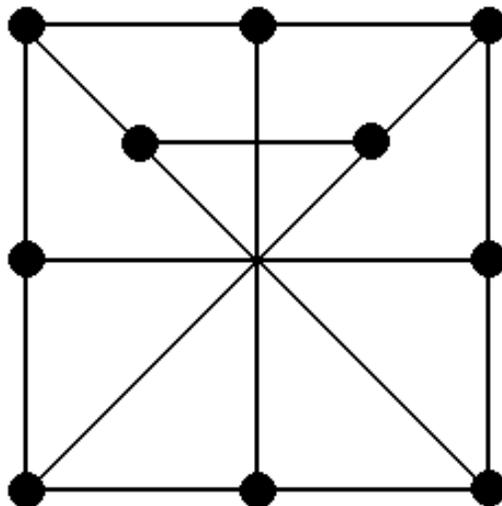
Sia \mathcal{G} il (multi)grafo senza orientamento qui disegnato, che ha 13 vertici e 19 lati:



Si stabilisca se \mathcal{G} è un (multi)grafo euleriano e/o possiede un cammino euleriano, precisando in quest'ultimo caso quali vertici possono essere gli estremi di tale cammino. Si stabilisca inoltre se \mathcal{G} è hamiltoniano.

Esercizio 6

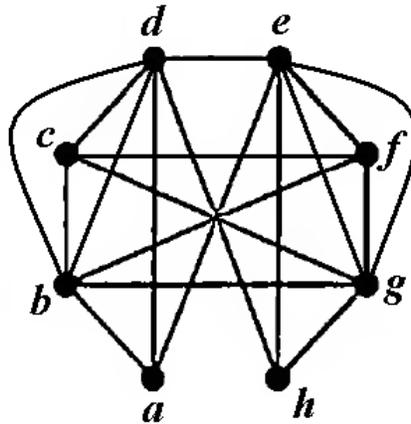
Sia \mathcal{G} il grafo disegnato qui sotto, che ha 10 vertici e 15 lati. Si dica se \mathcal{G} è un grafo piano.



Esercizio 7

Sia \mathcal{G} il grafo senza orientamento disegnato qui sotto, che ha come vertici i punti a, b, c, d, e, f, g, h . Si dica:

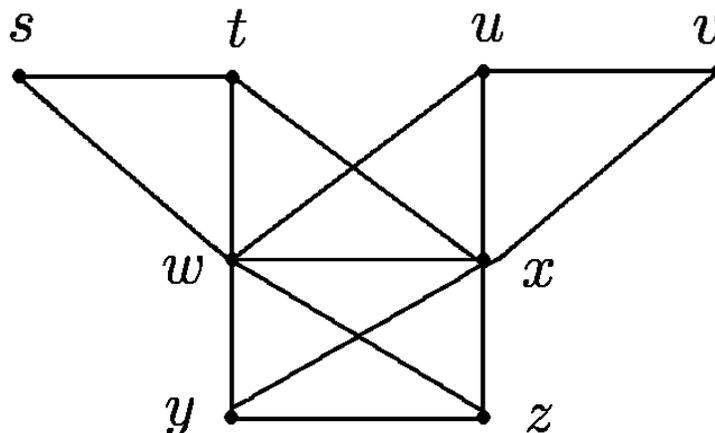
- (i) se \mathcal{G} è euleriano;
- (ii) se \mathcal{G} ha un cammino euleriano (specificando nel caso che la risposta sia affermativa il vertice iniziale e il vertice finale del cammino euleriano).
- (iii) se \mathcal{G} è planare;
- (iv) se \mathcal{G} è hamiltoniano.



Esercizio 8

Sia \mathcal{G} il grafo (con 8 vertici e 14 lati) disegnato qui sotto. Si dica:

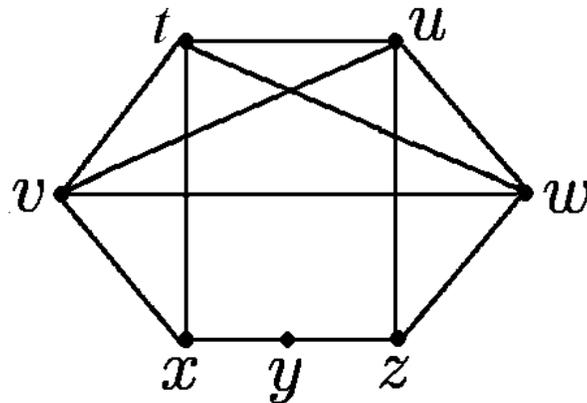
- (i) se \mathcal{G} è un grafo piano;
- (ii) se \mathcal{G} è un grafo euleriano;
- (iii) se \mathcal{G} ha cammini euleriani, e in caso affermativo se ne descriva uno;



Esercizio 9

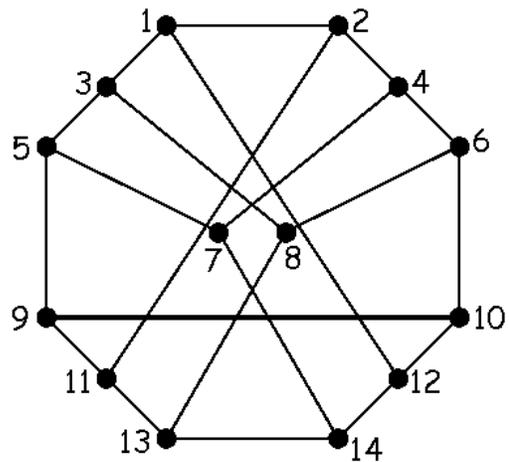
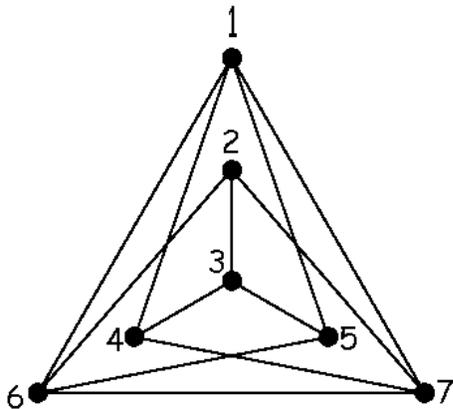
Sia \mathcal{G} il grafo (con 7 vertici e 12 lati) disegnato qui sotto. Si dica:

- (i) se \mathcal{G} è un grafo piano;
- (ii) se \mathcal{G} è un grafo euleriano;
- (iii) se \mathcal{G} ha cammini euleriani, e in caso affermativo se ne descriva uno;
- (iv) se \mathcal{G} è un grafo hamiltoniano.



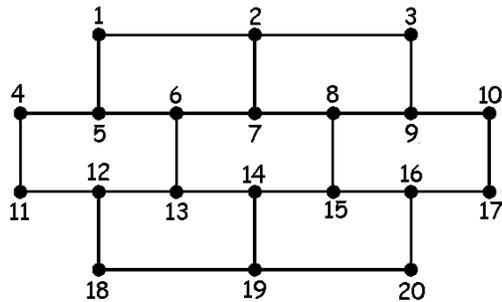
Esercizio 10

Siano \mathcal{G}_1 e \mathcal{G}_2 i grafi disegnati qui di seguito: il primo ha 7 vertici e 12 lati, il secondo ha 14 vertici e 21 lati. Si dica per ciascuno di essi se è un grafo piano.



Esercizio 11

Si dica, motivando la risposta, se il seguente grafo \mathcal{G} è euleriano e/o hamiltoniano:



Esercizio 12

Sia \mathcal{G} un grafo connesso disegnato nel piano senza sovrapposizione di lati con 10 vertici (dei quali 5 hanno grado 2 e 4 hanno grado 3) e 5 facce (tutte, tranne una, col bordo formato da 5 lati).

Si dica, motivando la risposta,

- che grado ha il decimo vertice;
- se \mathcal{G} è euleriano;
- se \mathcal{G} è hamiltoniano.

Esercizio 13

Per ciascuna delle seguenti affermazioni sui grafi si dica, motivando la risposta, se è vera oppure è falsa. Se l'affermazione è vera, si faccia esplicito riferimento ai teoremi studiati nel corso dai quali ciò consegue; se l'affermazione è falsa, si trovi un controesempio.

(a) se \mathcal{G} è un grafo finito senza orientamento con esattamente 12 vertici dei quali 9 hanno grado 6 e i restanti hanno grado 5, allora \mathcal{G} è hamiltoniano;

(b) se \mathcal{G} è un grafo finito senza orientamento nel quale tutti i vertici hanno grado 2, allora \mathcal{G} è euleriano.

Esercizio 14

Sia $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{L}, \iota)$ il grafo semplice e senza orientamento per il quale $\mathcal{V} := \{3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ e comunque presi $v, w \in \mathcal{V}$

esiste un lato incidente v e w se e soltanto se $\text{MCD}(v, w) = 1$.

Si dica, motivando la risposta,

- se \mathcal{G} può essere disegnato nel piano senza sovrapposizione di lati;
- se \mathcal{G} è euleriano;
- se in \mathcal{G} esiste un cammino euleriano;
- se \mathcal{G} è hamiltoniano;
- se in \mathcal{G} esiste un cammino hamiltoniano.

Esercizio 15

Sia \mathcal{G} un grafo senza orientamento sul quale si hanno le seguenti informazioni:

- \mathcal{G} è connesso;
- \mathcal{G} è disegnato nel piano senza sovrapposizione di lati;
- tutte le facce di \mathcal{G} hanno il bordo formato da 5, 8 o 22 lati, e precisamente: \mathcal{G} ha 12 facce col bordo formato da 5 lati, una faccia col bordo formato da 8 lati e una faccia col bordo formato da 22 lati;
- esattamente 9 vertici di \mathcal{G} hanno grado 2, e tutti gli altri hanno lo stesso grado.

Si dica, motivando ogni risposta:

- se \mathcal{G} è un grafo semplice;
- quanti lati ha \mathcal{G} ;
- quanti vertici ha \mathcal{G} ;
- se \mathcal{G} è euleriano;
- se \mathcal{G} è hamiltoniano.