FOGLIO 1 SULLE SERIE

Stabilire il carattere delle seguenti serie:

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n+3}} 2^n$

2. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \operatorname{sen}^n x}{\sqrt{n}} \qquad x \in \mathbb{R}$

3. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n \operatorname{sen}^{2n} x}{n} \qquad x \in \mathbb{R}$

4. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\left(\log(n!)\right)^x} \qquad x \in \mathbb{R}$

5. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (2x)^{3n} \log\left(\cos(n^x)\right) \qquad x \leq 0$

6. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ dove $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{4} \operatorname{sen} a_n & n \geq 1 \end{cases}$

7. DIMOSTRARE CHE SE $a_n \geq 0$, $\{a_n\}$ DECRESCENTE, E LA SERIE $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ CONVERGE, ALLORA $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n a_n = 0$.

DIMOSTRARE CON UN ESEMPIO CHE LA CONCLUSIONE PUÒ ESSERE FALSA SE $\{a_n\}$ NON È DECRESCENTE

8. DEFINIRE IL PRODOTTO INFINITO $\displaystyle\prod_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n > 0$. DARE UNA CONDIZIONE NECESSARIA PER LA SUA CONVERGENZA AD UN NUMERO $\neq 0$.

STABILIRE SE IL PRODOTTO $\displaystyle\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$ CONVERGE.